제 출 일

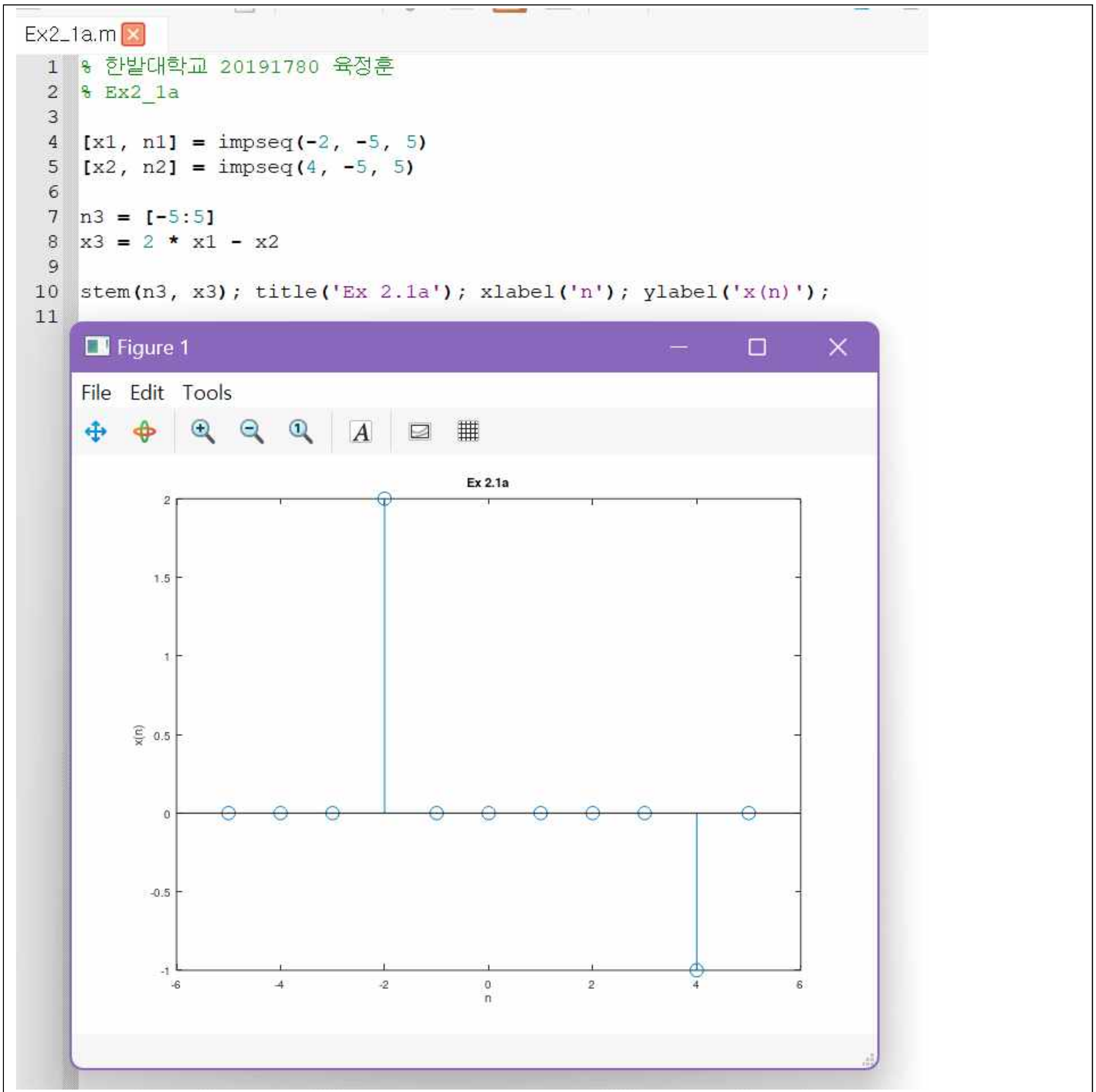
REPORT

2장 문제풀이 REPORT

과 목 명	디지털 신호처리
담당 교수명	김경섭 교수님
학 번	20191780
학 과	컴퓨터공학과
작 성 자	육정훈
제 출 일	23.03.29
소속 대학	한밭대학교

Example 2.1) Generate and plot each of the following sequences over the indicated interval.

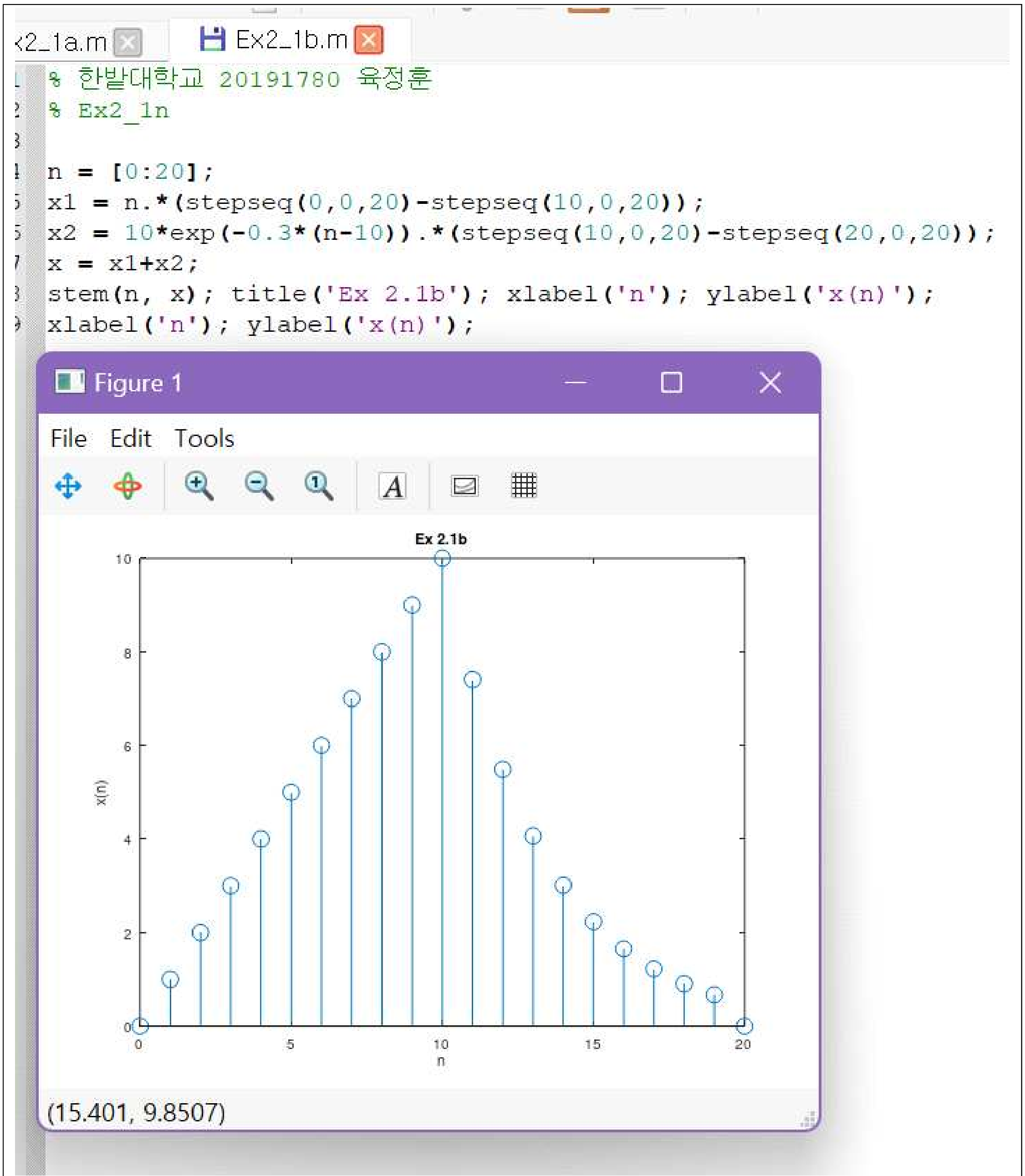
a. $x(n) = 2\delta(n + 2) - \delta(n - 4), \quad -5 \le n \le 5.$



ex2.1a

- 설명: 이전에 구현한 impseq 함수를 이용하여 임펄스 함수들의 합으로 이루어진 신호 출력

b. x(n) = n[u(n) − u(n − 10)]+10e^(−0.3(n−10))[u(n − 10) − u(n − 20)], 0 ≤ n ≤ 20.

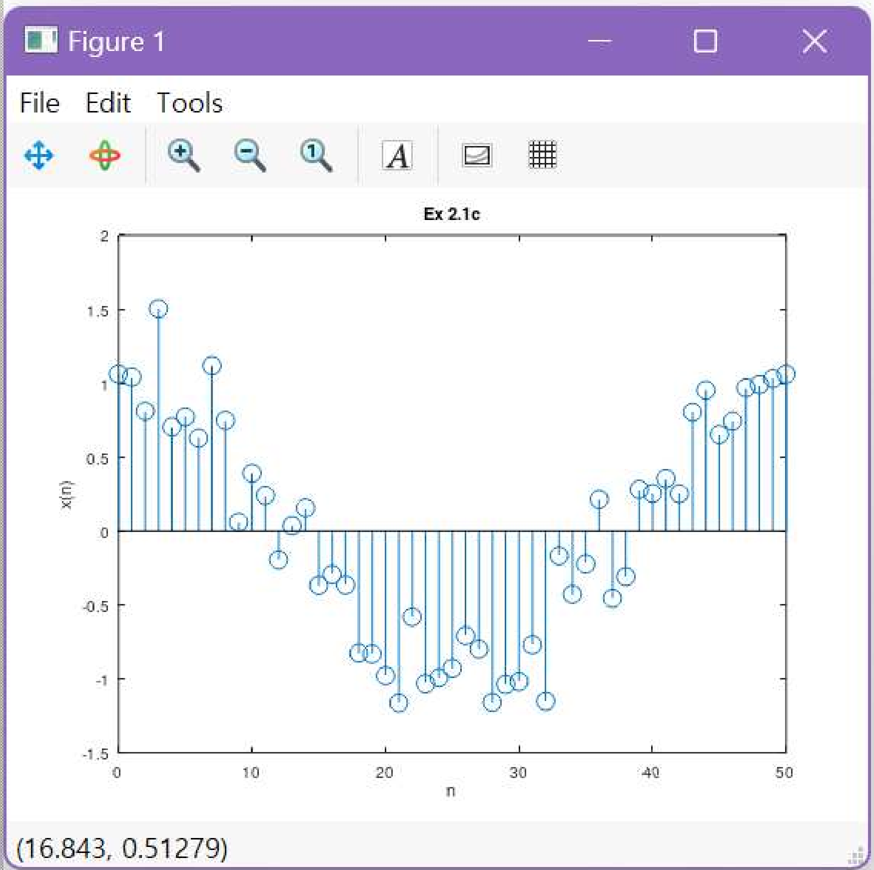


Ex2_1b

- 0:10 구간은 n이 곱해진 step 함수에 의한 모양, 이후 구간은 지수 함수가 step 함수와 곱해진 모양이다.

