TOÁN RỜI RẠC
(Discrete mathematics)

Số tín chỉ: 3

Số tiết: 45 tiết

Giảng viên: TS. Đinh Thị Thu Hương.

(Mobile: 0903087599 – e-mail: dinhthithuhuong@siu.edu.vn)

Khoa Kỹ thuật & khoa học máy tính, SIU.

Mục tiêu của học phần

- Kiến thức.
- Kỹ năng.
- Thái độ.

Tài liệu học tập

- Tài liệu chính: Nguyễn Đức Nghĩa, Nguyễn Tô Thành, *Toán Rời Rạc*, NXB ĐHQG Hà Nội, 2004.
- Tài liệu tham khảo: Kenneth H. Rosen, Discrete mathematics and its application, 8^{th}, Mc Graw-Hill, 2019.

Phương pháp đánh giá học phần

[1] Điểm quá trình: hệ số 0.2;
[2] Điểm giữa kỳ: hệ số 0.3;
[3] Điểm thi kết thúc học phần: hệ số 0.5.

Điểm học phần

[1] x 0.2 + [2] x 0.3 + [3] x 0.5

(Thang điểm: thang điểm 10, làm tròn đến 1 chữ số phần thập phân)

NỘI DUNG

Chương 1:

CƠ SỞ LOGIC

1.1 Định nghĩa và ký hiệu mệnh đề, các phép toán trên mệnh đề.

1.2. Dạng mệnh đề.

1.3 Quy tắc suy diễn.

1.4 Vị từ và lượng từ.

1.5 Phương pháp chứng minh.

Chương 1:
CƠ SỞ LOGIC

1.1 Định nghĩa mệnh đề và chân trị, các phép toán trên mệnh đề

1.1.1 Định nghĩa mệnh đề và chân trị

❖ **Định nghĩa:** ***Mệnh đề*** là một khẳng định có giá trị chân lý xác định, đúng hoặc sai.

Ký hiệu: P, Q, R… để chỉ mệnh đề.

❖ Ví dụ : Chỉ ra các phát biểu là các mệnh đề? Cho biết chân trị của các mệnh đề đó?

1. P=“ 6 là một số nguyên tố”; 2. 5 là một số nguyên tố; 3. -3 < 2;
4. Tam giác cân có hai góc bằng nhau; 5. H_2O là một axít; 6. Ở đây đẹp quá!;
7. Cho x là một số nguyên dương.

❖ **Chân trị của mệnh đề:** Giá trị *đúng* hoặc *sai* của một mệnh đề được gọi là *chân trị của mệnh đề*.

+ Chân trị "*đúng*" thường được viết là **1 (hay Đ/T)**, và chân trị "*sai*" được viết là **0 (hay S/F)**.

❖ Phân loại mệnh đề: *mệnh đề sơ cấp* (elementary), *mệnh đề phức hợp* (compound).

Ví dụ 2: Hãy chỉ ra các dạng của mệnh đề sau

P = "15 chia hết cho 3".

Q = "2 là một số nguyên tố và là một số lẻ".

❖ Các phép toán trên mệnh đề: Có 5 phép toán

a. Phép phủ định: phủ định của mệnh đề P được ký hiệu là $\neg P$ hay $\overline{P}$ (đọc là "không" P hay "phủ định của" P).

Bảng chân trị :

P	$\neg P$
1	0
0	1

Ví dụ :

+ E= "2 là số nguyên tố"

Phủ định $\neg E$ = "2 **không** là số nguyên tố"

+ $1 > 2$

Phủ định : $1 \leq 2$

b. Phép nối liền (hội, giao): của hai mệnh đề P, Q được kí hiệu bởi $P \wedge Q$ (đọc là "P và Q"), là mệnh đề được định nghĩa bởi : $P \wedge Q$ đúng khi và chỉ khi P và Q đồng thời đúng.

Bảng chân trị

P	Q	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ví dụ:

- P= "12 là số nguyên" là đúng
- Q= "12 chia hết cho 5" là sai

-$P \wedge Q$="12 là số nguyên và 12 chia hết cho 5" là sai.

c. <u>Phép nối rời</u> (tuyển, hợp): của hai mệnh đề P, Q được kí hiệu bởi $P \vee Q$ (đọc là "P hay Q"), là mệnh đề được định nghĩa bởi: $P \vee Q$ sai khi và chỉ khi P và Q đồng thời sai.

