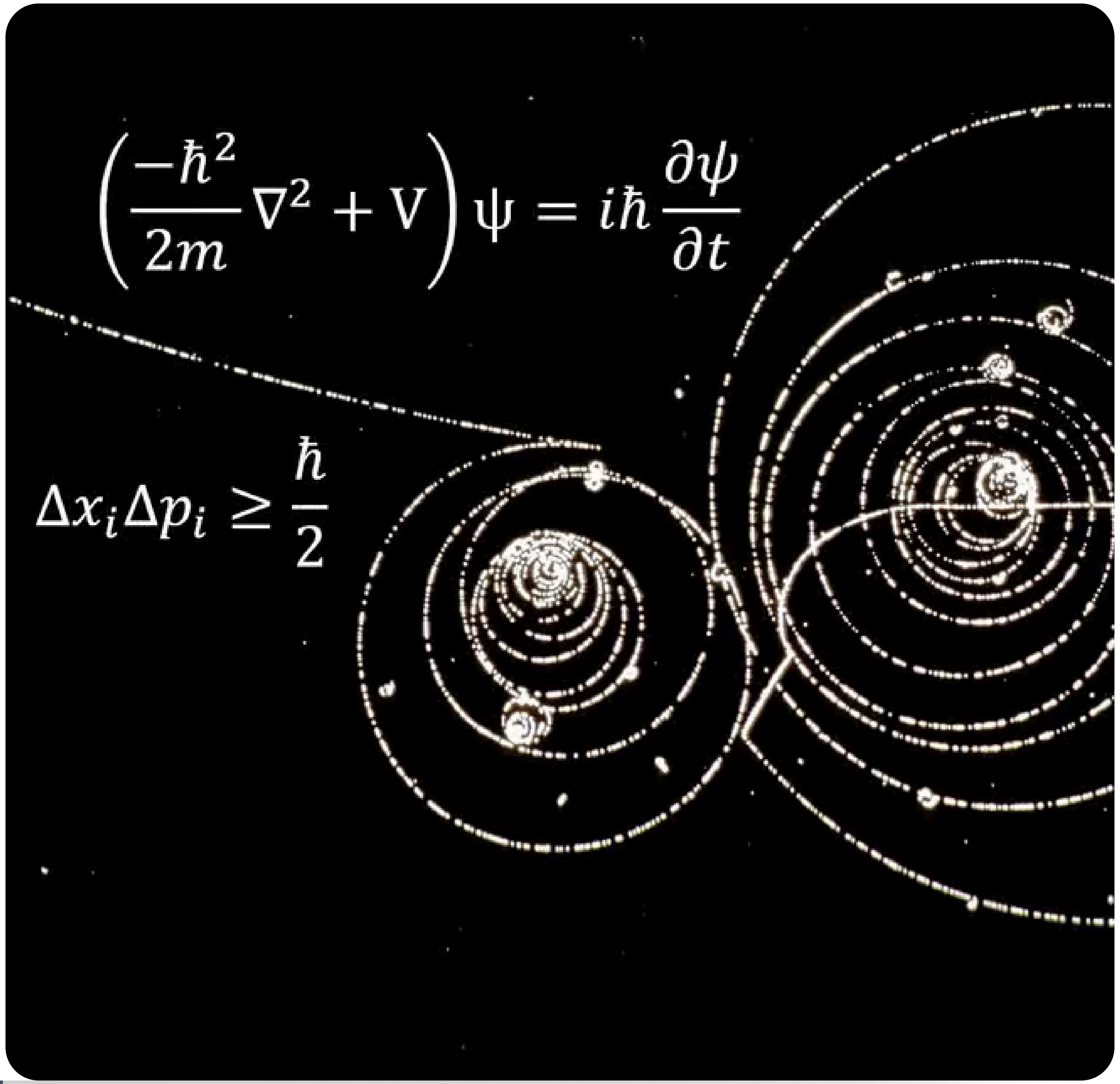
CY TECH

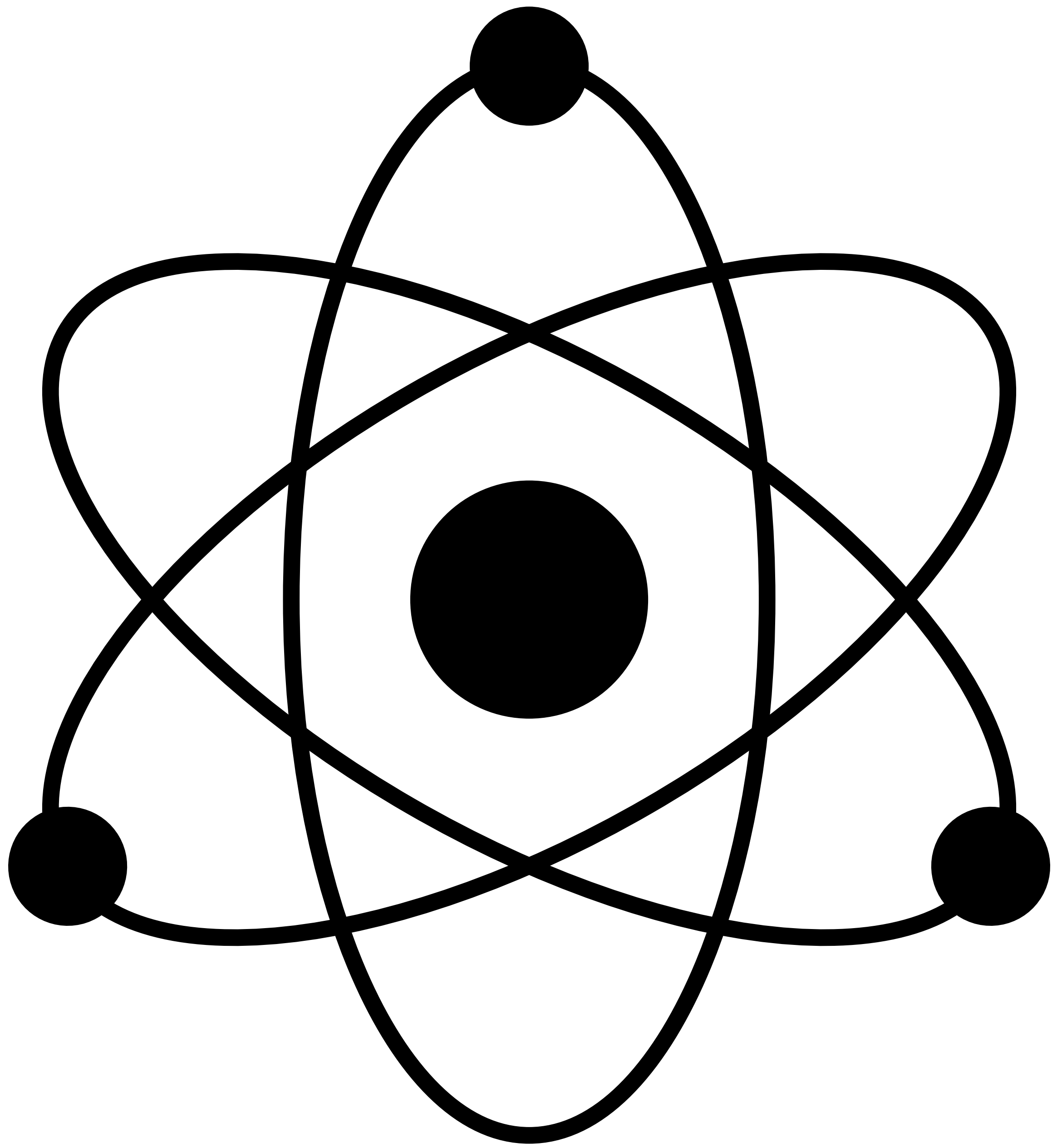
preing2 - promo 2024_2025

Présentation physique moderne

Manfred WALLOT
Tom MONTEIRO-ALVES
Antoine RENAUD



Sommaire



Notre organisation