c. x(n) = cos(0.04πn)+0.2w(n), 0 ≤ n ≤ 50, where w(n) is a Gaussian random sequence with zero mean and unit variance.

```
% 한밭대학교 20191780 육정훈
% Ex2_1c

n = 0:50;

w = randn(size(n));

x = cos(0.04 * pi * n) + 0.2 * w;

stem(n, x); title('Ex 2.1c');
xlabel('n'); ylabel('x(n)');
```



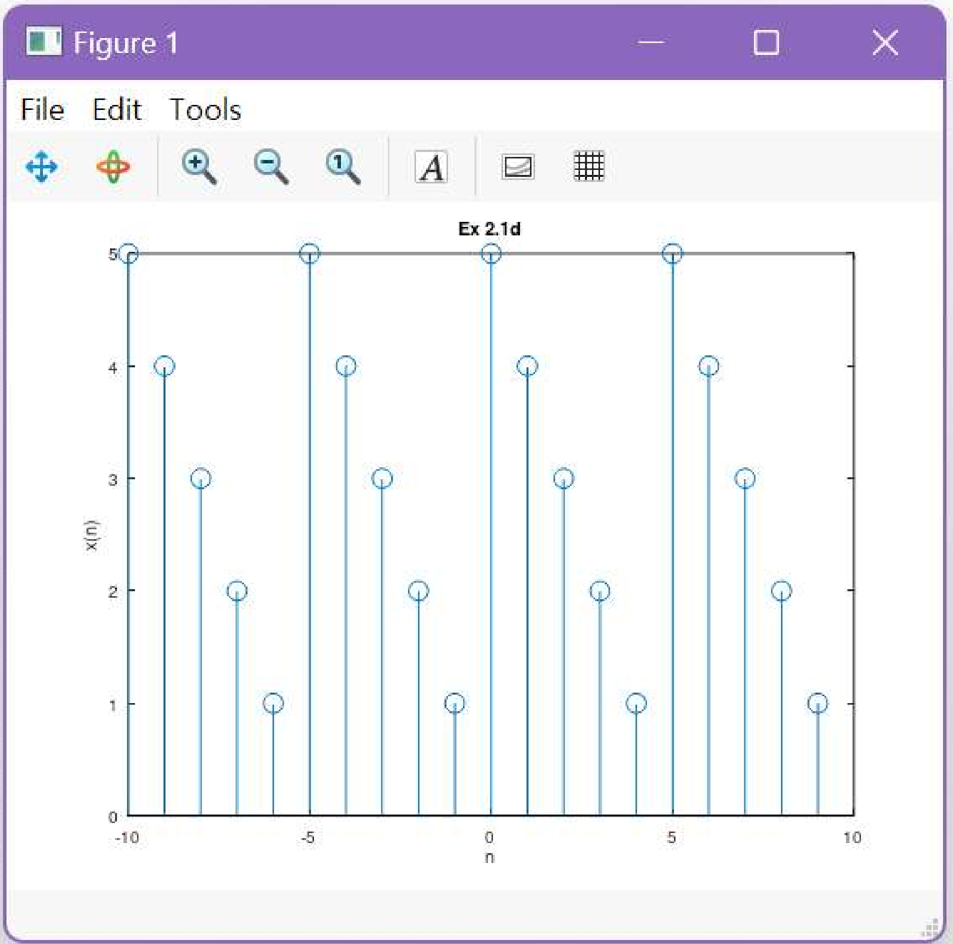
ex2_1c

- 가우시안 분포에 의해 만들어진 w에 0.2를 곱하여 표준편차가 0.2인 가우시안 랜덤 값과 f가 0.02인 cos함수와 더한 시퀀스이다.

d. x˜(n) = {..., 5, 4, 3, 2, 1, 5, 4, 3, 2, 1, 5, 4, 3, 2, 1, ...}; −10 ≤ n ≤ 9.

_1a.m | Ex2_1b.m | Ex2_1c.m | Ex2_1d.m

```
n = [-10 : 9];
x = [5, 4, 3, 2, 1];

x1 = x' * ones(1, 4);
x2 = (x1(:))';

stem(n, x2); title('Ex 2.1d');
xlabel('n'); ylabel('x(n)');
```



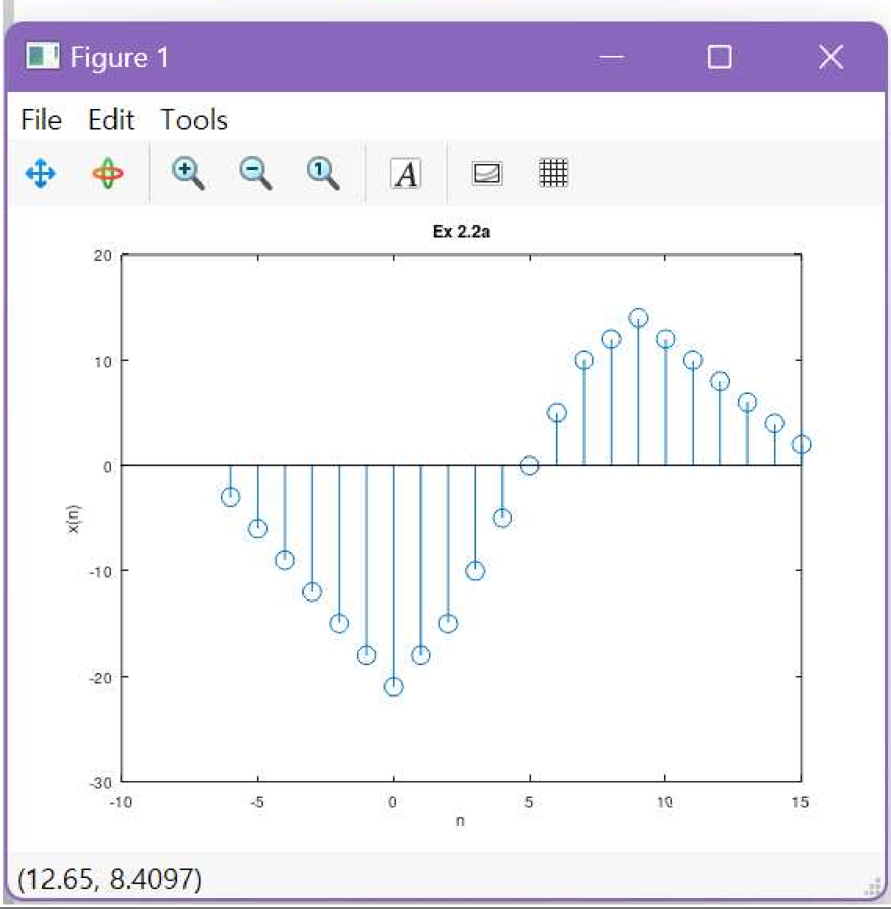
ex2_1d

- 5~1이 반복되는 시퀀스를 만들기 위해 1로 초기화된 (1, 4) 차원의 배열에 5~1 배열의 전치를 곱하여 4개의 구간에서 반복되는 시퀀스를 만듦.

Example 2.2) Let x(n) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1}. Determine and plot the following sequences.

a. x1(n) = 2x(n − 5) − 3x(n + 4)

```
% 한발대학교 20191780 육정훈

x = [1 : 7, 6 : -1 : 1];
n = [-2: 10];

[x1, n1] = sigshift(x, n, 5);
[x2, n2] = sigshift(x, n, -4);
[x3, n3] = sigadd(2*x1, n1, -3*x2, n2, 1);

stem(n3, x3); title('Ex 2.2a'); xlabel('n'); ylabel('x(n)');
```

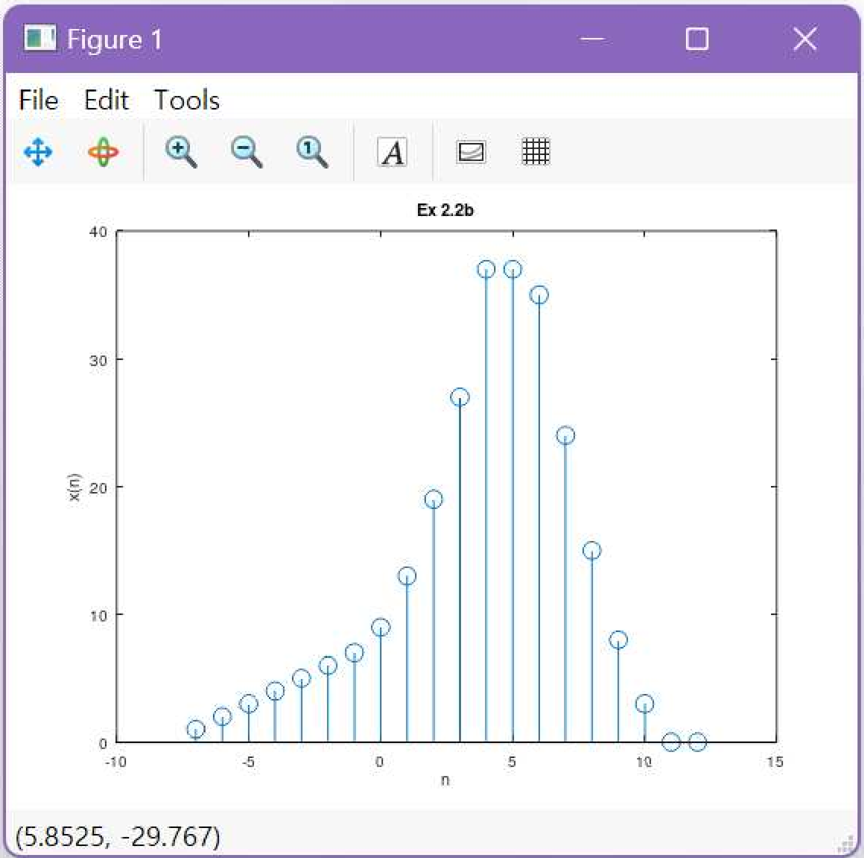


ex2_2a

- 주어진 시퀀스의 index를 설정한 후 sigshift와 sigadd 함수로 주어진 시퀀스를 생성한다.

b. x2(n) = x(3 − n) + x(n) x(n − 2)

```
% 한밭대학교 20191780 육정훈

x = [1 : 7, 6 : -1 : 1];
n = [-2: 10];

[x1, n1] = sigshift(x, n, -3);
[x1, n1] = sigfold(x1, n1);

[x2, n2] = sigshift(x, n, 2);
[x2, n2] = sigmult(x, n, x2, n2, 1);

[x3, n3] = sigadd(x1, n1, x2, n2, 1);

stem(n3, x3); title('Ex 2.2b'); xlabel('n'); ylabel('x(n)');
```