Bảng chân trị

P	Q	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Ví dụ:

- P="12 là số nguyên" là đúng.
- Q="12 *chia hết cho 5" là sai.*
- $P \vee Q$ =*"12 là số* nguyên hoặc 12 chia hết cho 5" là mệnh đề đúng.

d. Phép kéo theo: Mệnh đề P kéo theo Q của hai mệnh đề P và Q, ký hiệu bởi $P \to Q$ (đọc là "P kéo theo Q" hay "Nếu P thì Q" hay "P là điều kiện đủ của Q" hay "Q là điều kiện cần của P") là mệnh đề được định nghĩa bởi:

$P \to Q$ sai khi và chỉ khi P đúng mà Q sai.

Bảng chân trị

P	Q	$P \to Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	**0**
1	1	1

Ví dụ:

- P= "12 là số nguyên" là đúng.
- Q= "12 chia hết cho 5" là sai.
- $P \to Q$= "Nếu 12 là một số nguyên thì 12 chia hết cho 5" là mệnh đề sai.

e. Phép kéo theo hai chiều: Mệnh đề P kéo theo Q và ngược lại của hai mệnh đề P và Q, ký hiệu bởi $P \leftrightarrow Q$ (đọc là "P nếu và chỉ nếu Q" hay "P khi và chỉ khi Q" hay "P là điều kiện cần và đủ của Q" hay "P tương đương với Q"), là mệnh đề xác định bởi:

$P \leftrightarrow Q$ đúng khi và chỉ khi P và Q có cùng chân trị

Bảng chân trị

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ví dụ:

- P=" Trái đất quay" là đúng.

- Q="2 x 2=4" là đúng.

- $P \leftrightarrow Q$="Trái đất quay nếu và chỉ nếu 2 x 2 =4" là mệnh đề đúng.

Chương 1:

CƠ SỞ LOGIC

1.2 Dạng mệnh đề

1.2.1 Công thức logic, hằng đúng, hằng sai

Định nghĩa: Dạng mệnh đề là một biểu thức được cấu tạo từ:

- Các hằng mệnh đề.
- Các biến mệnh đề *p, q, r, …*, tức là các biến lấy giá trị là các mệnh đề nào đó.
- Các phép toán $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ và dấu đóng mở ngoặc ().

Dạng mệnh đề được gọi là hằng đúng nếu nó luôn lấy giá trị 1
Dạng mệnh đề gọi là hằng sai (hay mâu thuẫn) nếu nó luôn lấy giá trị 0.

Ví dụ:

$E(p,q) = \neg(\neg p \wedge q)$

$F(p,q,r) = (p \rightarrow q) \wedge \neg(q \wedge r)$

Bảng chân trị của dạng mệnh đề E(p,q,r): là bảng ghi tất cả các trường hợp chân trị có thể xảy ra đối với dạng mệnh đề E theo chân trị của các biến mệnh đề p, q, r.

Nếu có n biến, bảng này sẽ có 2^n dòng, chưa kể dòng tiêu đề.

Ví dụ:

$E(p,q,r) = (p \vee q) \rightarrow r$

Ta có bảng chân trị sau

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \rightarrow r$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Bài tập: Lập bảng chân trị của những dạng mệnh đề sau

$E(p,q) = \neg(p \wedge q) \wedge p$

$F(p,q,r) = p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow \neg q$

P	¬P
1	0
0	1

P	Q	P∧Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Độ ưu tiên các phép toán

1. Ngoặc ()
2. Phủ định
3. Và
4. Hay
5. Kéo theo →
6. Kéo theo hai chiều

- Ví dụ:
  - **$p \vee q \rightarrow r$** hiểu là **$(p \vee q) \rightarrow r$**
  - **$p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow \neg q$** hiểu là **$(p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow (\neg q)$**

1.2.2 Sự tương đương logic

Định nghĩa: Hai dạng mệnh đề E và F được gọi là tương đương logic nếu chúng có cùng bảng chân trị.

Ký hiệu $E \Leftrightarrow F$ (hay $E \equiv F$).