Comprendre le sujet

Comprendre les notions clés

- effet Raumsauer townsend
- puit fini
- tranche efficace

recherches sur internet ,
cours magistraux,
exercices du TD

Comprendre les consignes

- comprendre le lien entre les questions
- puit fini
- tranche efficace

échanges avec les
professeurs de physique
et d'autres étudiants

Répartion du travail

La partie code

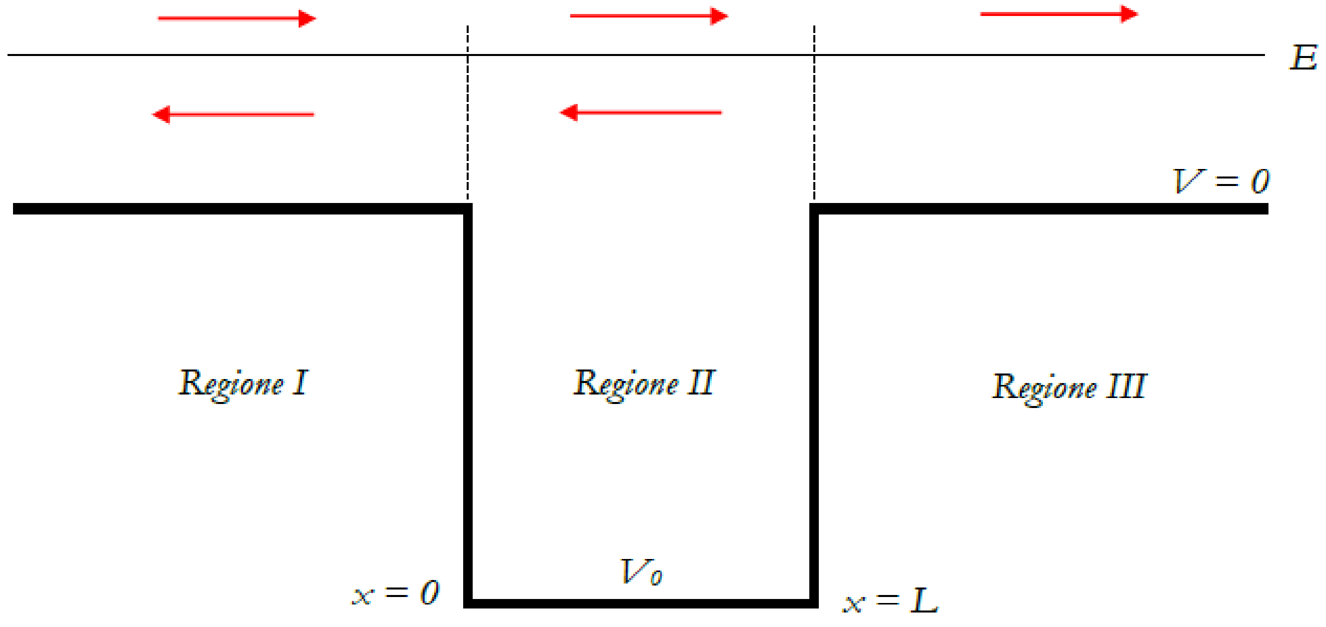
- comprendre le code
- se familiariser avec le python
- modeliser nos résultats

