ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Ключевые слова: кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g

Задачи исследования:

1. пункт 1

2. пункт 2

Цель работы: тут цель

Объект исследования является

Предмет исследования является

Методы исследования: методы методы

Результаты работы

Области применения

АГУЛЬНАЯ ХАРАКТЫРЫСТЫКА РАБОТЫ

Ключавыя словы: кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g

Мэта работы: тут цель

Задачи исследования:

1. пункт 1

2. пункт 2

Аб'ектам даследавання является

Метады даследавання методы методы

Вынікі работы

Вобласць ўжывання

GENERAL DESCRIPTION OF WORK

Keywords: кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g кейвордс dct ghbdt ndctgfd mfjgm jdfgm jmfg mjdjf gmjldfmjl gmdfl g

The object: тут цель

The objective:

1. item one

2. item two

Research methods: методы методы

The results

Application

ВВЕДЕНИЕ

Тут введение будет

1. РОЛЬ ДАЛЬНОДЕЙСТВИЯ ПРИТЯЖЕНИЯ В ПРОСТЫХ ЖИДКОСТЯХ

1.1. Влияние дальнодействия потенциала на критическое поведение

Многие из межмолекулярных сил, играющих центральную роль в химии, физике и биологии, обладают дальнодействующим потенциалом взаимодействия. Самые известные примеры: электростатические взаимодействия, поляризационные силы и силы Ван-дер-Ваальса. Однако в наших знаниях о критическом поведении, вызванном этими взаимодействиями, все еще имеются значительные пробелы.

Понимание критического поведения в системах с такими алгебраически затухающими взаимодействиями в значительной степени основано на расчетах ренормализационной группы. Доказано, что у критических свойств выделяются разные режимы, которые характерезуются дальностью взаимодействий. Ввиду небольшого числа параметров, которые определяют класс универсальности, наибольший интерес представляет расположение границ между этими режимами.

Используемый в работе подход основан на модели Изинга, в d измерениях, описываемый редуцированным гамильтонианом

$$\mathcal{H}/k_{\mathrm{B}}T = -K \sum_{\langle ij \rangle} \frac{s_i s_j}{r_{ij}^{d+\sigma}} \tag{1.1}$$

где спины $s = \pm 1$, суммирование происходит по всем парам спинов, а взаимодействие пар зависит от расстояния $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ между спинами. Согласно анализу Фишера [1] классы универсальности параметризованы σ, так были определены следующие три различных режима: (а) классический режим; (б) промежуточный режим $d/2 < \sigma < 2$: здесь критические показатели являются непрерывными функциями от σ; (с) режим ближнего действия: для $\sigma \geq 2$ универсальными являются свойства модели с короткодействующими взаимодействиями, например, только между ближайшими соседями. Таким образом, при $d = 3$ Ван-дер-Ваальсовы взаимодействия (затухающие как $1/r^6$) лежат довольно близко к границе между режимами (b) и (c).

И хотя данное решение получило широкое признание, часть его стала предметом споров. Вопрос касается ситуации близкой к $\sigma = 2$. В работе [1] было высказано предположение, что во всем промежуточном режиме (b) показатель корреляционной функции η в точности равен $2-\sigma$. С другой стороны, в короткодействующем режиме (в) η принимает постоянное (но зависящее от d) значение $\eta_{\text{sr}} > 0$ для всех $d < 4$, что приводит к разрыву в η при степени затухания $\sigma = 2$. Несмотря на то что подобное явление не противоречит термодинамическим законам (для которых требуется только $\eta \leq 2+\sigma$), оно привлекло значительное внимание в последние десятилетия, были предприняты усилия для повторного исследования соответствующего подхода [2, 3]. Кроме того, отметим, что этот подход не охватывает одномерный случай, когда строго известно [4] отсутствие фазового перехода при $\sigma > 1$, а не при $\sigma > 2$. Первым к этому вопросу обратился Сак [2], который указал, что рассмотренные в [1] члены высших порядков в уравнениях генерируют дополнительные короткодействующие взаимодействия в процессе перенормировки.

Как следствие, при $d < 4$ граница между промежуточным и ближним режимами смещается от $\sigma = 2$ к $\sigma = 2 - \tilde{\eta}$. Важными аспектами результатов этих исследований [3] являются, во-первых, непрерывная и монотонная σ-зависимость показателя корреляционной функции (при условии, что η_{lr} и η_{sr} совпадают при $\sigma = 2 - \eta_{\text{sr}}$), и, во-вторых, тот факт, что теперь теория является согласованной с точными результатами для одномерного случая.