Ví dụ $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

Định lý: *Hai dạng mệnh đề E và F tương đương với nhau khi và chỉ khi $E \Leftrightarrow F$ là hằng đúng.*

1.2.3 Các luật logic

1. Phủ định của phủ định

$$\neg \neg p \Leftrightarrow p$$

2. Luật De Morgan

$$\neg (p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$
$$\neg (p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

3. Luật giao hoán $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

4. Luật kết hợp $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

$$(p \wedge q) \wedge r <=> p \wedge (q \wedge r)$$

5. Luật phân phối

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$
$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

6. Luật lũy đẳng $p \vee p \Leftrightarrow p$

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

7. Luật trung hòa $p \vee 0 \Leftrightarrow p$

$$p \wedge 1 \Leftrightarrow p$$

8. Luật về phần tử bù

$$p \wedge \neg p \Leftrightarrow 0$$
$$p \vee \neg p \Leftrightarrow 1$$

9. Luật thống trị $p \wedge 0 \Leftrightarrow 0$

$$p \vee 1 \Leftrightarrow 1$$

10. Luật hấp thụ $\mathbf{p} \vee (\mathbf{p} \wedge q) \Leftrightarrow \mathbf{p}$

$$\mathbf{p} \wedge (\mathbf{p} \vee q) \Leftrightarrow \mathbf{p}$$

11. Luật về phép kéo theo:

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$$
$$\Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$$

Ví dụ: Nếu trời mưa thì đường trơn $\Leftrightarrow$ Nếu đường không trơn thì trời không mưa

Bài tập:

Cho p, q, r là các biến mệnh đề. Dùng các luật logic chứng minh rằng:

$$(\neg p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow r$$

Giải

1.2.4 Các phép biến đổi tương đương

❖ Phép chứng minh đảo đề

- Ứng dụng luật về phép kéo theo
  - $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$
  - Để CM $p \rightarrow q$ đúng, ta CM $\neg q \rightarrow \neg p$ đúng.
- Ví dụ:
  - Cho n là số tự nhiên. CM nếu n^2 là số chẵn thì n là số chẵn.
  - Ta CM nếu n là số lẻ thì n^2 là số lẻ.

❖ Phép chứng minh phản ví dụ

- Ứng dụng luật về phép kéo theo kết hợp luật De Morgan
  - $p \to q \Leftrightarrow \neg p \vee q$
  - $\neg (p \to q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$.
  - Để CM $p \to q$ sai, ta CM p đúng, q sai.
  - “Phản ví dụ” = “trường hợp làm MĐ sai”
- Ví dụ:
  - Cho n là số tự nhiên. “Nếu n^2 chia hết cho 4 thì n cũng chia hết cho 4”.
  - Để CM phát biểu trên sai ta tìm 1 số n nào đó không thoả. (chẳng hạn n = 6).

❖ Phép chứng minh phản chứng

- Để CM p đúng ta CM nếu p sai thì suy ra điều vô lý hay mâu thuẫn.
- VD: CM căn bậc hai của 2 là số vô tỷ.

❖ Phép chứng minh phản chứng

- Để CM p đúng ta CM nếu p sai thì suy ra điều vô lý hay mâu thuẫn.
- VD: CM căn bậc hai của 2 là số vô tỷ.

❖ Bài tập

Bài 1:

a/ Hãy dùng bảng chân trị để chứng tỏ biểu thức logic sau đây là hằng đúng: $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \rightarrow q$

b/ Ta có thể chứng minh biểu thức trên là hằng đúng mà không cần dùng bảng chân trị hay không? Nếu có thì hãy trình bày chứng minh.

Bài 2: Sử dụng phép tính mệnh đề (các luật logic) để chứng minh các biểu thức sau đây là hằng đúng:

a/ $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

b/ $(p \rightarrow q \wedge r) \rightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r))$

c/ $\neg (p \wedge q) \wedge p \rightarrow \neg q$

Bài 3: Cho p,q,r là các biến mệnh đề. CM:

a/ $((p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$

b/ $((\neg p \wedge q \wedge \neg r) \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \vee r) \Leftrightarrow p \vee q \vee \neg r$

c/ $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow q) \Leftrightarrow \neg p \vee q \vee \neg r$

1.3. Qui tắc suy diễn với mệnh đề

Định nghĩa: Giả sử P_1, P_2, …, P_n là các mệnh đề, một quy tắc suy diễn trên các mệnh đề P_1, P_2, …, P_n là một phương thức xác định một hệ quả logic Q của các mệnh đề này.

