# Анализ линеаризованных уравнений движения квадрокоптера.

Рассмотрим квадрокоптер (Рис.1).

Изображение выглядит как диаграмма, линия, карта

Автоматически созданное описание

*Рис. 1 Квадрокоптер.*

На Рис.2 представлен вид сверху.

Изображение выглядит как линия

Автоматически созданное описание

*Рис.2 Квадрокоптер, вид сверху.*

Сила двигателя, связана с напряжением, подаваемым на него соотношением:

Момент двигателя, связан с напряжением, подаваемым на него соотношением:

Запишем уравнения динамики рассматриваемой системы:

Запишем эту систему в виде системы дифференциальных уравнений порядка.

1. Также введем переменные состояния:

Таким образом, имеем следующую систему уравнений:

Обозначим за подмножество пространства состояний, представляющее собой 10 мерное пространство точек, координаты которых . Рассмотрим точку .

Разложим функции представленной выше системы около точки в ряд Тейлора, после чего отбросим все слагаемые такие что:

Для любого хотя бы одна компонента .

Запишем:

Где оператор ставит в соответствие точке множества ее удаленность от . Более того, по определению оператор в выражениях, в которых фигурирует оператор переопределяется следующим образом: будем писать, что в том случае, если выполняется точное равенство . (Это равенство так же определяет и покомпонентную запись)

Таким образом, получим:

Здесь дополнительно предполагается, что

При чем  
такие, что

Строго говоря, можно добиться малых перемещений и малых скоростей не прибегая к этому требованию. Действительно, если в течение очень малого времени подавать на один из двигателей очень большое напряжение, то скорость и положение изменятся не значительно. Однако это допущение позволяет упростить задачу. К тому же, с практической точки зрения, больший интерес представляют плавные функции , так как они позволяют добиться большей устойчивости управления и меньшего износа двигателей.

Таким образом, мы приходим к системе линейных дифференциальных уравнений, относительно .

Эта система может быть записана в виде:

где введены следующие обозначения:

*Изображение выглядит как снимок экрана, Прямоугольник, прямоугольный

Автоматически созданное описание*

*Изображение выглядит как текст, число, Шрифт

Автоматически созданное описание*

Решение данной системы уравнений было реализовано на .

Ссылка на GitHub: <https://github.com/SvyatoslavDrozdov/quadcopter.git>

**Пример:**

Для численного решения были взяты следующие параметры:

Зададим следующий закон управления

В таком случае квадрокоптер должен включить на время двигатель №4. За это время сила наклонит квадрокоптер на отрицательный угол , после чего он полетит вдоль оси OY с постоянным ускорением в положительную сторону. При этом маневре квадрокоптер должен будет поднять по оси OZ на какую-то высоту, на которой он и будет лететь далее. Так же отметим, что так как будет включен только один двигатель, то квадрокоптер непременно развернется относительно оси Z. Что значит, что его путь вдоль оси OY будет нелинейным в пространстве, так как во время движения сама ось OY будет менять свое положение. *Важно отметить*, что уравнения динамики записаны в инерциальной системе отсчета , поэтому строго говоря, такое движение не описывается этой системой. Однако при линеаризации, эти эффекты уходят, поэтому движение по оси OY и разворот самой оси OY становятся независимыми.

На Рис.3 представлена зависимость углов разворота квадрокоптера от времени.

*Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, текст

Автоматически созданное описание*

*Рис.3 Расчет зависимости углов разворота квадрокоптера от времени.*

На Рис.4 представлена зависимость высоты центра масс квадрокоптера от времени.

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рис.4 Зависимость высоты центра масс квадрокоптера от времени*

На Рис.5 представлена зависимость координат центра масс квадрокоптера по осям OX и OY от времени.

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рис.4 зависимость координат центра масс квадрокоптера по осям OX и OY от времени.*

Как видим, результаты проведенного расчета в python полностью согласуются с физически ожидаемым результатом. Что говорит о корректности проведенных расчетов.