Так как основной проблемой является переходные области между промежуточным режимом и режимом ближнего действия, предполагается, что поправки к масштабированию будут сходиться медленно, с постепенным увеличением размера системы. Данная работа требует моделирования больших систем. Используя кластерный алгоритм Монте-Карло [5], в настоящее время были получены высокоточные данные для достаточно больших размеров системы.

Для представления численных результатов критического показателя вычисляется η и кумулянт Биндера [6] в зависимости от σ. Моделируемые системы задаются на решетках $L \times L$ с периодическими границами и размерами от $L = 4$ до $L = 1000$. Для изучения выбираются двумерные системы с максимально достижимым линейным размером системы. Заметим, что в частности показатель степени $\eta_{\text{sr}} = \frac{1}{4}$ имеет гораздо большее значение, чем при $d = 3\,(\eta_{\text{sr}} = 0.037)$. Данный вывод позволяет заявить, что максимизируется как размер интересующей области $\langle 2 - \eta_{\text{sr}}, 2\rangle$, так и величина предполагаемого скачка $\eta(\sigma)$. Продолжительность моделирования выбирается таким образом, чтобы (для систем самых больших размеров) достигалась относительная неопределенность в одну тысячную для кумулянта Биндера. Точная форма парного взаимодействия принимается как:

$$\tilde{K}(|\mathbf{r}|) = K \int_{r_x-(1/2)}^{r_x+(1/2)} dx \int_{r_y-(1/2)}^{r_y+(1/2)} dy \frac{1}{(x^2+y^2)^{(d+\sigma)/2}} \tag{1.2}$$

где $\mathbf{r} = (r_x, r_y)$ обозначает разность между целыми координатами двух взаимодействующих спинов. Отметим, что это взаимодействие, принятое из чисто технических соображений [5], отличается от взаимодействия в уравнении1.1 только степенями r, убывающими быстрее, чем $r^{-d-\sigma}$. Критические индексы и границы режимов (a)–(c) не изменятся.

Проблемой в приведённых расчетах является тот факт, что показатели степени коррекции к масштабированию по существу неизвестны и фактически зависят от граничного значения σ. Были предприняты значительные усилия, чтобы охватить все подобные неопределенности в указанных полях для оценки K_c, Q, η.

Следовательно, как показатель корреляционной функции η, так и отношение амплитуд четвертого порядка Q принимают свои (универсальные) короткодействующие изинговские значения для $\sigma > 2 - \eta_{\text{sr}}$. Для $\sigma > 2$ приведённое выше утверждение можно продемонстрировать с высокой численной точностью. Для $2 - \eta_{\text{sr}} < \sigma < 2$ результаты же будут более точными, чтобы исключить переход от дальнодействующего критического поведения к ближнедействующему при $\sigma = 2$. Вместо этого они переходят при $\sigma = 2 - \eta_{\text{sr}}$. Эти результаты прекрасно согласуются с $\eta = 2 - \sigma$ в промежуточном диапазоне $d/2 < \sigma < 2 - \eta_{\text{sr}}$, подтверждая гипотезу о том, что все вклады высших порядков обращаются в нуль в разложении ε' для σ [1]. Отношение амплитуд Q зависит практически линейно от σ для $d/2 < \sigma < 2-\eta_{\text{sr}}$. Примечательно, что наиболее заметные отклонения от линейности возникают вблизи $\sigma = 2 - \eta_{\text{sr}}$, в то время как разложение ε' предсказывает сингулярность, подобную квадратному корню, на противоположном конце промежуточного диапазона [7].

1.2. Влияние дальнодействия потенциала на фазовые диаграммы и плавление

Понимание фазовых переходов в 2D-системах имеет большое значение в ряде областей, начиная с фотоники и электроники и заканчивая новыми материалами и биотехнологиями, поскольку знание фазового поведения открывает путь к проектированию систем с желаемыми свойствами. Несмотря на многочисленные исследования, основные вопросы в данной области по-прежнему связаны с влиянием конкретного взаимодействия между отдельными частицами на их коллективное поведение. Для классических систем одной из простейших моделей, способных воспроизвести поведение веществ, включая газовую, жидкую и твердую фазы, является система Леннарда-Джонса (LJ). Модель LJ широко используется для анализа поведения молекулярных, белковых, полимерных, эмульсионных и коллоидных мягких веществ. Обобщенный LJ-потенциал (или LJn-m-потенциал, где индексы n и m отвечают за алгебраические ветви отталкивания и притяжения) является подходящей моделью для исследований, направленных на выявление эффектов отталкивания и притяжения в жидкостях, твердых телах и фазовых переходов между ними.