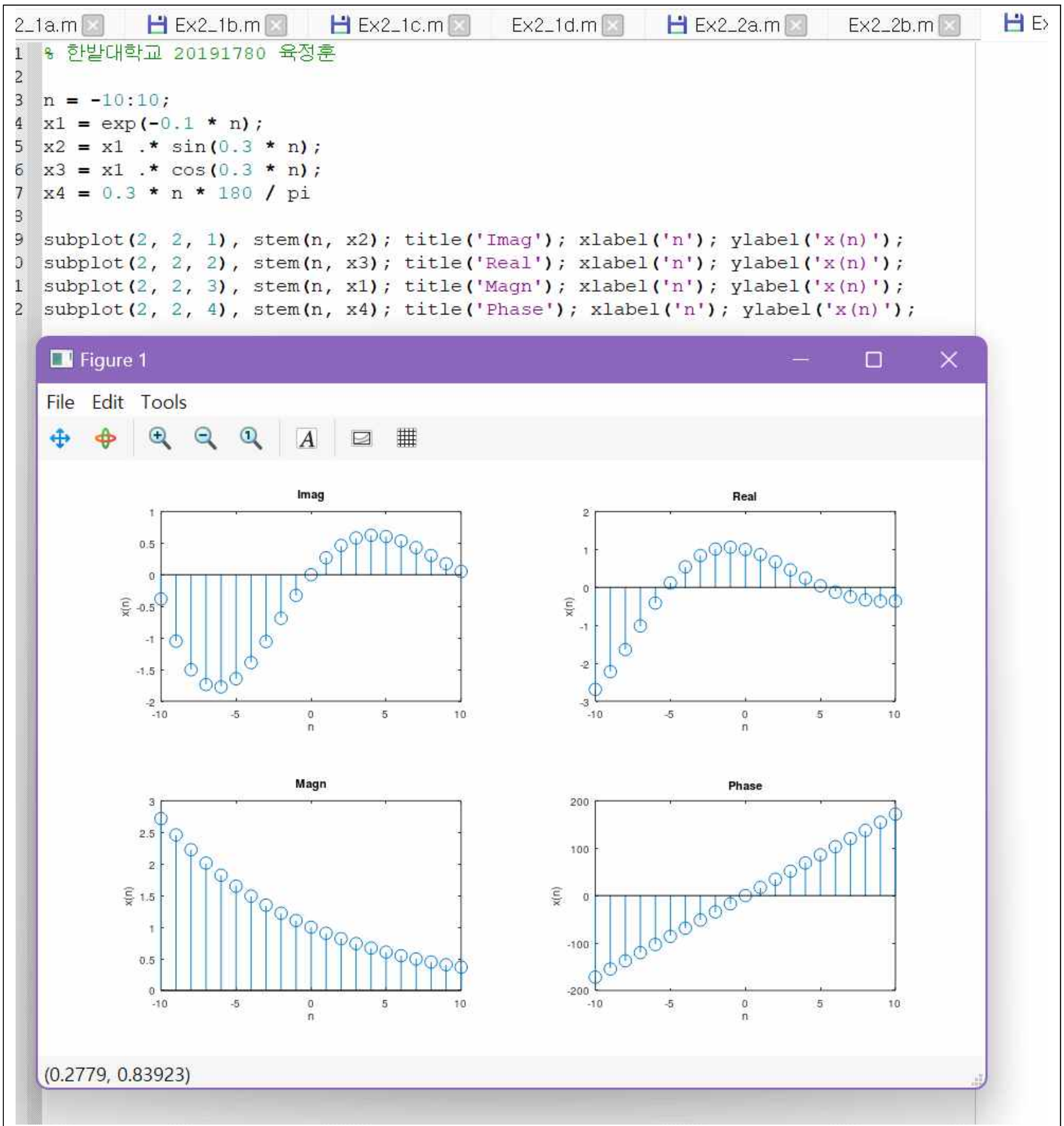
ex2_2b

- 정의된 sigmult 함수를 이용한 시퀀스 만들기

Example 2.3) Generate the complex-valued signal

$$x(n) = e^{(-0.1+j0.3)n}, \quad -10 \le n \le 10$$

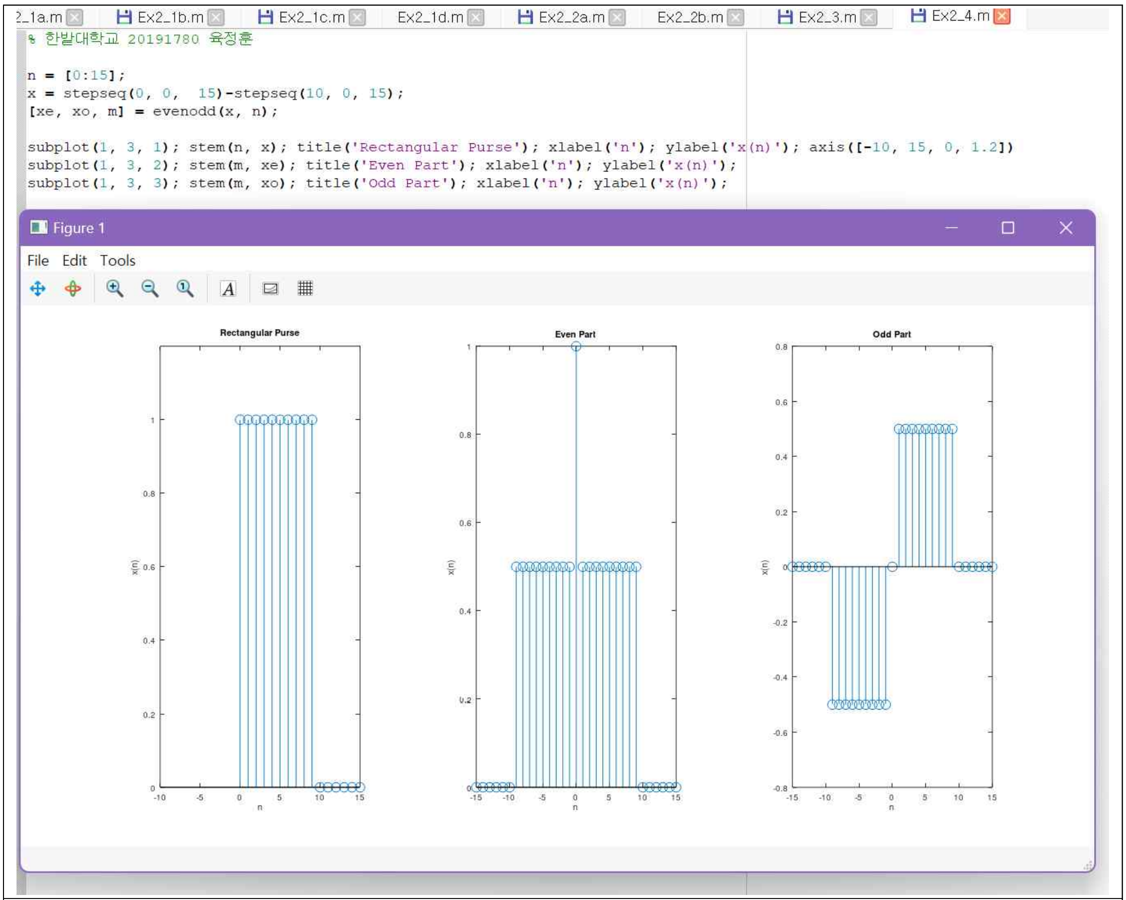
and plot its magnitude, phase, the real part, and the imaginary part in four separate subplots.



ex2_3

- 오일러 공식을 이용하여 허수부와 실수부를 나누어 그린 후, 극형식의 위상과 반지름을 출력함

Example 2.4) Let x(n) = u(n) − u(n − 10). Decompose x(n) into even and odd components.



ex2_4

- evenodd 함수를 이용하여 주어진 시퀀스의 기함수, 우함수 성분을 나누어 출력

Example 2.5) Determine whether the following systems are linear:

- 선형성 검증

I) T[ax(n)] = aT[x(n)]

II) T[x1(n) + x2(n)] = T[x1(n)] + T[x2(n)]

1. y(n) = T[x(n)]=3x^2(n)

$$1.\ y(n) = T[x(n)] = 3x^2(n)$$

$$T[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] = a_1T[x_1(n)] + a_2T[x_2(n)]$$

$$\Rightarrow 3[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)]^2 = 3a_1^2x_1^2(n) + 6a_1a_2x_1(n)x_2(n)$$

$$\neq 3a_1^2x_1^2(n) + 3a_2^2x_2^2(n)$$

-> Not Linear

2. y(n)=2x(n − 2)+5

$$2.\ y(n) = 2x(n-2) + 5$$

$$\Rightarrow 2[a_1x_1(n-2) + a_2x_2(n-2)] + 5$$

$$= 2a_1x_1(n-2) + 2a_2x_2(n-2) + 5$$

$$\neq 2a_1x_1(n-2) + 5 + 2a_2x_2(n-2) + 5$$

-> Not Linear

3. $y(n) = x(n + 1) - x(n - 1)$

3. $y(n) = x(n+1) - x(n-1)$

$\Rightarrow a_1 x_1(n+1) - a_1 x_1(n-1) + a_2 x_2(n+1) - a_2 x_2(n-1)$

$= a_1 [x_1(n+1) - x_1(n-1)] + a_2 [x_2(n+1) - x_2(n-1)]$

$= a_1 y_1(n) + a_2 y_2(n)$

-> Linear

Example 2.6) Determine whether the following linear systems are time-invariant.

-시간 불변성 검증
I) S[x(n-k)] = y(n-k)

1. $y(n) = L[x(n)] = 10 \sin(0.1\pi n)\, x(n)$

1. $y(n) = L[x(n)] = 10\sin(0{,}1\pi n)x(n)$

$y(n-k) = 10\sin(0{,}1\pi(n-k))x(n-k)$

$L[x(n-k)] = 10\sin(0{,}1\pi n)x(n-k)$

$y(n-k) \neq L[x(n-k)]$ 이므로 시불변 시스템X.

2. $y(n) = L[x(n)] = x(n + 1) - x(1 - n)$

2. $y(n) = L[x(n)] = x(n+1) - x(1-n)$

$L[x(n-k)] = x(n-k+1) - x(1-n+k)$.

$y(n-k) = x(n+1-k) - x(1-n-k)$

$L[x(n-k)] \neq y(n-k)$ 이므로 시불변 X.

