## UFMG/ICEx/DCC

DCC111 – MATEMÁTICA DISCRETA

## LISTA DE EXERCÍCIOS 1 FUNDAMENTOS DA LÓGICA - LÓGICA PROPOSICIONAL

Ciências Exatas & Engenharias

 $1^{\circ}$  Semestre de 2014

- 1. Construa a tabela da verdade para a seguinte proposição:  $E = (p \lor (\neg p \lor q)) \land \neg (q \land \neg r)$
- 2. Mostre se as expressões  $E_1$  e  $E_2$  são equivalentes logicamente:

$$E_1 = (s \to (p \land \neg r)) \land ((p \to (r \lor q)) \land s)$$
  
$$E_2 = (p \land q \land \neg r \land s) \lor \neg (p \lor s)$$

3. Faça a simplificação lógica da seguinte expressão usando apenas as leis da lógica:

$$(p \wedge (\neg (\neg p \vee q))) \vee (p \wedge q)$$

- 4. Mostre se o seguinte argumento é válido ou não usando as formas válidas de argumentos. Em cada passo, identifique a razão para se obter a conclusão:
  - (a)  $\neg p \rightarrow r \land \neg s$
  - (b)  $t \rightarrow s$
  - (c)  $u \rightarrow \neg p$
  - (d)  $\neg w$
  - (e)  $u \vee w$
  - (f)  $\therefore \neg t \lor w$
- 5. O famoso detetive Percule Hoirot foi chamado para resolver um assassinato misterioso. Ele determinou os seguintes fatos:
  - (a) Lord Charles, o homem assassinado, foi morto com uma pancada na cabeça com um castiçal.
  - (b) Ou Lady Camila ou a empregada Sara estavam na sala de jantar no momento do assassinato.
  - (c) Se o cozinheiro estava na cozinha no momento do assassinato, então o açougueiro matou Lord Charles com uma dose fatal de arsênico.
  - (d) Se Lady Camila estava na sala de jantar no momento do assassinato, então o motorista matou Lord Charles.
  - (e) Se o cozinheiro não estava na cozinha no momento do assassinato, então Sara não estava na sala de jantar quando o assassinato ocorreu.
  - (f) Se Sara estava na sala de jantar no momento do assassinato, então o ajudante pessoal de Lord Charles o matou.

É possível para o detetive Percule Hoirot deduzir quem matou Lorde Charles? Se sim, quem é o assassino?

- 6. Construa a tabela da verdade para a seguinte proposição:  $E = (p \oplus q) \land (p \oplus \neg q)$
- 7. Construa a tabela da verdade para a seguinte proposição:  $E = (\neg p \leftrightarrow \neg q) \rightarrow (p \rightarrow \neg r)$
- 8. Seja a tabela da verdade do operador ⊙:

p	q	$p\odot q$
V	V	V
V	$\mathbf{F}$	F
F	V	F
F	F	V

- (a) O operador  $\odot$  segue a lei da associatividade com o operador  $\wedge$ , i.e.,  $(x \odot y) \wedge z \stackrel{?}{\equiv} x \odot (y \wedge z)$ .
- (b) O operador  $\odot$  segue a lei da distributividade com o operador  $\wedge$ , i.e.,  $x \odot (y \wedge z) \stackrel{?}{=} (x \odot y) \wedge (x \odot z)$ .
- 9. Mostre a equivalência lógica da seguinte proposição usando apenas as leis da lógica:  $(p \to r) \lor (q \to r) \equiv (p \land q) \to r$
- 10. Mostre se os seguintes requisitos são consistentes ou não. Caso sejam, para que valores esses requisitos são consistentes.

Se o sistema de arquivos não está travado, então novas mensagens serão enfileiradas. Se o sistema de arquivos não está travado, então o sistema está funcionando normalmente e vice-versa. Se novas mensagens não são enfileiradas, então elas serão enviadas para o buffer de mensagens. Se o sistema de arquivos não está travado, então novas mensagens serão enviadas para o buffer de mensagens. Novas mensagens não serão enviadas para o buffer de mensagens.

