

Звіт

З модифікованої лабораторної роботи №4

з дисципліни “Чисельні методи”

на тему:

“Інтерполяція по Ерміту”

Виконав

студент 3 курсу

Групи ТТП-31

Факультету комп’ютерних наук та кібернетики

Сіхневич Святослав

Київ, 2024

Зміст

Постановка задачі. Код реалізації.....	3
Основні етапи виконання.....	4
Результати виконання.....	6
Висновок.....	6
Додатки.....	7

Постановка задачі

Для тих, у кого в 4 лабі був сплайн: сплайн з четвертої лаби винести в окремий звіт і назвати це п'ятою лабою. В четвертій лабі замість цього зробити один з наступних алгоритмів для вашої функції на ваш вибір: обернена інтерполяція або інтерполяція по Ерміту (деталі по ним в файлі-умові для 4 лаби).

Ось код реалізації інтерполяції по Ерміту

```
1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  from scipy.interpolate import PchipInterpolator
4
5  def f(x):
6      |   return 1 / x
7
8  x = np.linspace(1, 5, 15)
9  y = f(x)
10
11 f_hermite = PchipInterpolator(x, y)
12
13 x_new = np.linspace(1, 5, 100)
14 y_hermite = f_hermite(x_new)
15
16 error_hermite = np.abs(f(x_new) - y_hermite)
17
18 f_hermite_der1 = f_hermite.derivative(1)
19 f_hermite_der2 = f_hermite.derivative(2)
20
21 fig, axs = plt.subplots(3, 1, figsize=(10, 15))
22
23 axs[0].plot(x, y, 'o', label='Дані')
24 axs[0].plot(x_new, f(x_new), '--', label='Точна функція', color='gray')
25 axs[0].plot(x_new, y_hermite, label='Інтерполяція Ерміта', color='green')
26 axs[0].set_title('Інтерполяція Ерміта')
27 axs[0].legend()
28 axs[0].grid()
```

```

29
30 axes[1].plot(x_new, error_hermite, label='Похибка інтерполяції Ерміта', color='purple')
31 axes[1].set_title('Похибка інтерполяції Ерміта')
32 axes[1].legend()
33 axes[1].grid()
34
35 axes[2].plot(x_new, f_hermite_der1(x_new), label='Перша похідна', color='blue')
36 axes[2].plot(x_new, f_hermite_der2(x_new), label='Друга похідна', color='brown')
37 axes[2].set_title('Похідні інтерполяції Ерміта')
38 axes[2].legend()
39 axes[2].grid()
40
41 plt.tight_layout()
42 plt.show()
43

```

Цей код реалізує інтерполяцію функції за допомогою методу Ерміта (PCHIP - Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial) та візуалізує результати разом із похибками та похідними.

Основні етапи виконання:

Задання функції та даних:

- Задана функція $f(x) = \frac{1}{x}$, яка використовується для побудови інтерполяції.
- Вибирається набір точок x у діапазоні $[1, 5]$, де обчислюються значення функції $y = f(x)$.

Інтерполяція Ерміта:

- Для створення полінома Ерміта використовується клас `PchipInterpolator`, який будує частково-кубічні поліноми зберігаючи монотонність.
- На основі обчислених x і y , будується інтерполяційна функція `f_hermite`.

Інтерполяція в нових точках:

- Створюється набір нових точок x_{new} , рівномірно розподілених у тому ж діапазоні $[1, 5]$.
- Обчислюються значення інтерполяційної функції в цих точках $y_{hermite}$.

Оцінка похибки:

- Розраховується похибка як абсолютна різниця між значеннями оригінальної функції $f(x_{new})$ і значеннями інтерполяції $y_{hermite}$.