3. y(n) = L[x(n)] = 1/4 x(n) + 1/2 x(n-1) + 1/4 x(n-2)

3. $y(n) = L[x(n)] = \frac{1}{4}x(n) + \frac{1}{2}x(n-1) + \frac{1}{4}x(n-2)$

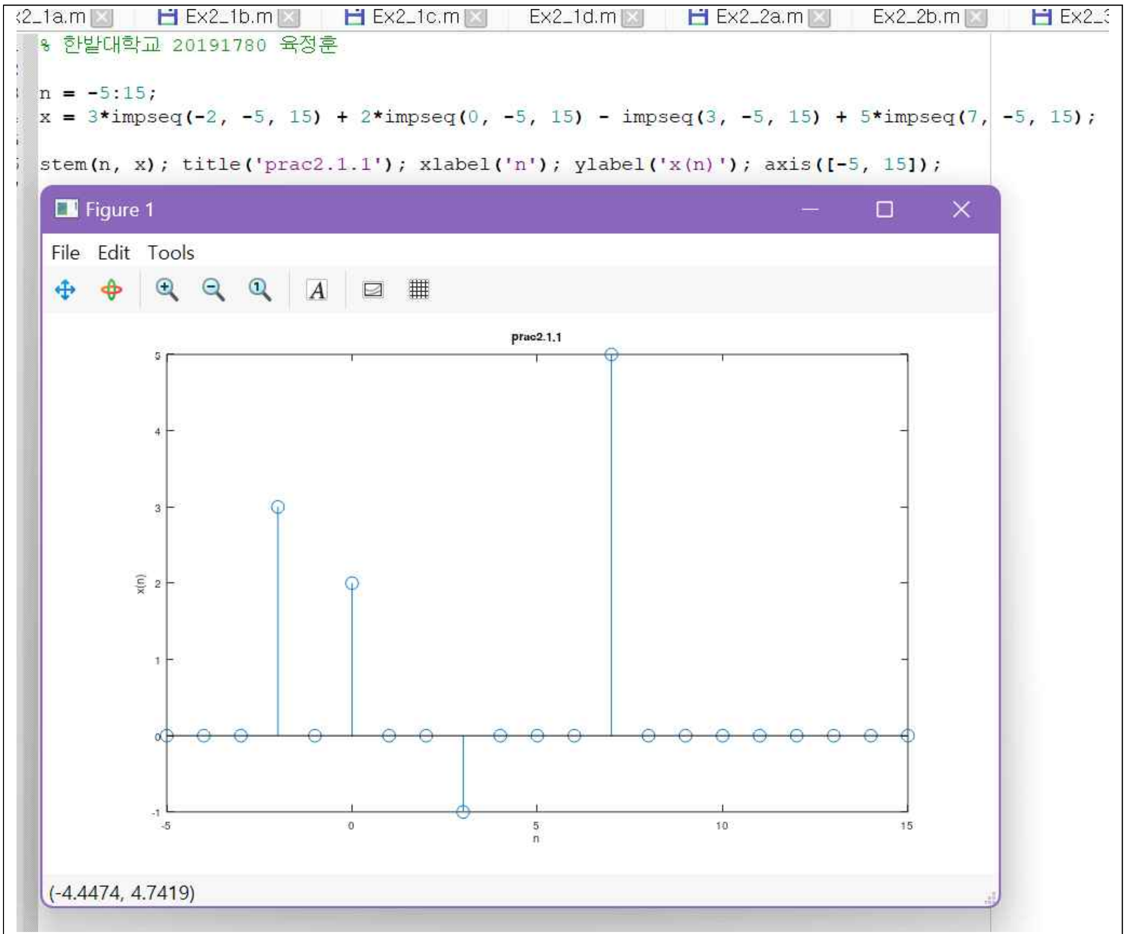
$$y(n-k) = \frac{1}{4}x(n-k) + \frac{1}{2}x(n-1-k) + \frac{1}{4}x(n-2-k)$$

$$L[x(n-k)] = \frac{1}{4}x(n-k) + \frac{1}{2}x(n-k-1) + \frac{1}{4}x(n-k-2)$$

$y(n-k) = L[x(n-k)]$ 이므로 시불변 시스템.

P2.1) Generate the following sequences using the basic MATLAB signal functions and the basic MATLAB signal operations discussed in this chapter. Plot signal samples using the stem function.

1. $x1(n) = 3\delta(n+2) + 2\delta(n) - \delta(n-3) + 5\delta(n-7), \ -5 \le n \le 15.$



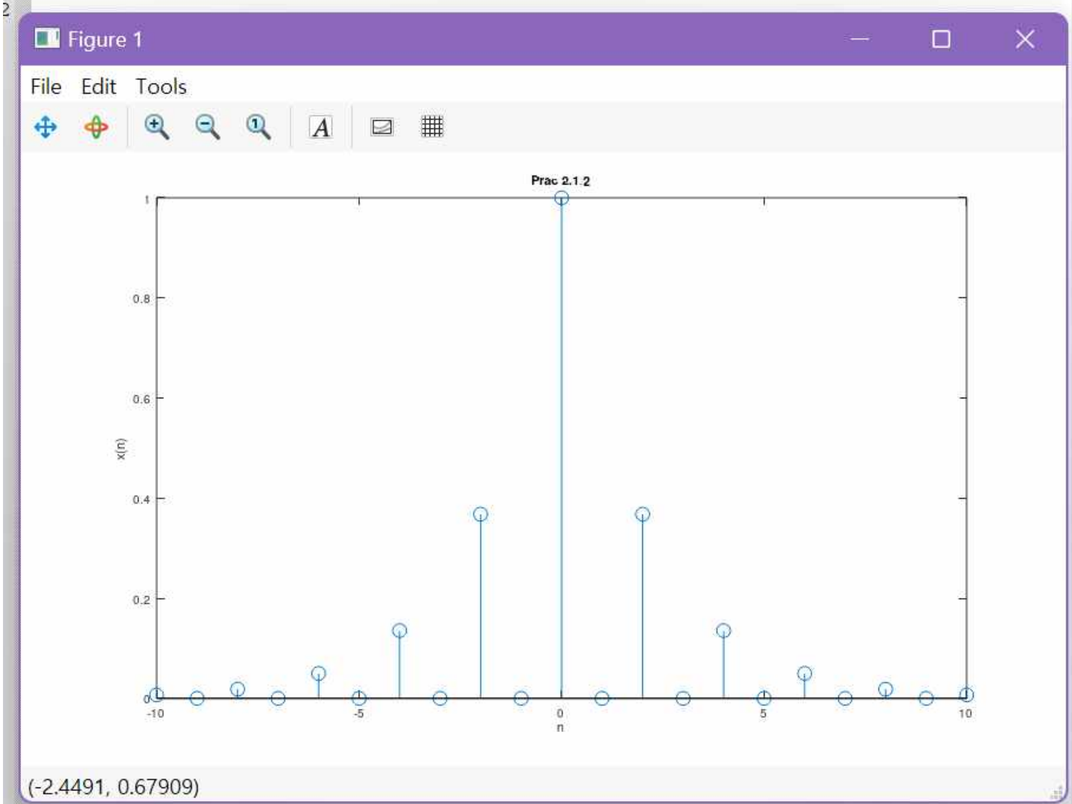
p2.1-1

- 임펄스 시퀀스들의 합으로 이루어진 시퀀스 출력

2.

$$x_2(n) = \sum_{k=-5}^{5} e^{-|k|}\delta(n-2k),\ -10 \le n \le 10.$$

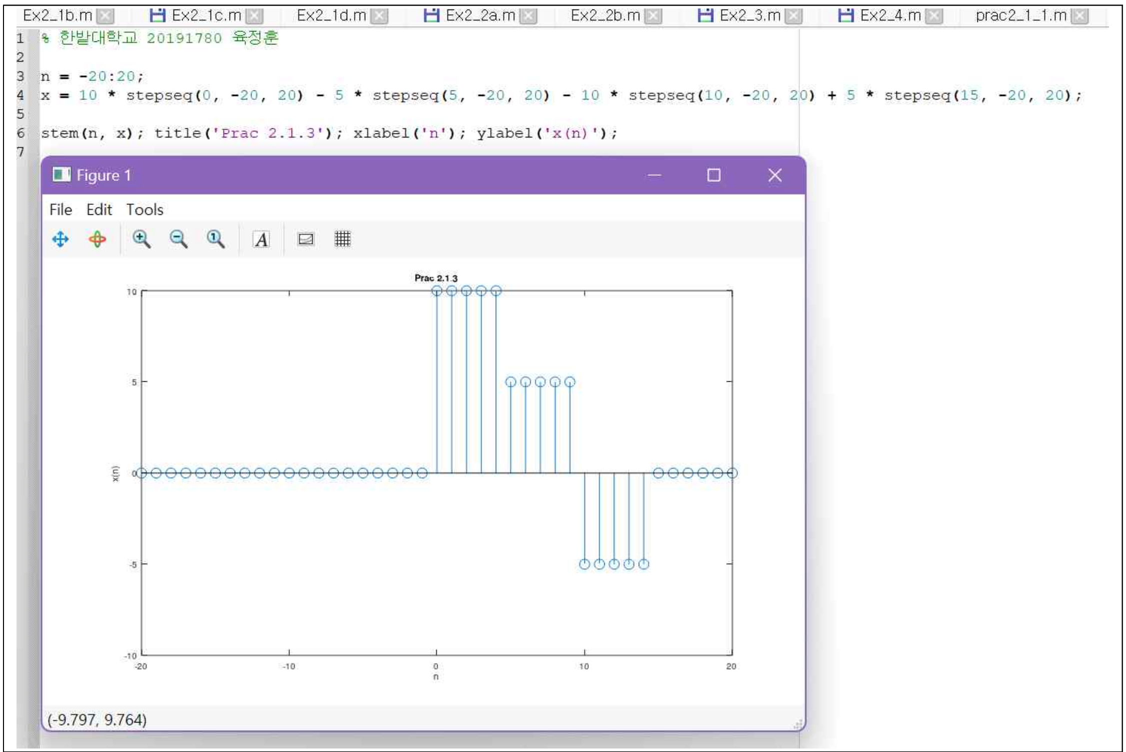
```
% 한밭대학교 20191780 육정훈

n = -10:10;
k = -5:5;
x = zeros(size(n));

for i=k
  x = x + exp(-abs(i)) .* impseq(2*i, -10, 10);
end

stem(n, x); title('Prac 2.1.2'); xlabel('n'); ylabel('x(n)');
```



p2.1-2

- 0으로 초기화된 x를 만든 후 2k만큼 shift된 임펄스 신호에 e^|k|가 곱해진 신호를 누적하여 출력

3. 3. x3(n) = 10u(n) − 5u(n − 5) − 10u(n − 10) + 5u(n − 15)

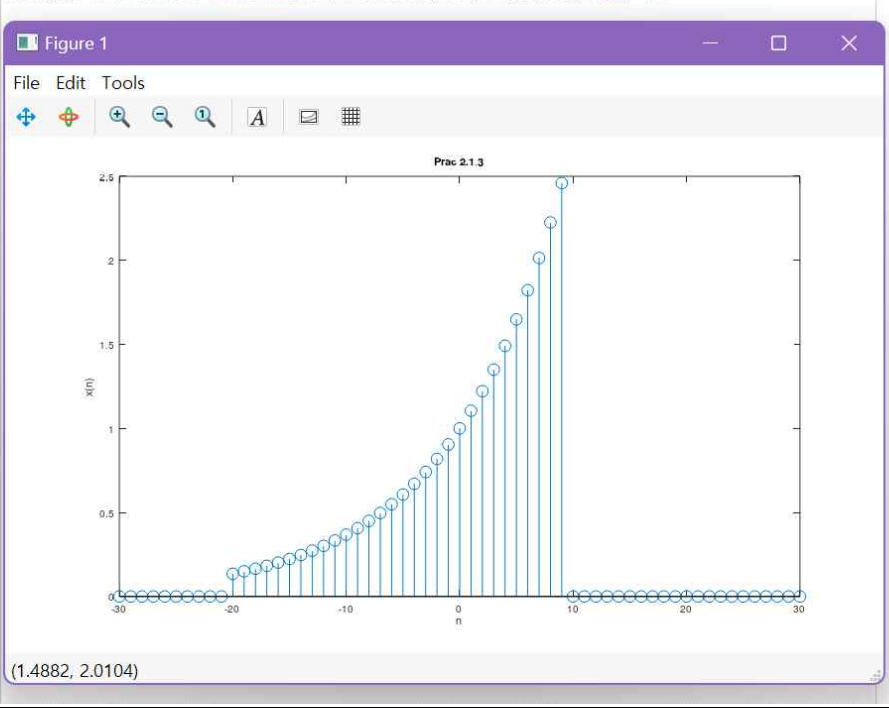


p2.1-3

- step함수의 shift와 상수곱을 통해 만들어진 시퀀스들의 합의 출력

4. x4(n) = e^(0.1n) * [u(n + 20) − u(n − 10)].