В настоящий момент установлено, что 2D-сценарии плавления зависят от мягкости отталкивания, обеспечивая микроскопические сценарии 2D-плавления, описываемые в работах [8, 9], что доказывает теория Березинского-Костерлица-Таулесса-Гальперина-Нельсона-Янга (БКТГНЯ), согласно которой плавление происходит через два непрерывных перехода с промежуточной гексатической фазой с квазидальним ориентационным порядком и ближним трансляционным порядком [10–13], плавление через фазовый переход первого рода, двухстадийное плавление, включающее непрерывный (Березинский-Костерлиц-Таулесс, БКТ) кристаллогексатический фазовый переход и фазовый переход первого рода между гексатической фазой и изотропной жидкостью. Второй и третий сценарии присущи системам с короткодействующим (жестким) отталкиванием, тогда как первый наблюдался при мягком отталкивании между частицами. Установлено, что мягкость отталкивания влияет на сценарии плавления, термодинамику и спектры возбуждения в монослойных системах. Однако известно, что роль притяжения в сценарии плавления монослойных систем остается систематически неизученной.

LJ-взаимодействия были одними из первых систем, попытки изучения которых предпринимались для понимания роли притяжения в плавлении. Тем не менее, многие опубликованные результаты, рассматривающие критическую точку и сценарий плавления для 2D-кристаллов LJ, не дают исчерпывающего ответа на роль притяжения в данных процессах. Например, чтобы определить критическую температуру в зависимости от радиуса обрезки потенциала, было выполнено численное моделирование кривой пар-жидкость в ансамбле Гиббса, согласно [14]. О противоречивых сценариях плавления треугольного кристалла говорилось в ранних работах [15–20], включая два непрерывных перехода с промежуточной гексатической фазой по теории БКТГНЯ [15] и переход первого рода [16–19].

Благодаря росту вычислительных возможностей моделирование больших систем ($\gtrsim 10^5$ частиц) дало новые результаты по двумерному плавлению кристаллов Леннарда-Джонса и связанных с ними систем. Моделирование систем с последующим анализом их уравнения состояния и дальнодействующей асимптотики трансляционной корреляционной функции (которая точно обеспечивает предел устойчивости кристалла) позволило однозначно идентифицировать сценарии плавления. Например, об изменении сценария плавления говорилось в работе [21], где авторы изучали двумерные системы частиц, взаимодействующих посредством обобщенного потенциала Леннарда-Джонса с различными ветвями отталкивания ($\propto 1/r^{12}$ и $\propto 1/r^{64}$). Выявлено, что сценарий реализуется через фазовые переходы первого рода при низких температурах и через два непрерывных перехода БКТ при высоких. Раньше предполагалось, что LJ-система при высоких температурах близка к мягким отталкивающим дискам $1/r^{12}$, но такая экстраполяция на сценарий плавления противоречит результатам приведённого исследования [22], согласно котррому мягкие диски $1/r^n$ с $n > 6$ плавятся по третьему сценарию. Предполагалось, что петля Майера-Вуда, присущая переходу первого рода, исчезает при высоких температурах с увеличением размера системы. Однако объяснение эффекта конечно-размерным масштабированием кажется неубедительным: с увеличением размера системы петля должна сплющиваться и в конечном итоге приближаться к плато [23, 24].

Было установлено, что при низких температурах, где преобладает роль притяжения, все системы плавятся по переходу первого рода за счет подавления гексатической фазы. При высоких температурах LJ-диски плавятся по третьему сценарию, как и мягкие диски [22].

Известно, что кристаллы LJ по сравнению с системой Морзе в [25] плавятся по третьему сценарию при низких температурах. Данный вывод согласуется с [21], но противоречит [22]. Сценарий БКТГНЯ при высоких температурах был поставлен под сомнение из-за кажущегося исчезновения петли Майера-Вуда, аналога петли Ван-дер-Ваальса в трехмерном случае. Для мягких взаимодействий Морзе третий сценарий плавления наблюдается для всех температур, рассмотренных в [25], тогда как авторы исследования ожидали наблюдать сценарий БКТГНЯ при более высоких температурах. Однако, с некоторыми параметрами мягкости потенциала уже при низких температурах, учитывая дальнодействующее притяжение, наблюдались два непрерывных перехода.