11. Mostre se o seguinte argumento é válido ou não:

$$\begin{aligned} p \wedge \neg q &\to r \\ p \vee q \\ q &\to p \\ \vdots & r \end{aligned}$$

- 12. Mostre se o seguinte argumento é válido ou não usando as formas válidas de argumentos. Em cada passo, identifique a razão para se obter a conclusão:
  - (a)  $p \rightarrow q$
  - (b)  $r \vee s$
  - (c)  $\neg s \rightarrow \neg t$
  - (d)  $\neg q \lor s$
  - (e)  $\neg s$
  - (f)  $\neg p \land r \rightarrow u$
  - (g)  $w \vee t$
  - (h)  $\therefore u \wedge w$
- 13. Sejam duas variáveis lógicas x e y, ou seja variáveis que podem assumir o valor verdadeiro (V) ou falso (F). Seja  $\leftarrow$  o comando de atribuição existente em linguagens de programação como C e  $\odot$  o operador definido no exercício 8. Qual é o valor dessas variáveis ao final da execução sequencial dos três comandos abaixo. Apresente a sua resposta independente dos valores iniciais de x e y.

$$x \leftarrow \neg(x \odot y)$$
$$y \leftarrow \neg(x \odot y)$$
$$x \leftarrow \neg(x \odot y)$$

O texto, a seguir, foi retirado do livro texto, página 19: "Lógicas Fuzzy são utilizadas em inteligência artificial. Na lógica fuzzy, a proposição tem um valor-verdade que é um número entre 0 e 1 inclusive. Uma proposição com valor-verdade 0 é falsa e uma com valor-verdade 1 é verdadeira. Valores entre 0 e 1 indicam variantes de grau de verdade. Por exemplo, o valor-verdade 0,8 pode ser indicado para uma proposição "Fred é feliz", porque ele é feliz na maior parte do tempo; e o valor-verdade 0,4 pode ser indicado para a proposição "John é feliz", porque ele é feliz menos que a metade do tempo".

- 14. O valor-verdade da negação de uma proposição em lógica fuzzy é 1 menos o valor-verdade da proposição. Quais são os valores-verdade das proposições "Fred não é feliz" e "John não é feliz"?
- 15. O valor-verdade da disjunção de duas proposições em lógica fuzzy é o máximo dos valores-verdade de duas proposições. Quais são os valores-verdade das proposições "Fred é feliz ou John é feliz" e "Fred não é feliz ou John não é feliz"?

2

- 16. Cada habitante de uma vila longínqua sempre diz a verdade ou sempre mente. Um habitante dela dará apenas como resposta um SIM ou um NÃO para a pergunta que um turista fizer. Suponha que você seja um turista que visita essa área e que chegue a uma bifurcação na estrada. Um lado leva até às ruínas que você quer visitar; o outro, às profundezas de uma floresta. Um habitante dessa vila está parado nessa bifurcação. Que pergunta você pode fazer ao habitante para determinar qual lado seguir?
- 17. Este sistema de especificações é consistente? "O sistema está em um estado de multiuso se e somente se estiver operando normalmente. Se o sistema está operando normalmente, o núcleo do sistema operacional (kernel) está funcionando. O kernel não está funcionando ou o sistema está no modo de interrupção. Se o sistema não está em um estado de multiuso, então está em um modo de interrupção. O sistema não está no modo de interrupção."
- 18. Este sistema de especificações é consistente? "O roteador pode enviar mensagens para o sistema principal apenas se ele tratar um novo espaço de endereço. Para o roteador tratar o novo espaço de endereço, é necessário que a última versão do software seja instalada. O roteador pode enviar mensagens ao sistema principal se a última versão do software estiver instalada. O roteador não trata o novo espaço."
- 19. Um detetive entrevistou quatro testemunhas de um crime. A partir das histórias das testemunhas, o detetive concluiu que, se o mordomo está dizendo a verdade, então o cozinheiro também está; o cozinheiro e o jardineiro, ambos, não podem estar dizendo a verdade; o jardineiro e o zelador, ambos, não estão mentindo; e se o zelador está dizendo a verdade, então o cozinheiro está mentindo. Para cada uma das quatro testemunhas, o detetive pode determinar se a pessoa está mentindo ou dizendo a verdade?

O texto, a seguir, foi retirado do livro texto, página 29: "O **dual** de uma proposição composta que contém apenas os operadores lógicos  $\vee$ ,  $\wedge$  e  $\neg$  é a proposição composta obtida pela troca de cada  $\vee$  por  $\wedge$ , cada  $\wedge$  por  $\vee$ , cada V por F e cada F por V. O dual de s é representado por  $s^*$ ".

- 20. Encontre o dual de cada uma das seguintes proposições compostas:
  - (a)  $s_1: p \land \neg q \land \neg r$
  - (b)  $s_2: (p \land q \land r) \lor s$
  - (c)  $s_3:(p\vee F)\wedge(q\vee V)$
  - (d) Apresente um exemplo de proposição composta formada por pelo menos duas variáveis tal que  $s \equiv s^*$ .