1.3.1 Qui tắc Modus Ponens (qui tắc khẳng định)

$$\left[(P \to Q) \wedge P\right] \to Q$$ Hoặc $$\begin{array}{l} P \to Q \\ P \\ \hline \therefore Q \end{array}$$

Ví dụ:

Chuồn chuồn bay thấp thì mưa.
Chuồn chuồn bay thấp

$\to$Trời mưa

1.3. Qui tắc suy diễn

1.3.2 Qui tắc Modus Tollens (qui tắc phủ định)

$\left[(P \to Q) \land \neg Q\right] \to \neg P$ Hoặc

$$\begin{array}{l} P \to Q \\ \neg Q \\ \hline \therefore \neg P \end{array}$$

Ví dụ:

Nếu Hùng chăm học thì thi đạt môn Toán rời rạc.
Hùng không đạt môn Toán rời rạc

$\to$ Hùng không chăm học

1.3. Qui tắc suy diễn

1.3.3 Qui tắc tam đoạn luận

$$\left[(P \to Q) \wedge (Q \to R)\right] \to (P \to R)$$ Hoặc $$\begin{array}{c} P \to Q \\ Q \to R \\ \hline \therefore P \to R \end{array}$$

Ví dụ:

Dây đồng là dây kim loại.
Dây kim loại thì dẫn điện.

$\rightarrow$ Dây đồng dẫn điện.

1.3. Qui tắc suy diễn

1.3.4 Qui tắc tam đoạn luận rời

$$\left[\left(P \vee Q\right) \wedge \neg Q\right] \rightarrow P$$

Hoặc

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ \neg Q \\ \hline \therefore P \end{array}$$

Ý nghĩa: Nếu trong 2 trường hợp có thể xảy ra, chúng ta biết có một trường hợp sai thì chắc chắn trường hợp còn lại là đúng.

1.3. Qui tắc suy diễn

1.3.5 Qui tắc hội (Conjunction)

$$\frac{p, q}{\therefore p \wedge q}$$

1.3.7 Qui tắc cộng (Addition)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

1.3.6 Qui tắc rút gọn (Simplification - Simp)

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

1.3.8 Qui tắc CM theo trường hợp (By case - BC)

$$\frac{p \rightarrow r, q \rightarrow r}{\therefore (p \vee q) \rightarrow r}$$

1.4. Các phương pháp chứng minh
1.4.1 Chứng minh trực tiếp

Ví dụ 1: Chứng minh suy luận sau

$$\begin{array}{l} p \to (q \to r) \\ p \vee s \\ t \to q \\ \overline{s} \\ \hline \therefore\ \overline{r} \to \overline{t} \end{array}$$

Hay

$$(p \to (q \to r)) \wedge (p \vee s) \wedge (t \to q) \wedge \overline{s} \to (\overline{r} \to \overline{t})$$

Ví dụ 2: Chúng ta xem suy luận "Đội nhà thắng hoặc tôi buồn. Nếu đội nhà thắng thì tôi đi xem phim. Nếu tôi buồn thì con chó của tôi sủa. Chó của tôi lên lặng. Vì vậy, tôi đi xem phim". Hãy CM kết luận của suy luận trên.

Giải:

W: Đội nhà thắng
S: Tôi buồn
M: Tôi đi xem phim
B: Chó của tôi sủa

Giải:

W: Đội nhà thắng
S: Tôi buồn
M: Tôi đi xem phim
B: Chó của tôi sủa

$$
\begin{array}{l}
W \vee S \\
W \to M \\
S \to B \\
\neg B \\
\hline
\therefore M
\end{array}
$$

Ví dụ 2: Chúng ta xem suy luận "Đội nhà thắng hoặc tôi buồn. Nếu đội nhà thắng thì tôi đi xem phim. Nếu tôi buồn thì con chó của tôi sủa. Chó của tôi lên lặng. Vì vậy, tôi đi xem phim". Hãy CM kết luận của suy luận trên.