Роль притяжения можно проверить экспериментально в коллоидных системах, известных как модельные системы, демонстрирующих широкий спектр "молекулярно-подобных" явлений [26–30], в частности кристаллизация и плавление [31–38].

Эти коллективные явления визуализируются в реальном времени с пространственным разрешением отдельных частиц. Дальнодействующее дипольное притяжение $\propto 1/r^3$ в коллоидных системах индуцируется и контролируется in situ с помощью вращающегося в плоскости магнитного поля [39–42] или электрического [43–48] поля. Используя конически вращающиеся магнитные или электрические поля с магическими углами, может быть создано Ван-Дер-Ваальсово притяжение $\propto 1/r^6$ с "магическими"полями [49, 50]. В последнее время настраиваемые взаимодействия были достигнуты за счет использования пространственных годографов внешнего электрического или магнитного поля [51], проектирования внутренней структуры [52] и геометрии [53] коллоидных частиц.

Моделирование систем частиц производится с помощью обобщенного потенциала Леннарда-Джонса (LJn-m):

$$U_{nm}(r) = \frac{\epsilon}{n-m}\left[m\left(\frac{\sigma}{r}\right)^n - n\left(\frac{\sigma}{r}\right)^m\right] \tag{1.3}$$

где n и m — индексы отталкивающей и притягивающей ветвей соответственно, а σ и ϵ — характерная длина взаимодействия и глубина потенциальной ямы. Потенциал имеет минимум $-\epsilon$ при $r/\sigma = 1$. В дальнейшем нормируются расстояния и энергии на σ и ϵ соответственно и рассматриваются частицы одинаковой массы $m = 1$.

Вблизи критической температуры вычисление плотностей газа и конденсата становится затруднительным из-за растущих флуктуаций плотности в системе. Тем не менее, следующим образом может быть рассчитано положение критической точки на фазовой диаграмме путем аппроксимации конденсированных и газовых бинодальных ветвей вблизи критической точки:

$$n_c - n_g \simeq A\tau^{\beta}, \quad n_c + n_g \simeq a\tau + 2n_{\mathrm{CP}}, \tag{1.4}$$

где $\tau = T_{\mathrm{CP}} - T$, T_{CP} и n_{CP} – это температура и плотность в критической точке соответственно, β – критический индекс, A и a являются параметрами, которые должны быть получены из аппроксимации n_{CP} и T_{CP}. Критический индекс β зависит от класса универсальности системы, определяемого межчастичным взаимодействием [54].

Результаты для бинодали конденсат-газ, полученные с помощью метода фазовой идентификации и уравнения состояния, представлены на рисунке 1.1. Цветными кругами обозначены плотности газа, конденсата и их среднее значение для каждого рассмотренного потенциала. Сплошные серые линии — области, в которых использовали аппроксимацию для получения значений критической точки с помощью уравнений 1.4. Серыми пунктирными линиями показана экстраполяция фазовой диаграммы до критических точек, обозначенных цветными звездочками.

Рис. 1.1. Влияние диапазона притяжения на область сосуществования жидкость-газ на фазовой диаграмме: (a) бинодали конденсат-газ для разных потенциалов LJ12-m; круги — точки бинодали и медианы (полученные методом фазовой идентификации), ромбы — точки, полученные из уравнения состояния, серые линии — аппроксимации бинодали, звездочками обозначены критические точки. (b) Зависимости тройной и критической температур от индекса притяжения m для взаимодействия LJ12-m, отношение T_{CP}/T_{TP} показано на вставке.

Падение диапазона притяжения снижает критическую температуру, а также отношение между температурами критической и тройной точек, как показано на рисунке 1.1(b) и соответствующей вставке. С увеличением m двухфазная область сужается в сторону меньших плотностей, а отношение между критической и тройной температурами приближается к единице. Для LJ-взаимодействия ($m = 6$) полученная критическая температура $T_c = (0,51...0,5$ (в зависимости от метода оценки) согласуется с предыдущими результатами $T_c = 0.515 \pm 0.002$ для LJ-потенциала.

В данном разделе был проведен обзор эволюции фазовых диаграмм и сценариев плавления двумерных систем частиц, взаимодействующих через обобщенный потенциал Леннарда-Джонса с разным диапазоном притяжения, в то время как ветвь отталкивания зафиксирована.