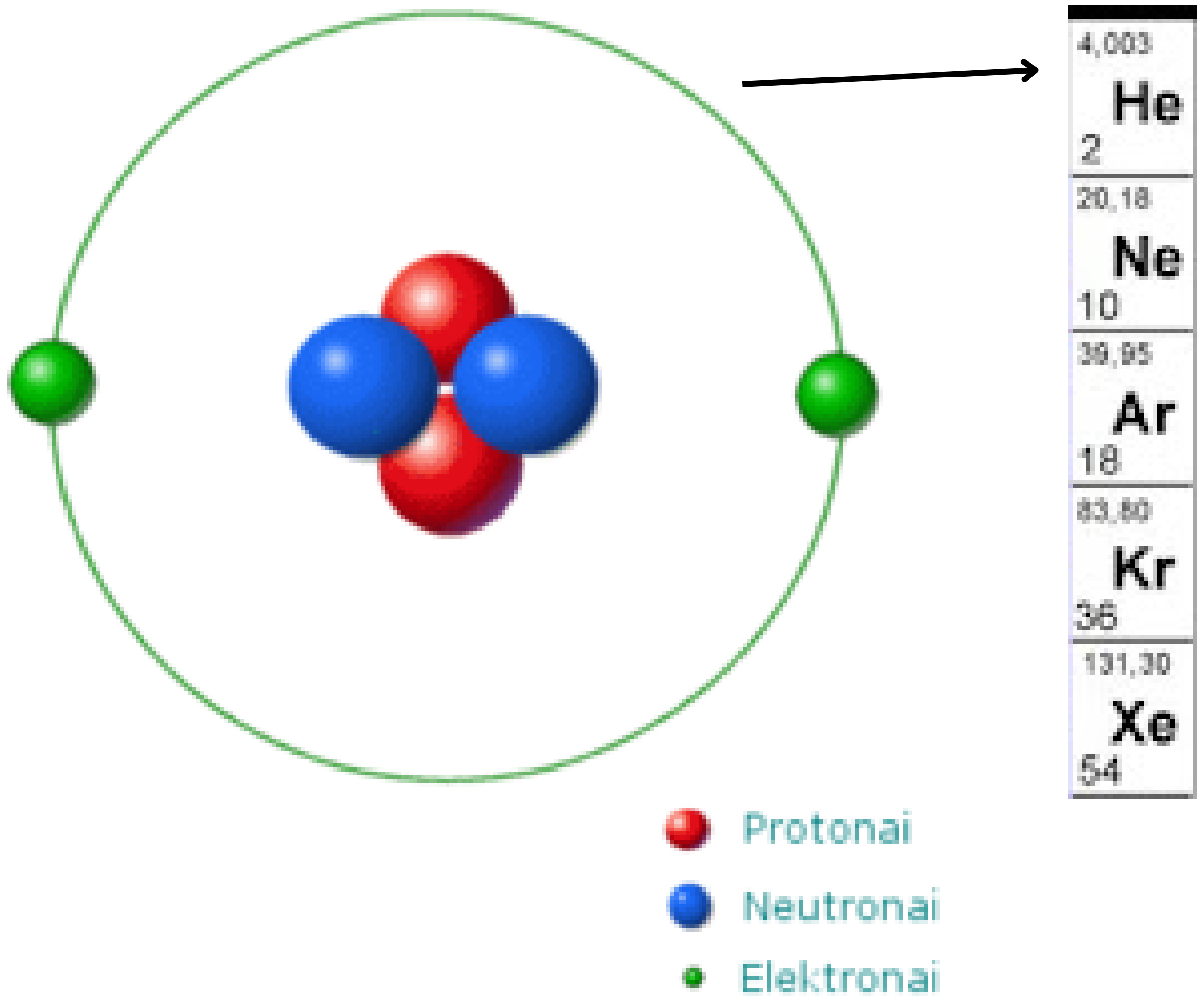
calculatoire et théorique

- résolutions des équations differentielles pour une onde
- pour un paquet d'onde
- exploiter les résulats pour les modelisations

L’Effet Raumsauer-Townsend

L'effet Ramsauer-Townsend désigne la diminution surprenante de la probabilité de collision entre des électrons lents et des atomes nobles, comme le xénon, à certaines énergies, ce qui se traduit par une transparence inhabituelle du gaz à ces énergies.