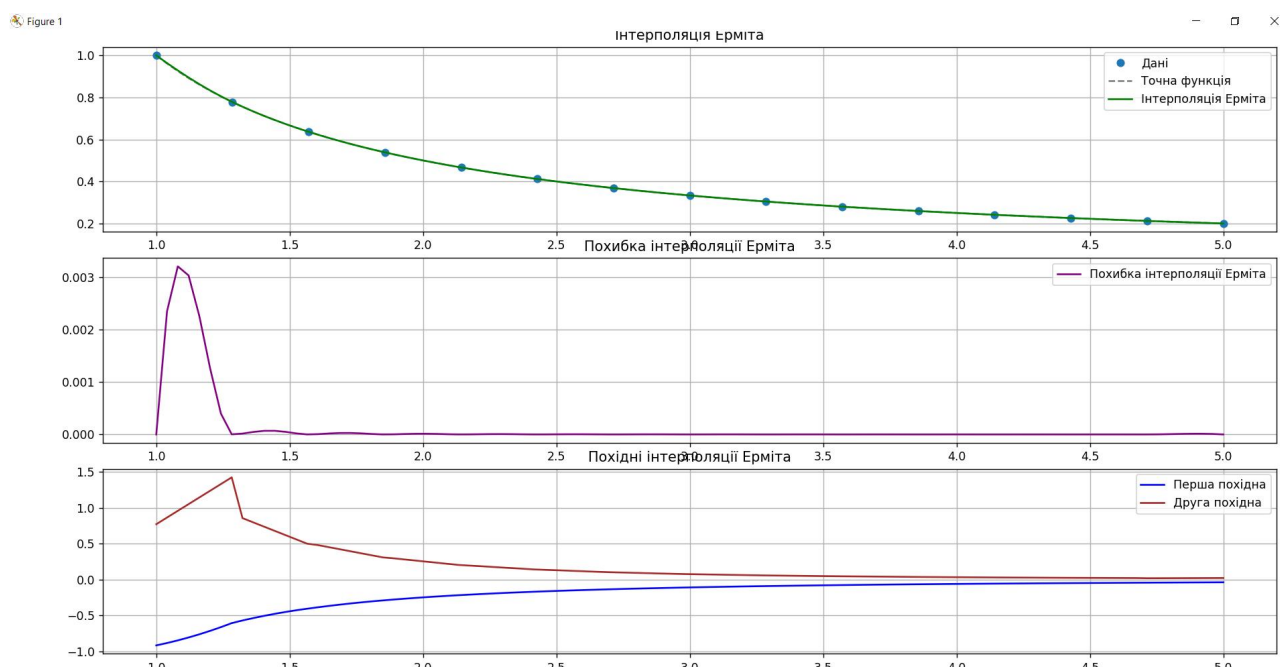
Обчислення похідних:

- Для інтерполяційної функції обчислюються її перша і друга похідні. Вони зберігаються як окремі функції `f_hermite_der1` і `f_hermite_der2`.
- Створюється три графіки:
 1. **Графік інтерполяції Ерміта:**
 - Відображаються вихідні точки даних, оригінальна функція (точна) і побудована інтерполяційна функція.
 2. **Графік похибки:**
 - Показує абсолютну різницю між оригінальною функцією та інтерполяцією для оцінки точності методу.
 3. **Графіки похідних:**
- Перша та друга похідні інтерполяційної функції виводяться окремими кривими для аналізу її гладкості.

Оформлення графіків:

- До кожного графіка додається заголовок, легенда та сітка для полегшення візуального аналізу.
- Всі графіки виводяться компактно на одному зображенні за допомогою функції `tight_layout`.

Результати виконання:



Висновок: У цій лабораторній роботі, ми бачимо як добре інтерполяція Ерміта відтворює поведінку оригінальної функції. Абсолютна похибка показує, наскільки інтерполяція близька до точної функції. Похідні дають уявлення про гладкість інтерполяційної кривої та її відповідність характеристикам вихідної функції.

Додатки

Посилання на репозиторій з програмним кодом для обрахунку в даній лабораторній роботі:

https://github.com/Svyatoslavk27/NM_4lab-modified