Переход жидкость-газ изучается с помощью анализа уравнения состояния и метода фазовой идентификации. Результаты, полученные двумя упомянутыми методами, хорошо согласуются друг с другом. Плавление при высоких температурах и высоких плотностях в системе мягких сфер $1/r_{12}$ происходит согласно третьему сценарию. Однако при низких температурах плавления в системах с $m = 6$, 9 и 11 было выявлено изменение сценария плавления от третьего к переходу первого порядка (без гексатической фазы). Обнаружено, что температура изменения сценариев смещается в сторону более низких температур с увеличением диапазона притяжения, что соответствует уменьшению m. Анализ случая $m = 9(LJ12-9)$ показал, что для короткодействующего притяжения наблюдается третий сценарий плавления.

Однако на данный момент не существует теории, которая предсказывала бы поведение транспортных свойств и коллективных возбуждений в зависимости от дальнодействия притяжения. В связи с этим формулируются следующие цели и задачи настоящей работы.

1.3. Цели и задачи магистерской работы

Цель работы – установить связь дальнодействия притяжения потенциала взаимодействия и спектров возбуждений с транспортными свойствами жидкостей, а также влияние на скорость нуклеации.

Задачи работы:

1. Расчет фазовых диаграмм для 2D и 3D систем частиц, взаимодействующих посредством обобщенного потенциала Леннарда-Джонса с различными степенями притяжения.

2. Адаптация метода кластеризации данных DBSCAN для изучения молекулярных систем и его сравнение с другими методами.

3. Расчет и анализ транспортных свойств и коллективных возбуждений на жидкостных бинодалях.

4. Применение нового метода распознавания фаз для изучения скорости нуклеации в переохлажденных системах Леннарда-Джонса с различным дальнодействием притяжения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты магистерской квалификационной работы:

1. Был продемонстрирован новый подход к описанию плавления в молекулярных системах, основанный на λ^2-параметре, который рассчитывается на основе разбиения системы частиц на ячейки Вороного. Показано, что разработанная модель демонстрирует существенно нелинейное поведение. Кроме того, предложенная модель позволяет с высокой степенью детализации изучать зародышеобразование в различных режимах перегрева и эволюцию жидких зародышей.

2. Исследовано влияние формы потенциала парного взаимодействия на фазовые диаграммы и подвижность частиц в жидкой фазе. Рассчитаны кривые сосуществования газа и жидкости для потенциалов с переменной силой притяжения. Установлено, что с увеличением дальнодействия потенциала температуры тройной и критической точек, а также их отношение $T_{\mathrm{CP}}/T_{\mathrm{TP}}$ увеличиваются. Были рассчитаны коэффициент диффузии и коэффициент подвижности на жидких бинодалиях. Обнаружено, что температурная зависимость подвижности линейна в широком диапазоне температур с тем большим наклоном, чем меньше диапазон притяжения. Установлено, что начало нелинейной температурной зависимости подвижности при высоких температурах совпадает с переходом дисперсионных зависимостей коллективных возбуждений от осциллирующего к монотонному виду.