1.4. Các phương pháp chứng minh
1.4.2 Chứng minh gián tiếp

- Để CM p đúng ta CM nếu p sai thì suy ra điều vô lý hay mâu thuẫn.
- VD: Chứng minh căn bậc hai của 2 là số vô tỷ.

1.5. Vị từ và lượng từ

1.5.1 Định nghĩa vị từ

Một vị từ là một phát biểu p(x,y,…) phụ thuộc theo các biến x,y,…lấy giá trị trên các miền xác định A,B,…nào đó. Khi thay thế các biến trong vị từ bởi các giá trị cụ thể a,b,…thuộc miền xác định thì ta được một mệnh đề p(a,b…) có chân trị đúng hoặc sai.

x,y – biến tự do.

Ví dụ 1:

P(n) ≡ "n là một số nguyên tố" là một vị từ trên tập hợp các số tự nhiên (hoặc trên tập hợp các số nguyên). Ta có thể thấy rằng:

P(1) = 0, tức là P(1) ≡ "1 là một số nguyên tố" là một mệnh đề sai.

P(2) = 1, tức là P(2) ≡ "2 là một số nguyên tố" là một mệnh đề đúng.

Ví dụ 2:

```
 unsigned Greatest_Common_Divisor (unsigned a, unsigned b)
{
    Unsigned x,y,z;
    X=a;
    Y=b;
    While (y>0)
    {
    R=x%y;
    X=y;
    Y=r;
 }
     Return x
}
```

1.5.2 Các phép toán trên vị từ

Định nghĩa. Cho trước các vị từ p(x), q(x) theo một biến $x \in A$. Khi đó:

i. Phủ định của p, ký hiệu là $\neg p$ là vị từ theo biến x mà khi thay x bằng một phần tử a cố định của A thì ta được mệnh đề $\neg\, p(a)$.

ii. Phép nối liền (tương ứng nối rời, kéo theo, …) của p và q, ký hiệu bởi $p \wedge q$ ($p \vee q$, $p \to q$, ...) là vị từ theo biến x mà khi thay x bằng một phần tử a cố

định của A thì ta được mệnh đề $p(a) \wedge q\,(a)$, $p(a) \vee q(a)$, $p(a) \to q(a)$,...)

1.5.2 Các phép toán trên vị từ

Ví dụ: p(x) = “x là số nguyên tố”, q(x) = “x là số chẵn”.

- Phủ định của p: $\neg p(x)$ = “x không là số nguyên tố”
- Phép nối liền của p và q: $p\,(x) \wedge q(x)$ = “x là số nguyên tố và x là số chẵn”

1.4.2 Định nghĩa lượng từ

Các mệnh đề "$\forall x \in A, p(x)$" và "$\exists x \in A, p(x)$" được gọi là lượng từ hóa của vị từ p(x) bởi lượng từ phổ dụng ($\forall$) và lượng từ tồn tại ($\exists$).

Chú ý:

a. Trong các mệnh đề lượng từ hóa, biến x không còn là biến tự do nữa, ta nói nó bị buộc bởi các lượng từ $\forall$ hay $\exists$.

b. Mệnh đề $\forall x \in A, p(x)$ sẽ đúng nếu thay x bằng giá trị a bất kỳ nhưng cố định trong A, p(a) luôn là mệnh đề đúng.

c. Mệnh đề $\exists x \in A, p(x)$ sẽ đúng nếu có một giá trị a trong A sao cho p(a) là mệnh đề đúng.

Định lý 1. Nếu p(x,y) là một vị từ theo 2 biến x, y thì ta có các điều sau:

i. $\forall x \in A, \forall y \in B, p(x,y) \Leftrightarrow \forall y \in B, \forall x \in A, p(x,y)$

ii. $\exists x \in A, \exists y \in B, p(x,y) \Leftrightarrow \exists y \in B, \exists x \in A, p(x,y)$

iii. $\exists x \in A, \forall y \in B, p(x,y) \Rightarrow \exists y \in B, \exists x \in A, p(x,y)$

Định lý 2. Phủ định của một mệnh đề lượng từ hóa từ vị từ p(x,y, …) có được bằng cách thay lượng từ $\forall$ bởi lượng từ $\exists$, thay lượng từ $\exists$ bằng lượng từ $\forall$ và thay vị từ p(x,y,…) bằng phủ định $\neg$ p(x,y,…).