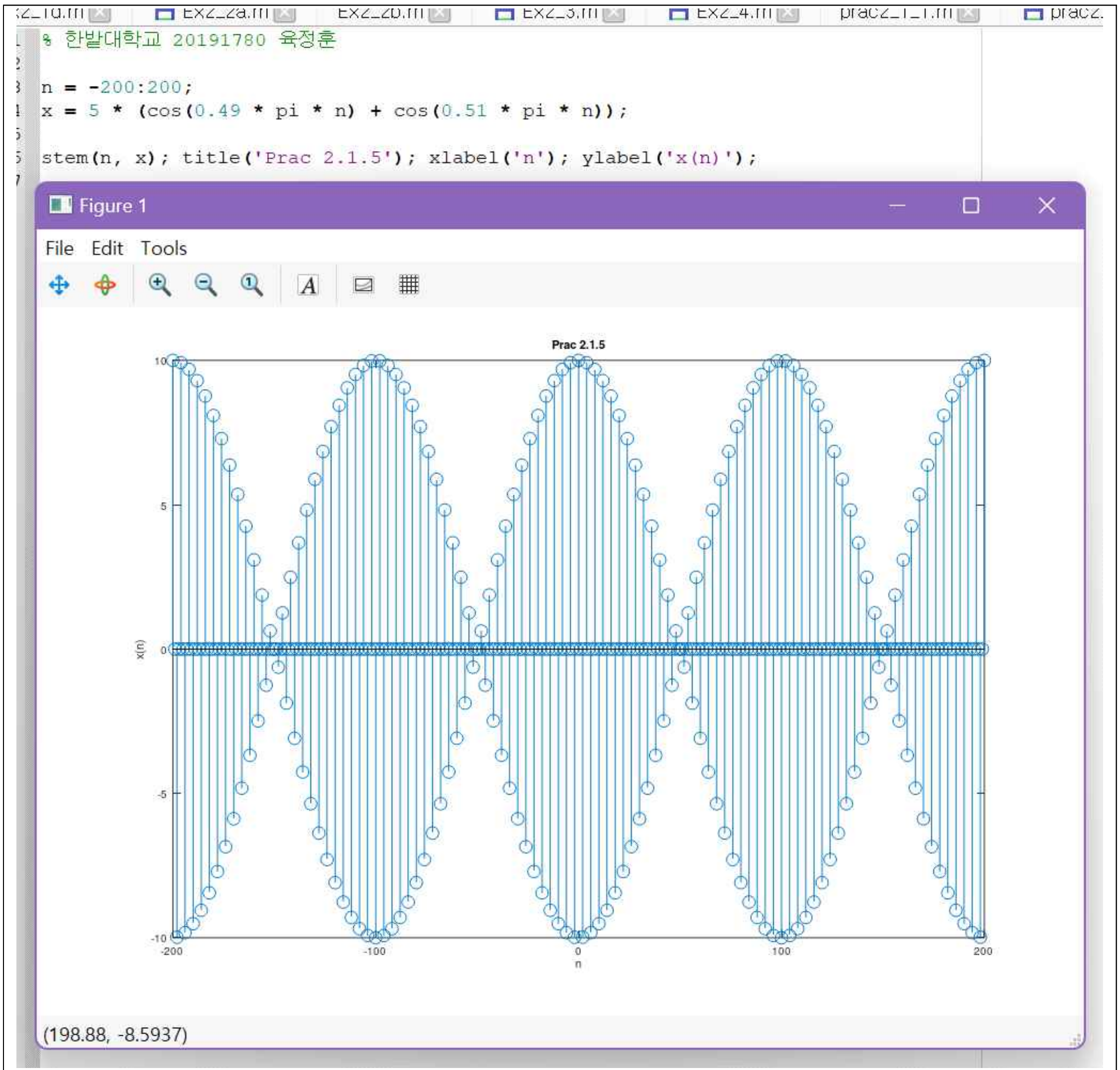
```
% 한밭대학교 20191780 육정훈

n = -30:30;
x1 = stepseq(-20, -30, 30) - stepseq(10, -30, 30);
x = exp(0.1 * n) .* x1;

stem(n, x); title('Prac 2.1.3'); xlabel('n'); ylabel('x(n)');
```



p2.1-4

- step 함수들의 합으로 일정 구간에서 1인 시퀀스를 만든 후 지수값을 곱하여 해당 구간의 지수함수 시퀀스를 출력

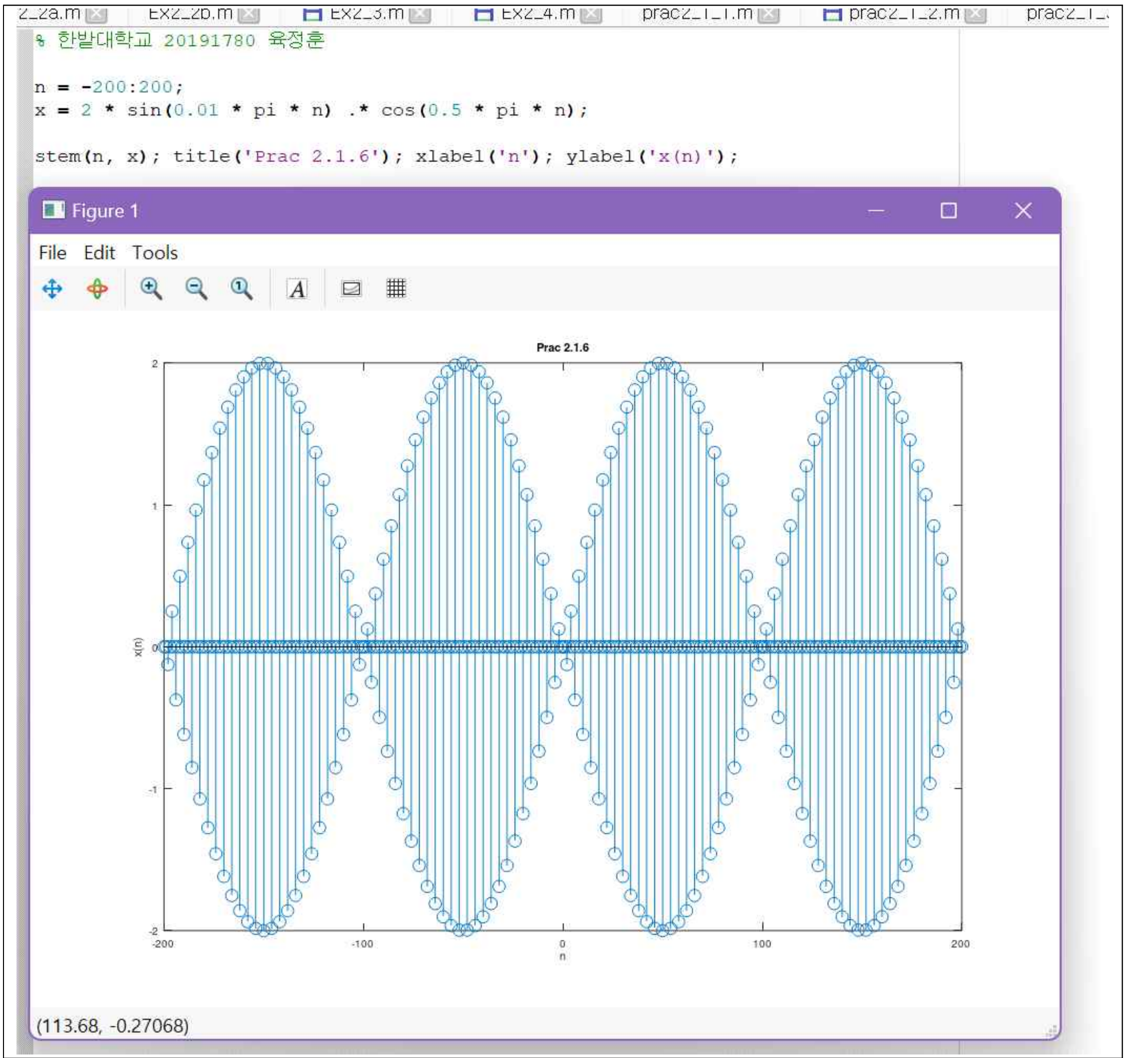
5. x5(n) = 5[cos(0.49πn) + cos(0.51πn)], −200 ≤ n ≤ 200.



p2.1-5

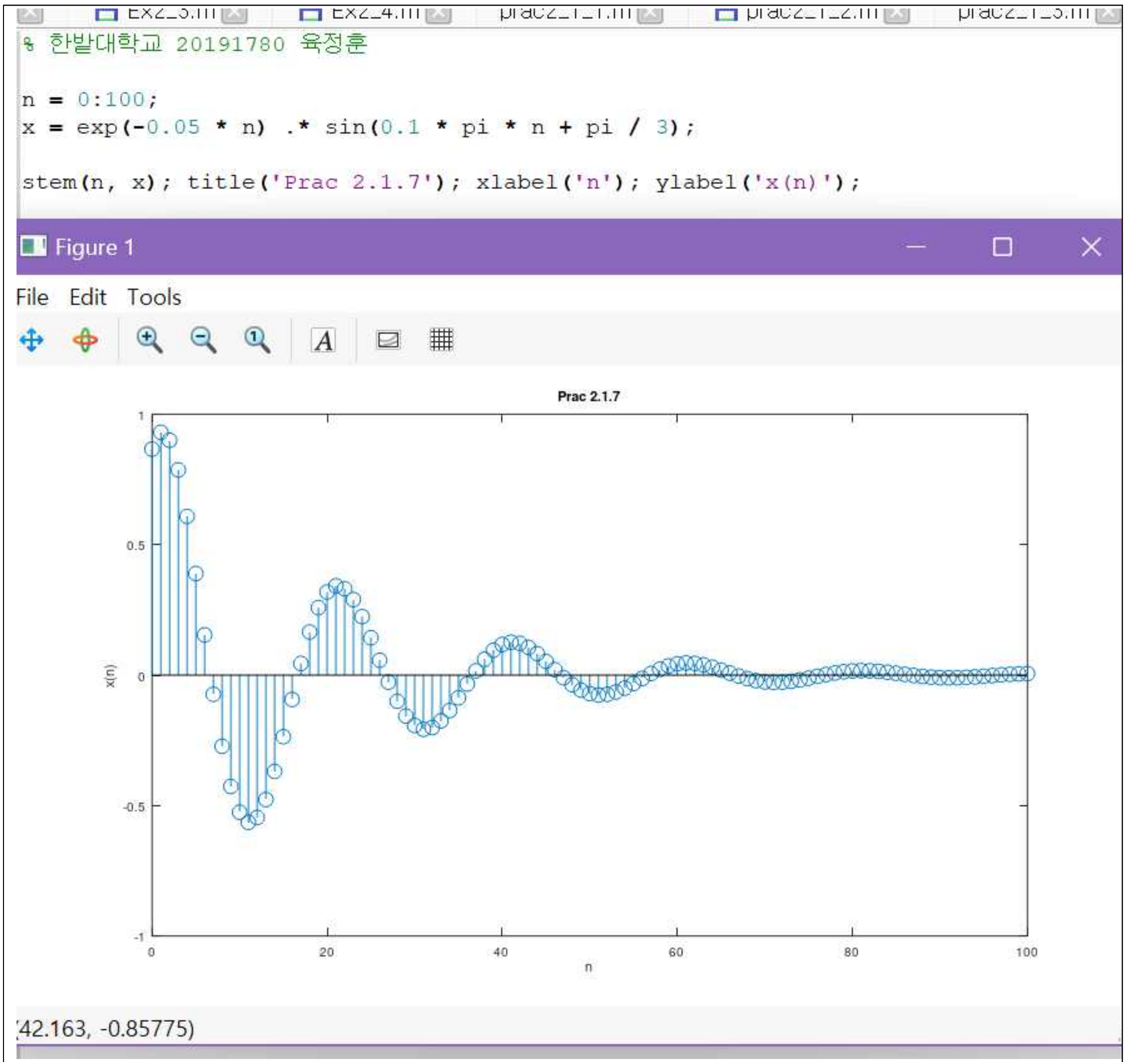
- f = 0.245를 가지는 cos와 0.255를 가지는 sin 시퀀스의 합으로 출력된 시퀀스(주기)