3. Разработан новый метод распознавания фаз, основанный на алгоритме кластеризации DBSCAN. В совокупности с алгоритмом выделения поверхности метод позволяет с высокой точность рассчитывать фазовые диаграммы систем с различной плотностью и формами кластеров. Проведен сравнительный анализ различных методов построения фазовых диаграмм. Продемонстрировано, как новый метод распознавания фаз может быть применен к переохлажденным системам частиц для анализа скорости нуклеации при различном дальнодействии притяжения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Fisher M. E., keng Ma S., Nickel B. G. Critical exponents for long-range interactions // Physical Review Letters. 1972 October. Vol. 29. No. 14. P. 917–920. Access mode: `https://doi.org/10.1103/physrevlett.29.917`.
2. Sak J. Recursion relations and fixed points for ferromagnets with long-range interactions // Physical Review B. 1973 July. Vol. 8. No. 1. P. 281–285. Access mode: `https://doi.org/10.1103/physrevb.8.281`.
3. Honkonen J., Nalimov M. Y. Crossover between field theories with short-range and long-range exchange or correlations // Journal of Physics A: Mathematical and General. 1989 March. Vol. 22. No. 6. P. 751–763. Access mode: `https://doi.org/10.1088/0305-4470/22/6/024`.
4. Ruelle D. Statistical mechanics of a one-dimensional lattice gas // Communications in Mathematical Physics. 1968 December. Vol. 9. No. 4. P. 267–278. Access mode: `https://doi.org/10.1007/bf01654281`.
5. LUIJTEN E., BLÖTE H. W. MONTE CARLO METHOD FOR SPIN MODELS WITH LONG-RANGE INTERACTIONS // International Journal of Modern Physics C. 1995 June. Vol. 06. No. 03. P. 359–370. Access mode: `https://doi.org/10.1142/s0129183195000265`.
6. Binder K. Finite size scaling analysis of ising model block distribution functions // Zeitschrift fur Physik B Condensed Matter. 1981 June. Vol. 43. No. 2. P. 119–140. Access mode: `https://doi.org/10.1007/bf01293604`.
7. Luijten E. Test of renormalization predictions for universal finite-size scaling functions // Physical Review E. 1999 December. Vol. 60. No. 6. P. 7558–7561. Access mode: `https://doi.org/10.1103/physreve.60.7558`.
8. Berezinskii-kosterlitz-thouless transition and two-dimensional melting / V N Ryzhov, E E Tareyeva, Yu D Fomin, E N Tsiok // Physics-Uspekhi. 2017 sep. Vol. 60. No. 9. P. 857–885. Access mode: `https://doi.org/10.3367/ufne.2017.06.038161`.
9. Complex phase diagrams of systems with isotropic potentials: results of computer simulations / V N Ryzhov, E E Tareyeva, Yu D Fomin, E N Tsiok // Physics-Uspekhi. 2020 August. Vol. 63. No. 5. P. 417–439. Access mode: `https://doi.org/10.3367/ufne.2018.04.038417`.
10. Kosterlitz J. M., Thouless D. J. Ordering, metastability and phase tran-

sitions in two-dimensional systems // Journal of Physics C: Solid State Physics. 1973 April. Vol. 6. No. 7. P. 1181–1203. Access mode: https://doi.org/10.1088/0022-3719/6/7/010.
11. Halperin B. I., Nelson D. R. Theory of two-dimensional melting // Physical Review Letters. 1978 July. Vol. 41. No. 2. P. 121–124. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevlett.41.121.
12. Nelson D. R., Halperin B. I. Dislocation-mediated melting in two dimensions // Physical Review B. 1979 March. Vol. 19. No. 5. P. 2457–2484. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevb.19.2457.
13. Young A. P. Melting and the vector coulomb gas in two dimensions // Physical Review B. 1979 February. Vol. 19. No. 4. P. 1855–1866. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevb.19.1855.
14. Smit B., Frenkel D. Vapor–liquid equilibria of the two-dimensional lennard-jones fluid(s) // The Journal of Chemical Physics. 1991 April. Vol. 94. No. 8. P. 5663–5668. Access mode: https://doi.org/10.1063/1.460477.
15. Frenkel D., McTague J. P. Evidence for an orientationally ordered two-dimensional fluid phase from molecular-dynamics calculations // Physical Review Letters. 1979 June. Vol. 42. No. 24. P. 1632–1635. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevlett.42.1632.
16. Toxvaerd S. Melting in a two-dimensional lennard-jones system // The Journal of Chemical Physics. 1978 December. Vol. 69. No. 11. P. 4750–4752. Access mode: https://doi.org/10.1063/1.436526.
17. Abraham F. F. Melting in two dimensions is first order: An isothermal-isobaric monte carlo study // Physical Review Letters. 1980 February. Vol. 44. No. 7. P. 463–466. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevlett.44.463.
18. Phillips J. M., Bruch L. W., Murphy R. D. The two-dimensional lennard-jones system: Sublimation, vaporization, and melting // The Journal of Chemical Physics. 1981 November. Vol. 75. No. 10. P. 5097–5109. Access mode: https://doi.org/10.1063/1.441901.
19. Bakker A. F., Bruin C., Hilhorst H. J. Orientational order at the two-dimensional melting transition // Physical Review Letters. 1984 February. Vol. 52. No. 6. P. 449–452. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevlett.52.449.