Carl Ramsauer

John Townsend

Notre démarche pour le cas d’une onde

- Équation de Schrödinger et régions
- on determine les équations d’onde pour chauqe régions, les états stationnaires
- la continuité au point 0 et a
- Déterminer le coefficient de transmission T
- Déterminer les niveaux d’énergie
- partie code et comparaison des résultats

Équation de Schrödinger et régions

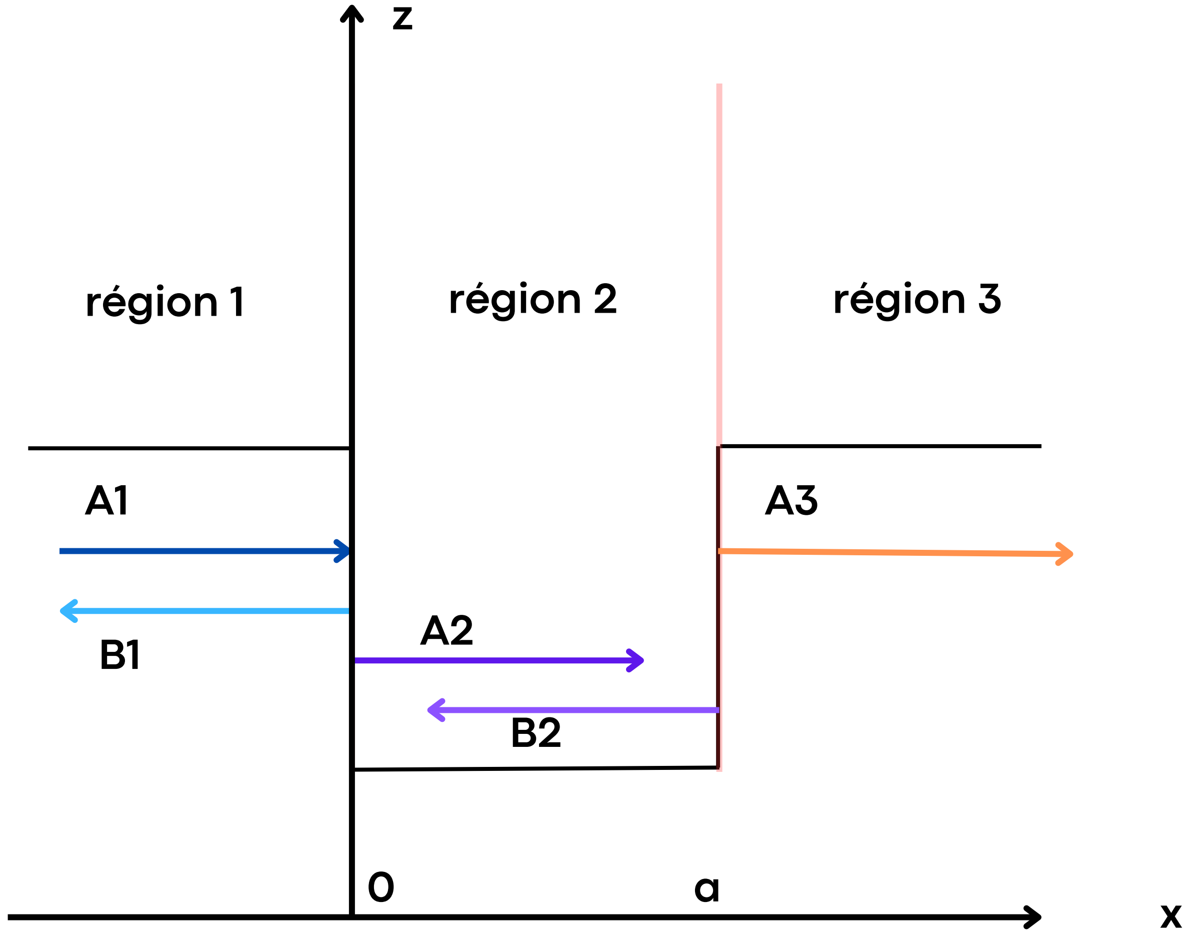
cé:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \text{ et } x > a \\ -V_0 & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant a \end{cases}$$

Équation de Schrödinger indépendante du temps:

$$\frac{d^2 \phi(x)}{d x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0) \phi(x) = 0$$