6. x6(n)=2 sin(0.01πn) cos(0.5πn), −200 ≤ n ≤ 200.



p2.1-6

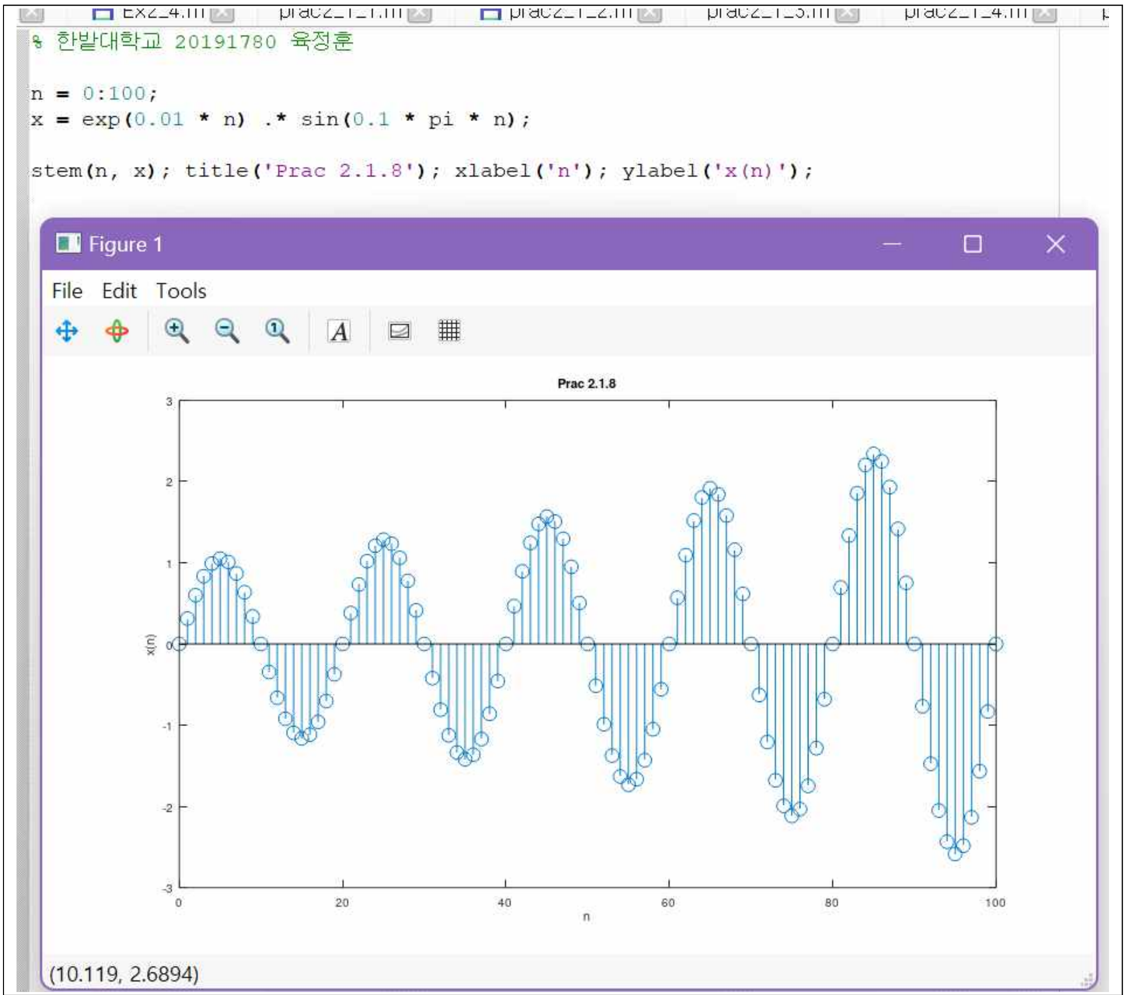
7. x7(n) = e^(−0.05n) * sin(0.1πn + π/3), 0 ≤ n ≤ 100.



p2.1-7

- 점점 작아지는 지수값을 주기 함수 sin에 곱하여 점점 0으로 수렴하는 시퀀스

8. $x8(n) = e^{(0.01n)} * \sin(0.1\pi n),\ 0 \le n \le 100$

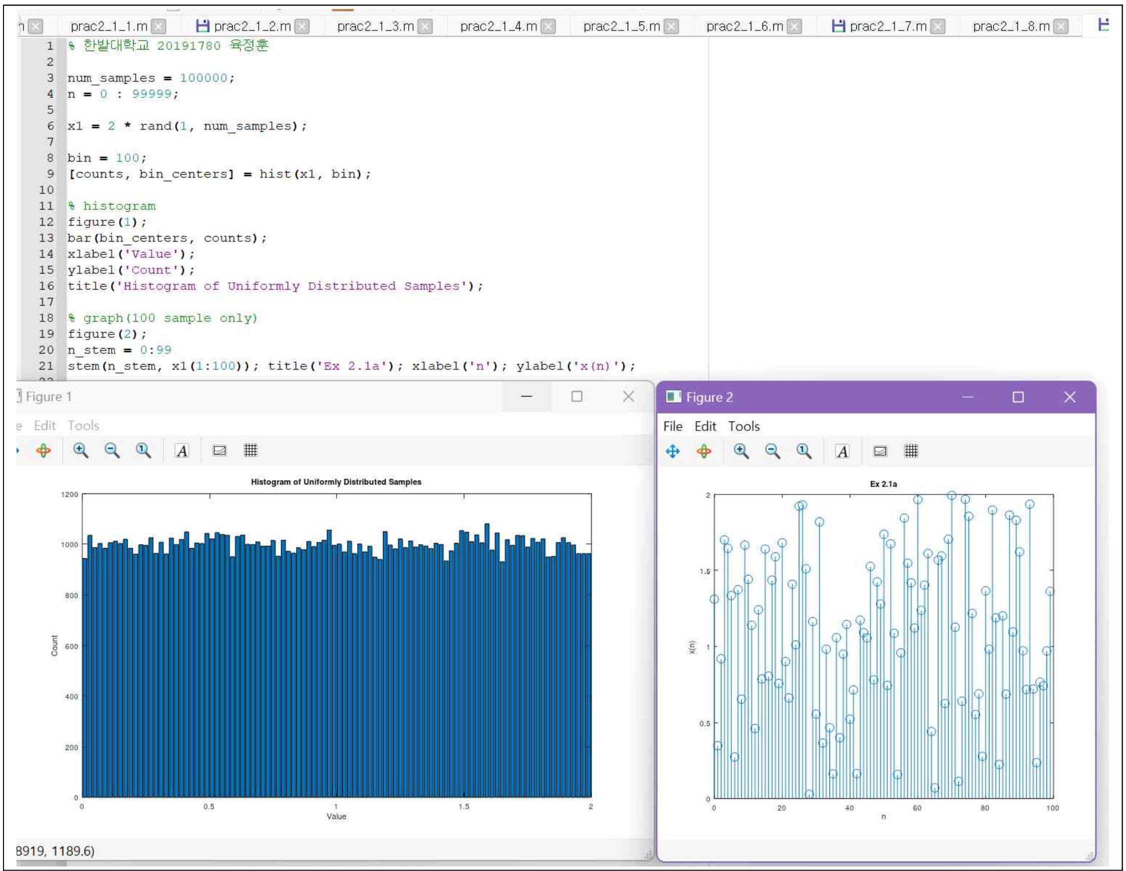


p2.1-8

- 위의 문제와 반대로 점점 커지는 지수 값을 주기 함수에 곱하여 점점 발산하는 시퀀스

P2.2) Generate the following random sequences and obtain their histogram using the hist function with 100 bins. Use the bar function to plot each histogram.

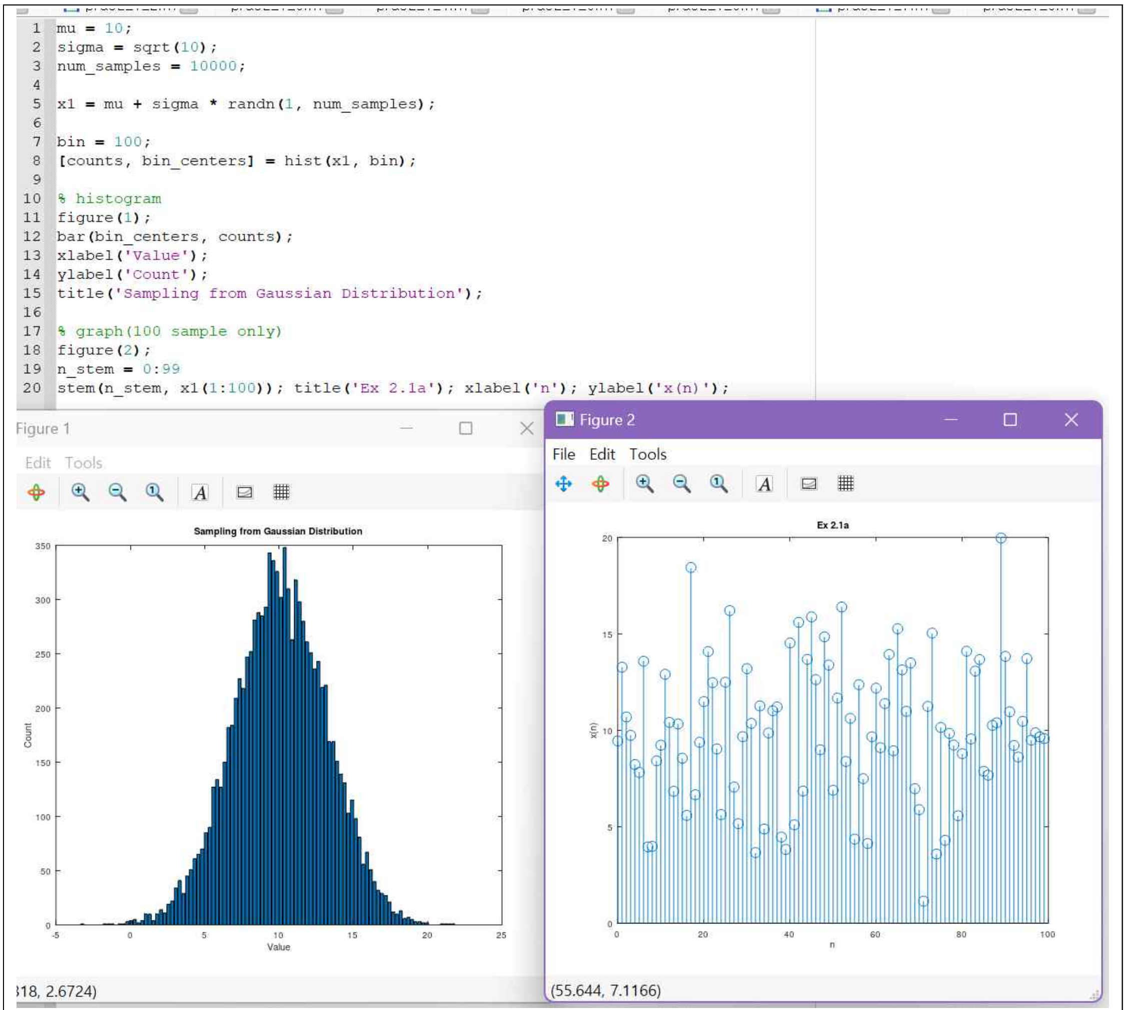
1. x1(n) is a random sequence whose samples are independent and uniformly distributed over [0, 2] interval. Generate 100,000 samples.