20. Strandburg K. J., Zollweg J. A., Chester G. V. Bond-angular order in two-dimensional lennard-jones and hard-disk systems // Physical Review B. 1984 September. Vol. 30. No. 5. P. 2755–2759. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevb.30.2755.
21. Hajibabaei A., Kim K. S. First-order and continuous melting transitions in two-dimensional lennard-jones systems and repulsive disks // Physical Review E. 2019 February. Vol. 99. No. 2. Access mode: https://doi.org/10.1103/physreve.99.022145.
22. Kapfer S. C., Krauth W. Two-dimensional melting: From liquid-hexatic coexistence to continuous transitions // Physical Review Letters. 2015 January. Vol. 114. No. 3. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevlett.114.035702.
23. Hard-disk equation of state: First-order liquid-hexatic transition in two dimensions with three simulation methods / Michael Engel, Joshua A. Anderson, Sharon C. Glotzer et al. // Physical Review E. 2013 April. Vol. 87. No. 4. Access mode: https://doi.org/10.1103/physreve.87.042134.
24. Alonso J. J., Fernández J. F. van der waals loops and the melting transition in two dimensions // Physical Review E. 1999 March. Vol. 59. No. 3. P. 2659–2663. Access mode: https://doi.org/10.1103/physreve.59.2659.
25. Melting in two-dimensional systems: Characterizing continuous and first-order transitions / Óscar Toledano, M. Pancorbo, J. E. Alvarellos, Óscar Gálvez // Physical Review B. 2021 March. Vol. 103. No. 9. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevb.103.094107.
26. Fernandez-Nieves A., Puertas A. M. Fluids, colloids, and soft materials: an introduction to soft matter physics. Wiley. 2016.
27. Complex plasmas and Colloidal dispersions: particle-resolved studies of classical liquids and solids (Series in soft condensed matter) / A. Ivlev, H. Löwen, G. Morfill, C. P. Royall. Word Scientific, Singapore. 2012.
28. Löwen H. Melting, freezing and colloidal suspensions // Phys. Rep. 1994. Vol. 237. No. 5. P. 249–324. Access mode: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157394900175.
29. Li B., Di Zhou, Han Y. Assembly and phase transitions of colloidal crystals // Nature Reviews Materials. 2016 January. Vol. 1. No. 2. P. 15011.

Access mode: https://doi.org/10.1038/natrevmats.2015.11.
30. Stradner A., Schurtenberger P. Potential and limits of a colloid approach to protein solutions // Soft Matter. 2020. Vol. 16. No. 2. P. 307–323. Access mode: https://doi.org/10.1039/c9sm01953g.
31. Alsayed A. M. Premelting at defects within bulk colloidal crystals // Science. 2005 August. Vol. 309. No. 5738. P. 1207–1210. Access mode: https://doi.org/10.1126/science.1112399.
32. Structure and kinetics in the freezing of nearly hard spheres / Jade Taffs, Stephen R. Williams, Hajime Tanaka, C. Patrick Royall // Soft Matter. 2013. Vol. 9. No. 1. P. 297–305. Access mode: https://doi.org/10.1039/c2sm26473k.
33. Zahn K., Lenke R., Maret G. Two-stage melting of paramagnetic colloidal crystals in two dimensions // Physical Review Letters. 1999 March. Vol. 82. No. 13. P. 2721–2724. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevlett.82.2721.
34. Zahn K., Maret G. Dynamic criteria for melting in two dimensions // Physical Review Letters. 2000 October. Vol. 85. No. 17. P. 3656–3659. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevlett.85.3656.
35. Direct observation of entropic stabilization of bcc crystals near melting / Joris Sprakel, Alessio Zaccone, Frans Spaepen et al. // Physical Review Letters. 2017 February. Vol. 118. No. 8. P. 088003. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevlett.118.088003.
36. Fluid-solid transitions in soft-repulsive colloids / Divya Paloli, Priti S. Mohanty, Jérôme J. Crassous et al. // Soft Matter. 2013. Vol. 9. No. 11. P. 3000. Access mode: https://doi.org/10.1039/c2sm27654b.
37. Imaging the homogeneous nucleation during the melting of superheated colloidal crystals / Ziren Wang, Feng Wang, Yi Peng et al. // Science. 2012 October. Vol. 338. No. 6103. P. 87–90. Access mode: https://doi.org/10.1126/science.1224763.
38. Mean-field model of melting in superheated crystals based on a single experimentally measurable order parameter / Nikita P. Kryuchkov, Nikita A. Dmitryuk, Wei Li et al. // Scientific Reports. 2021 September. Vol. 11. No. 1. Access mode: https://doi.org/10.1038/s41598-021-97124-7.