Ví dụ. Cho mệnh đề "$\forall x \in N, \exists y \in N$, x + y là số chẵn"

Phủ định của mệnh đề "$\forall x \in N, \exists y \in N$ là mệnh đề "$\exists x \in N, \forall y \in N$,

x+y không là số chẵn".

Quy tắc đặc biệt hóa phổ dụng

"$\forall x \in$ A, p(x) đúng thì p(a) đúng với a $\in$ A, a cố định nhưng bất kỳ".

Ví dụ. Ta có mệnh đề đúng sau: "$\forall n \in$ N, $n(n+1) \vdots 2$ ", khi đó nếu thay n bằng số tự nhiên bất kỳ, chẳng hạn n = 5, không cần kiểm tra lại, ta cũng chắc chắn rằng mệnh đề "5*(5+1) $\vdots$ 2" là mệnh đề đúng.

Quy tắc tổng quát hóa phổ dụng

Nếu p(a) đúng $\forall a \in$A bất kỳ thì mệnh đề $\forall a \in$A, p(x) đúng.

1.6. Nguyên lý quy nạp

Mệnh đề "$\forall n \in N, p(n)$" *là hệ quả logic của* "$p(0) \wedge [\forall n \in N, p(n) \rightarrow p(n+1)$"

Phương pháp CM

Với n, n_0 là số tự nhiên.

1. Kiểm chứng P(n) đúng với $n=n_0$ (bước cơ sở)
2. Giả sử P(n) đúng với n: $n_0 \leq n \leq k$ (bước qui nạp)
3. Chứng minh P(n) đúng với n=k+1
4. Kết luận $\forall n \geq n_0$: P(n) là đúng

Ví dụ:

Với $n \geq 1$ là số nguyên. CMR: $P(n)=1+2+3+\ldots+n=n(n+1)/2$

Xác định quan hệ của mệnh đề, vị từ, lượng từ và vai trò của chúng trong toán học và KHMT?

Bài tập

- 3, 4,5,9,10-12,15/43-48(TRR)

- GT 22/50, 25/51, 28/52,30/53,32,35/54

1/n ≥ 1 là số nguyên. Tìm công thức tính tổng n số lẻ đầu tiên và chứng minh công thức đó.

2/ CMR (quy nạp):

a/ Với mọi số nguyên dương n, $7^n + 3n - 1$ chia hết cho 9

b/ Cho dãy số

$x_0, x_1, \ldots, x_n, \ldots$ được định nghĩa bởi:

$x_0 = 0;$

$x_1 = 1;$

và $x_n = 3x_{n-1} - 2x_{n-2}$ với mọi $n \geq 2$.

Khi đó ta có: $x_n = 2^n - 1$, với mọi $n \geq 0$.

c/ Chứng minh rằng với mọi $n \geq 1$ ($n \in N$) ta có:

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$$

BÀI TẬP

Bài tập 15: Hãy kiểm tra các suy luận sau

$$\text{c/}\ p \to \overline{q}$$
$$\left(p \wedge \overline{s}\right) \vee t$$
$$t \to q$$
$$\therefore\ \overline{s} \to t$$

$$\text{d/}\ t \to u$$
$$r \to \left(s \vee t\right)$$
$$\left(\overline{p} \vee q\right) \to r$$
$$\left(s \vee u\right)$$
$$\therefore\ p$$

Bài tập

- 3, 4,5,9,10-12,15/43-48(TRR)

- GT 22/50, 25/51, 28/52,30/53,32,35/54

1/n ≥ 1 là số nguyên. Tìm công thức tính tổng n số lẻ đầu tiên và chứng minh công thức đó.

2/ CMR (quy nạp):

a/ Với mọi số nguyên dương n, $7^n + 3n – 1$ chia hết cho 9

b/ Cho dãy số

$x_0, x_1, . . ., x_n, . . .$ được định nghĩa bởi:

$x_0 = 0;$

$x_1 = 1;$

và $x_n = 3x_{n-1} - 2x_{n-2}$ với mọi $n \geq 2$.

Khi đó ta có: $x_n = 2^n - 1$, với mọi $n \geq 0$.

c/ Chứng minh rằng với mọi $n \geq 1$ ($n \in N$) ta có:

$$1^2 + 2^2 + . . . + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$$

Q&A