p2.2-1

- uniform distribution을 사용하기 위해 rand 함수를 사용하여 샘플을 만듦
- 확률이 일정하므로 히스토그램 값이 거의 동일함

2. x2(n) is a Gaussian random sequence whose samples are independent with mean 10 and variance 10. Generate 10,000 samples.

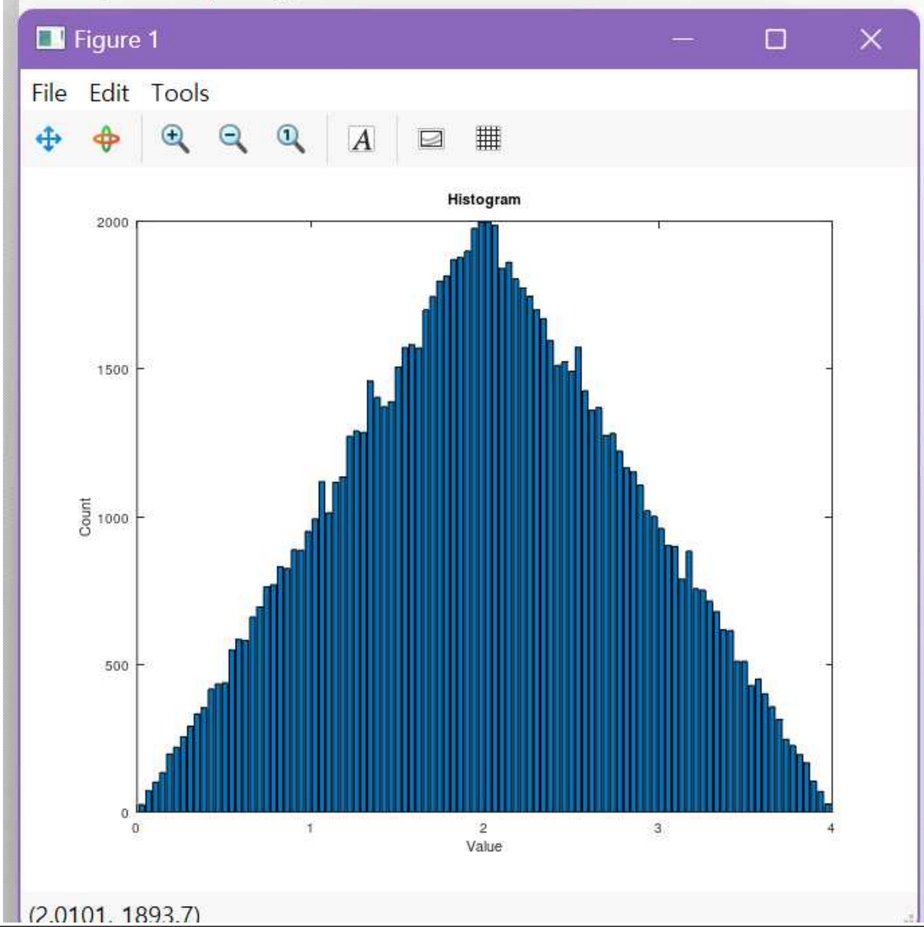


p2.2-2

- 평균이 10이고 분산이 10인 가우시안 분포에서 샘플을 만들기 위해 randn 함수에 10의 제곱근을 곱한 후 10을 더함
- 가우시안 분포는 평균에 몰려있으므로 위와 같은 히스토그램값 확인

3. x3(n) = x1(n) + x1(n − 1) where x1(n) is the random sequence given in part 1 above. Comment on the shape of this histogram and explain the shape.

```
sample_num = 100000;
n = 0:99999;
x1 = 2 * rand(1, sample_num);
[x2, n2] = sigshift(x1, n, 1);
[x3, n3] = sigadd(x1, n, x2, n2, 1);

bin = 100;
[counts, bin_centers] = hist(x3, bin);

% histogram
figure(1);
bar(bin_centers, counts);
xlabel('Value');
ylabel('Count');
title('Histogram');
```

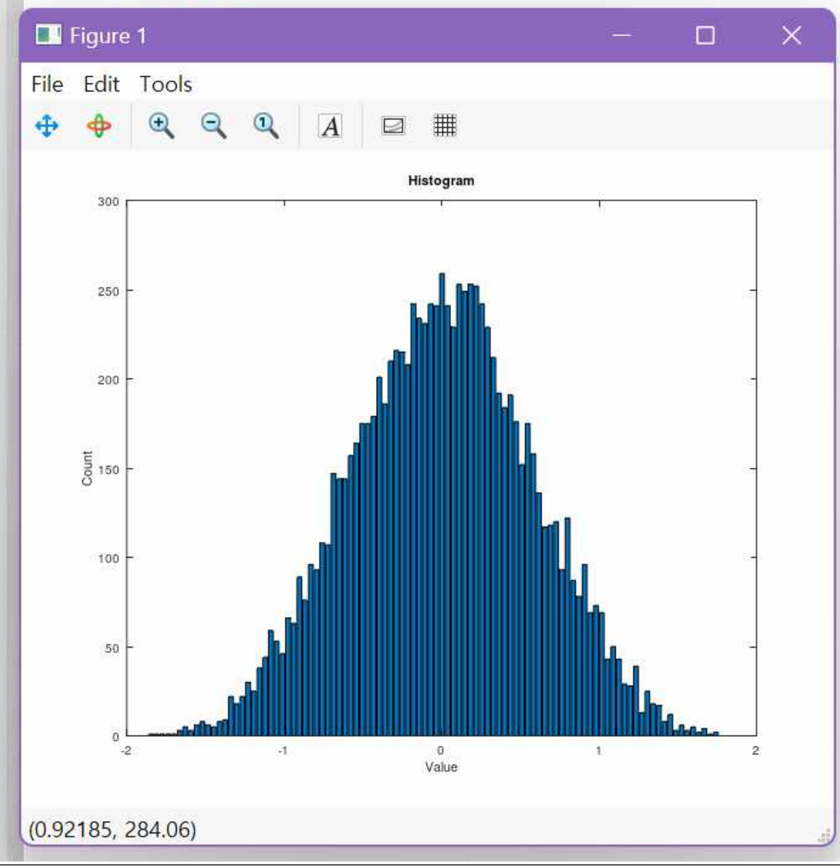


p2.2-3

- uniform한 두 값의 분포의 합이므로 합의 경우 중 중간값이 가장 많은 모양의 분포 생성

4. $x_4(n) = \sum_{k=1}^{4} y_k(n)$ where each random sequence $y_k(n)$ is independent of others with samples uniformly distributed over $[-0.5, 0.5]$. Comment on the shape of this histogram.

```
k = 1:4;
sample_num = 10000;

x = zeros(1, sample_num);

for i = k
  x = x + rand(1, sample_num) - 0.5;
end

bin = 100;
[counts, bin_centers] = hist(x, bin);

% histogram
figure(1);
bar(bin_centers, counts);
xlabel('Value');
ylabel('Count');
title('Histogram');
```



p2.2-4

- 위와 동일한 이유로 4번의 합으로 나올 수 있는 경우의 중간값에 가장 많은 빈도수를 보임

P2.5 The complex exponential sequence $e^{j\omega_0 n}$ or the sinusoidal sequence $\cos(\omega_0 n)$ are periodic if the *normalized* frequency $f_0 \triangleq \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ is a rational number; that is, $f_0 = \dfrac{K}{N}$, where K and N are integers.

1. Prove the above result.

P2.5

$$e^{j\omega_0 n} \xrightarrow{\omega_0 = 2\pi f_0} e^{j\cdot 2\pi f_0 n}, \quad f_0 = \frac{k}{N} \Rightarrow 주기 : N$$

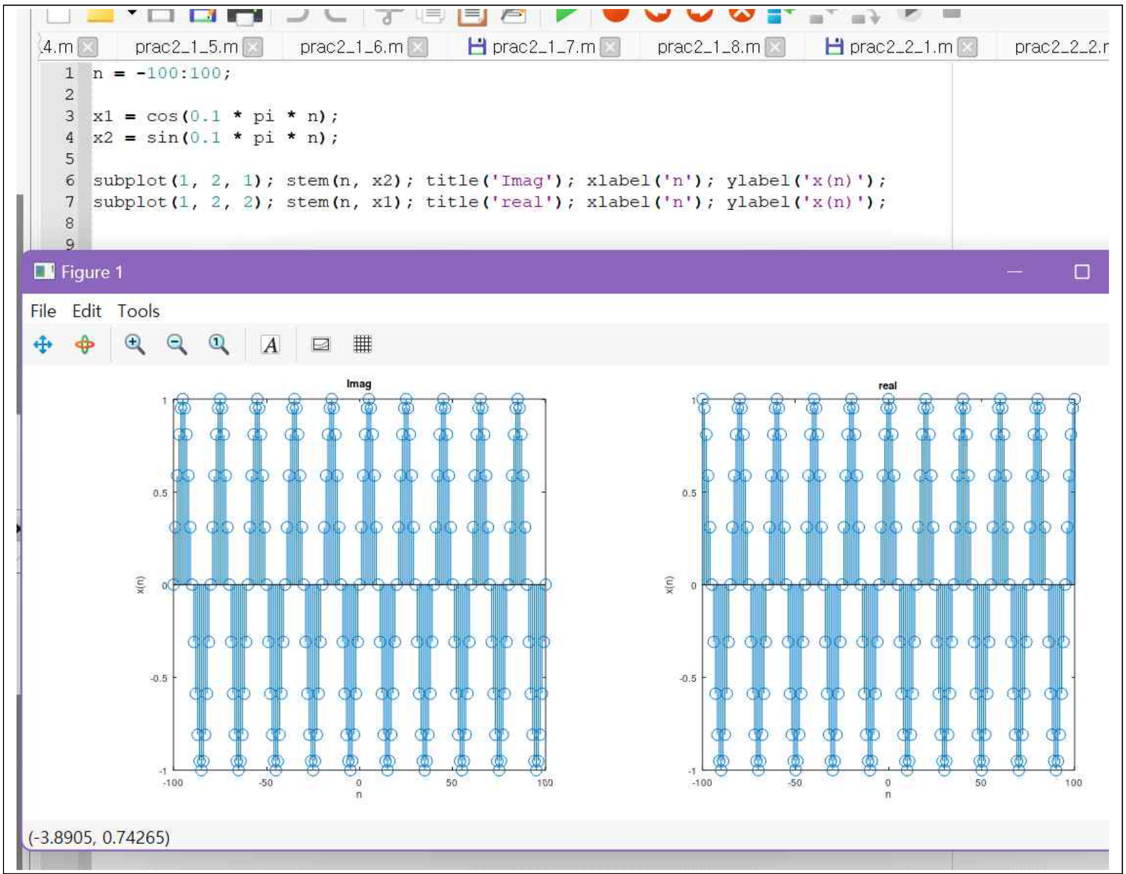
$$e^{j\cdot 2\pi f_0 n} = e^{j\cdot 2\pi f_0 (n+N)}$$

