



Universidade Federal Rural de Pernambuco
Bacharelado em Sistemas de Informação
Disciplina: Matemática discreta - Turma SI2
Professor: Marcelo Gama

Lista de exercícios: Números inteiros

Tópico 1. Divisibilidade e divisão com resto

1.1. Encontre, em cada caso, o quociente e o resto da divisão de a por b .

(a) $a = 57$ e $b = 8$

(c) $a = 57$ e $b = -8$

(b) $a = -57$ e $b = 8$

(d) $a = -57$ e $b = -8$

1.2. Para a e b dados, calcule $a \text{ div } b$ e $a \text{ mod } b$.

(a) $a = -111$ e $b = 99$

(c) $a = 10299$ e $b = 999$

(b) $a = -9999$ e $b = 101$

(d) $a = 123456$ e $b = 1001$

Tópico 2. Números primos e fatoração

2.1. Determine quais dos inteiros da sequência 17, 69, 203, 1601, 2431 são primos.

2.2. Encontre a fatoração completa dos números: 1320, 5000, 8085, 39083

2.3. Encontre a fatoração completa de $10!$ e de $20!$

2.4. Responda às seguintes questões

(a) Qual a maior potência de 2 que divide $100!$?

(b) Qual a maior potência de 5 que divide $100!$?

(c) Em quantos zeros termina $100!$?

Tópico 3. Máximo divisor comum (mdc)

3.1. Calcule o mdc dos seguintes pares de números: 64 e 12, 350 e 70, 1601 e 30, 6765 e 4181.

Tópico 4. Congruências

4.1. Calcule os valores de

(a) $-17 \equiv \pmod{2}$

(c) $-221 \equiv \pmod{23}$

(b) $155 \equiv \pmod{19}$

(d) $-97 \equiv \pmod{11}$

4.2. Suponha que a e b são inteiros tais que $a \equiv 4 \pmod{13}$ e $b \equiv 9 \pmod{13}$. Em cada um dos casos encontre o único inteiro c , com $0 \leq c \leq 12$, tal que

(a) $c \equiv 9a \pmod{13}$

(c) $c \equiv a^2 + b^2 \pmod{13}$

(b) $c \equiv 11b \pmod{13}$

(d) $c \equiv 2a^3 - 3b^2 \pmod{13}$

- 4.3. Calcule $3^0 \pmod{7}$, $3^1 \pmod{7}$, $3^2 \pmod{7}$, \dots , $3^{12} \pmod{7}$. Usando os resultados obtidos anteriormente, calcule o resto da divisão de 3^{1000} por 7.

Tópico 5. Algoritmos

- 5.1. Escreva um algoritmo em pseudocódigo para fatorar um número inteiro.
- 5.2. Escreva um algoritmo em pseudocódigo para encontrar a maior potência de um número primo p que divide um inteiro n .
- 5.3. Escreva um algoritmo em pseudocódigo para determinar em quantos zeros termina o fatorial $n!$

Tópico 6. Criptografia

- 6.1. Enumere as letras do alfabeto de acordo com a tabela abaixo

Tabela de conversão												
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

- (a) Faça a conversão numérica do texto “COMPUTACAO”.
- (b) Criptografe a mensagem “COMPUTACAO” usando a função $f(x) = 3x + 1 \pmod{26}$
- (c) Encontre a função inversa $g(x)$ que decifra as mensagens. Decifre a mensagem obtida no item (b).
- (d) A mensagem “ADLBY” foi codificada com a função $f(x) = 5x + 4 \pmod{26}$. Decifre-a.

Tópico 7. Questões teóricas

- 7.1. Dois inteiros a e b são tais que $a|b$ e $b|a$. Justifique o fato que, obrigatoriamente, teremos $a = -b$.
- 7.2. Justifique o fato que
- (a) O quadrado de todo inteiro par deixa resto 0 (zero) na divisão por 4.
- (b) O quadrado de todo inteiro ímpar deixa resto 1 na divisão por 4.
- 7.3. Decida se 2345615 é um quadrado perfeito.
- 7.4. Sendo p e q dois números primos, o que podemos dizer sobre $\text{mdc}(p+q, p-q)$?