39. Martin J. E., Snezhko A. Driving self-assembly and emergent dynamics in colloidal suspensions by time-dependent magnetic fields // Reports on Progress in Physics. 2013 November. Vol. 76. No. 12. P. 126601. Access mode: https://doi.org/10.1088/0034-4885/76/12/126601.
40. Byrom J., Biswal S. L. Magnetic field directed assembly of two-dimensional fractal colloidal aggregates // Soft Matter. 2013. Vol. 9. No. 38. P. 9167. Access mode: https://doi.org/10.1039/c3sm50306b.
41. Generating an in situ tunable interaction potential for probing 2-d colloidal phase behavior / Di Du, Dichuan Li, Madhuri Thakur, Sibani Lisa Biswal // Soft Matter. 2013. Vol. 9. No. 29. P. 6867. Access mode: https://doi.org/10.1039/c3sm27620a.
42. Interfacial energetics of two-dimensional colloidal clusters generated with a tunable anharmonic interaction potential / Elaa Hilou, Di Du, Steve Kuei, Sibani Lisa Biswal // Physical Review Materials. 2018 February. Vol. 2. No. 2. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevmaterials.2.025602.
43. Dynamic control of lattice spacing within colloidal crystals / D R E Snoswell, C L Bower, P Ivanov et al. // New Journal of Physics. 2006 November. Vol. 8. No. 11. P. 267–267. Access mode: https://doi.org/10.1088/1367-2630/8/11/267.
44. Simple models for two-dimensional tunable colloidal crystals in rotating ac electric fields / Nils Elsner, C. Patrick Royall, Brian Vincent, David R. E. Snoswell // The Journal of Chemical Physics. 2009 April. Vol. 130. No. 15. P. 154901. Access mode: https://doi.org/10.1063/1.3115641.
45. kT-scale colloidal interactions in high-frequency inhomogeneous AC electric fields. II. concentrated ensembles / Jaime J. Juarez, Brian G. Liu, Jing-Qin Cui, Michael A. Bevan // Langmuir. 2011 August. Vol. 27. No. 15. P. 9219–9226. Access mode: https://doi.org/10.1021/la2014804.
46. Edwards T. D., Bevan M. A. Controlling colloidal particles with electric fields // Langmuir. 2014 March. Vol. 30. No. 36. P. 10793–10803. Access mode: https://doi.org/10.1021/la500178b.
47. Juarez J. J., Feicht S. E., Bevan M. A. Electric field mediated assembly of three dimensional equilibrium colloidal crystals // Soft Matter. 2012. Vol. 8. No. 1. P. 94–103. Access mode: https://doi.org/10.1039/

c1sm06414b.
48. Tunable two-dimensional assembly of colloidal particles in rotating electric fields / Egor V. Yakovlev, Kirill A. Komarov, Kirill I. Zaytsev et al. // Scientific Reports. 2017 October. Vol. 7. No. 1. P. 13727. Access mode: https://doi.org/10.1038/s41598-017-14001-y.
49. Pattern formation and coarse-graining in two-dimensional colloids driven by multiaxial magnetic fields / Kathrin Müller, Natan Osterman, Dušan Babič et al. // Langmuir. 2014 May. Vol. 30. No. 18. P. 5088–5096. Access mode: https://doi.org/10.1021/la500896e.
50. Field-induced self-assembly of suspended colloidal membranes / N. Osterman, I. Poberaj, J. Dobnikar et al. // Physical Review Letters. 2009 November. Vol. 103. No. 22. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevlett.103.228301.
51. Komarov K. A., Yurchenko S. O. Colloids in rotating electric and magnetic fields: designing tunable interactions with spatial field hodographs // Soft Matter. 2020. Vol. 16. No. 35. P. 8155–8168. Access mode: https://doi.org/10.1039/d0sm01046d.
52. Komarov K. A., Mantsevich V. N., Yurchenko S. O. Core–shell particles in rotating electric and magnetic fields: Designing tunable interactions via particle engineering // The Journal of Chemical Physics. 2021 August. Vol. 155. No. 8. P. 084903. Access mode: https://doi.org/10.1063/5.0055566.
53. Komarov K. A., Yurchenko S. O. Diagrammatics of tunable interactions in anisotropic colloids in rotating electric or magnetic fields: New kind of dipole-like interactions // The Journal of Chemical Physics. 2021 September. Vol. 155. No. 11. P. 114107. Access mode: https://doi.org/10.1063/5.0060705.
54. Luijten E., Blote H. W. J. Boundary between long-range and short-range critical behavior in systems with algebraic interactions // Physical Review Letters. 2002 June. Vol. 89. No. 2. P. 025703. Access mode: https://doi.org/10.1103/physrevlett.89.025703.

ПРИЛОЖЕНИЕ А