$$\Rightarrow \cos(2\pi f_0 n) + j\sin(2\pi f_0 n) = \cos(2\pi f_0 (n+N)) + j\sin(2\pi f_0 (n+N))$$

$$2\pi f_0 N = 2\pi k, \quad \boxed{f_0 N = k.}$$

p2.5-1

2. Generate exp(0.1πn), $-100 \le n \le 100$. Plot its real and imaginary parts using the stem function. Is this sequence periodic? If it is, what is its fundamental period? From the examination of the plot what interpretation can you give to the integers K and N above?



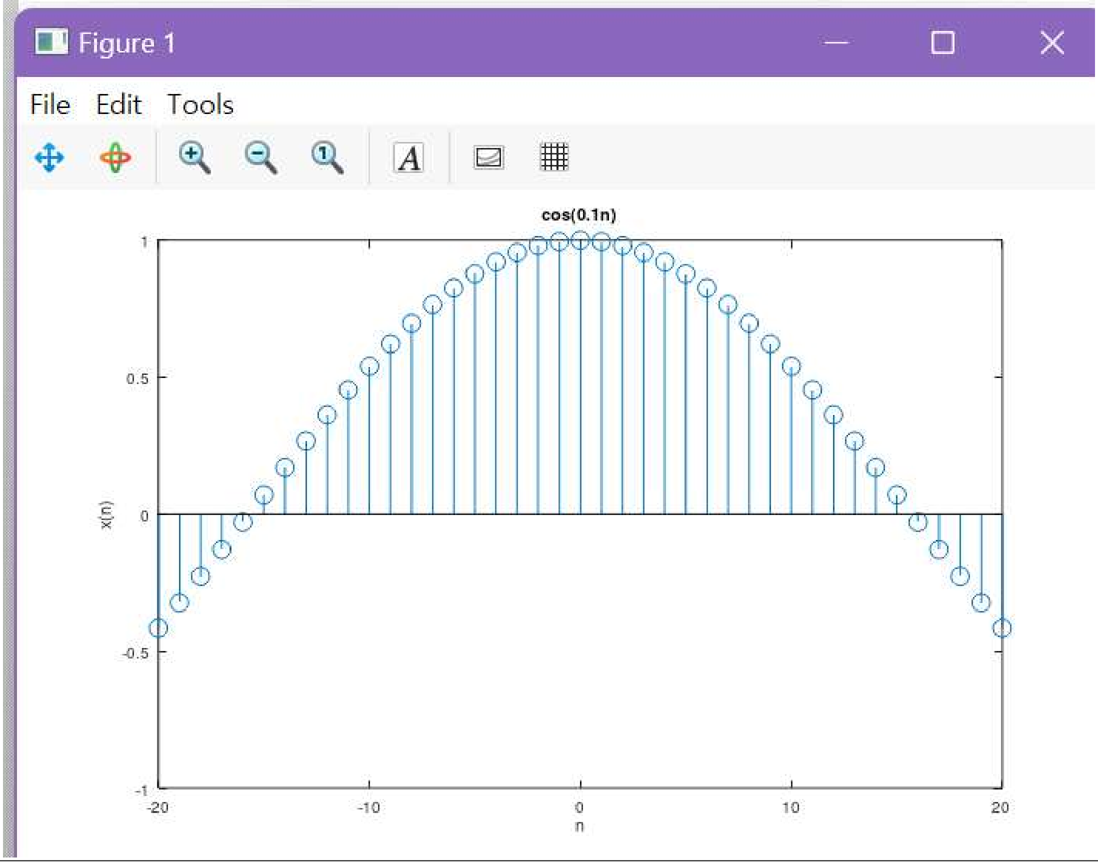
p2.5-2

2. $W_0 = 2\pi f_0$, $W_0 = 0.1\pi = 2\pi f_0$.

$f_0 = \frac{\pi}{10} \times \frac{1}{2\pi} = \frac{1}{20}$ 이므로 periodic.

3. Generate and plot cos(0.1n), $-20 \le n \le 20$. Is this sequence periodic? What do you conclude from the plot? If necessary examine the values of the sequence in MATLAB to arrive at your answer.

```
% 한밭대학교 20191780 육정훈

n = -20 : 20;
x = cos(0.1 * n);

stem(n, x); title('cos(0.1n)'); xlabel('n'); ylabel('x(n)');
```



p2.5-3

3. $\cos(0.1n)$

$\Rightarrow w_0 = 0.1,\ 2\pi f_0 = \frac{1}{10},\ f_0 = \frac{1}{20\pi}$ 이므로

not periodic.

p2.8

1. Develop a MATLAB function **dnsample** that has the form

```
function [y,m] = dnsample(x,n,M)
% Downsample sequence x(n) by a factor M to obtain y(m)
```

to implement the above operation. Use the indexing mechanism of MATLAB with careful attention to the origin of the time axis $n = 0$.

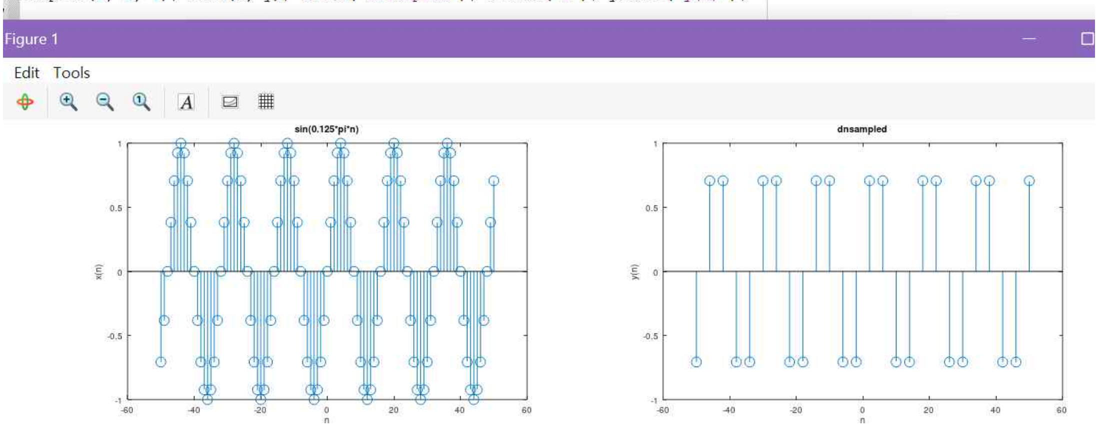
```
% 한발대학교 20191780 육정훈

function [y, m] = dnsample(x, n, M)
  y = x(1:M:end);
  m = n(1:M:end);
```

p2.8-1

- M의 간격으로 x 시퀀스를 샘플링
- 기존 인덱스인 n 또한 M으로 샘플링하여 시퀀스에 맞춰줌

2. Generate x(n) = sin(0.125πn), − 50 ≤ n ≤ 50. Decimate x(n) by a factor of 4 to generate y(n). Plot both x(n) and y(n) using subplot and comment on the results.

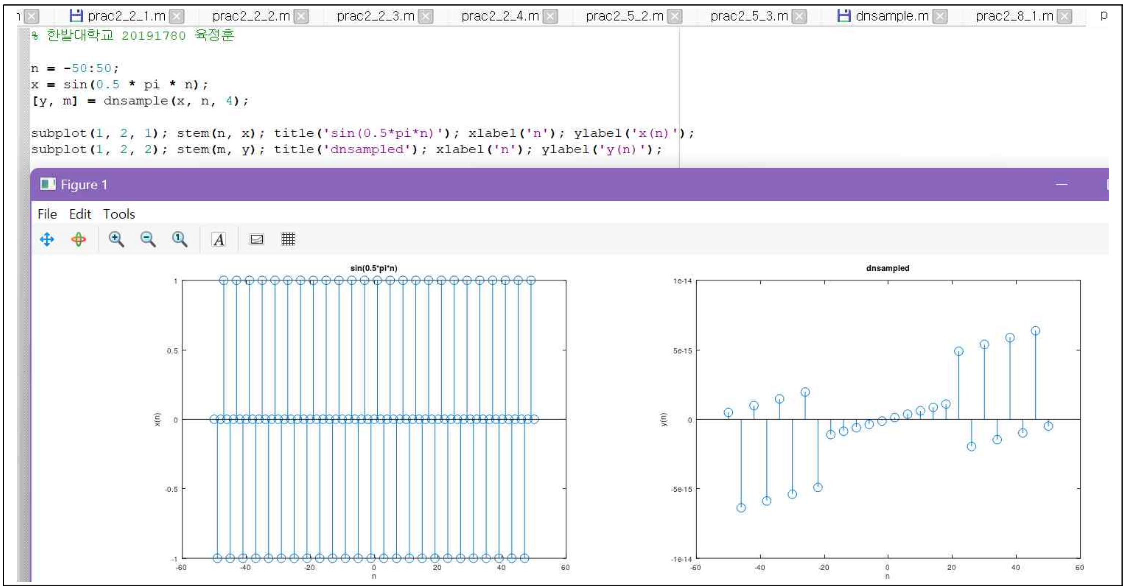
```
n = -50:50;
x = sin(0.125 * pi * n);
[y, m] = dnsample(x, n, 4);

subplot(1, 2, 1); stem(n, x); title('sin(0.125*pi*n)'); xlabel('n'); ylabel('x(n)');
subplot(1, 2, 2); stem(m, y); title('dnsampled'); xlabel('n'); ylabel('y(n)');
```



p2.8-2

- n -> 4n으로 샘플링한 결과

3. Repeat the above using $x(n) = \sin(0.5\pi n)$, $-50 \le n \le 50$. Qualitatively discuss the effect of down-sampling on signals.



p2.8-3

- 위와 동일하게 n -> 4n으로 다운샘플링, 이때 주기가 유실되는 문제 발생