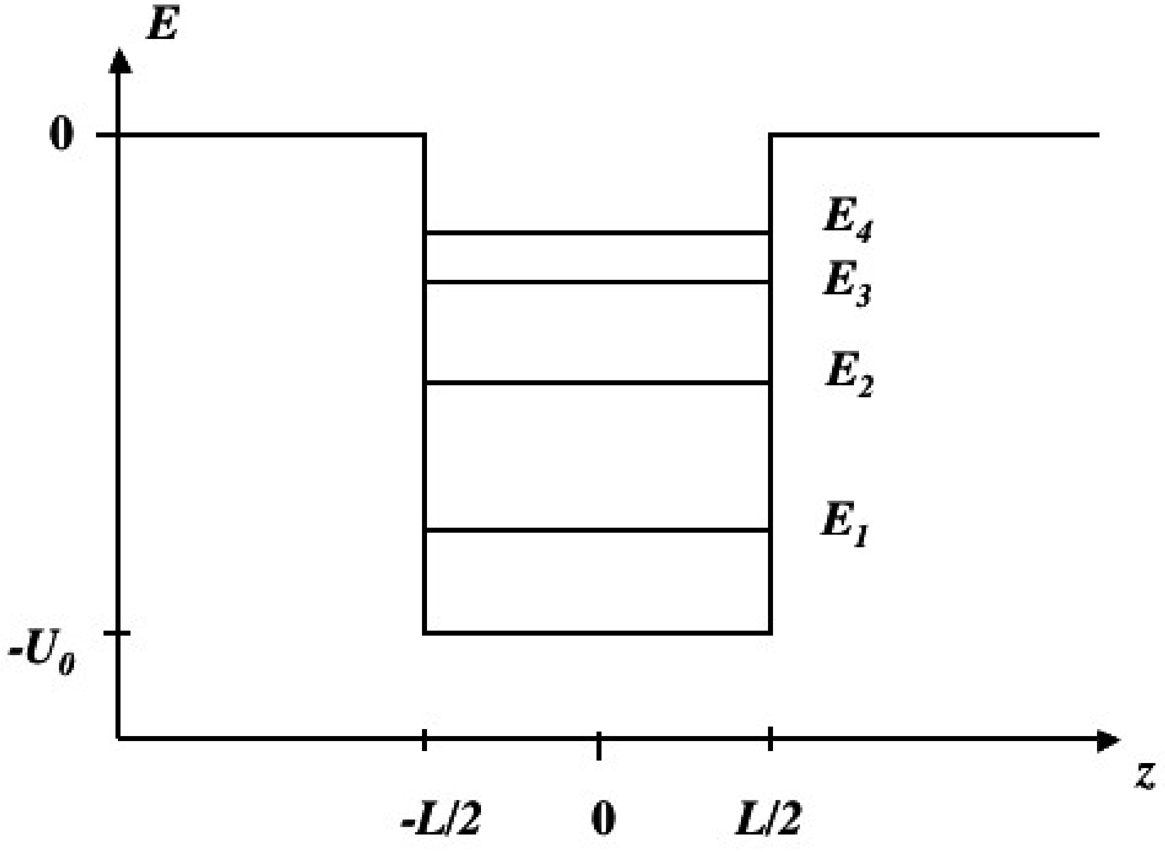
Schéma : puit de portentiel fini



On cherhe à determiner T le coefficient de transmission

$$\boxed{T = |A3 / A1|^{**}2}$$

graphique : puit de potentielle fini



On determine les équations d'onde pour chaque région, les états stationnaires

Region 1 : $x < 0$, $V(x) = 0$

On a : $\frac{d^2 \phi_1(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \phi_1(x) = 0$

Posons l'ansatz : $\phi_1(x) = e^{ik_1 x}$

$\Rightarrow \left(-k_1^2 + \frac{2mE}{\hbar^2}\right) \underbrace{e^{ik_1 x}}_{\neq 0} = 0$

$\Rightarrow -k^2 = -\frac{2mE}{\hbar^2} \Longrightarrow \boxed{k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}}$

On a donc comme solution générale :

$$\boxed{\phi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}}$$

Region 2 : $0 \leq x \leq a$, $V(x) = -V_0$

On a : $\frac{d^2 \phi_2(x)}{dx^2} + \frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2} \phi_2(x) = 0$

On pose l'ansatz : $\phi_2 = e^{ik_2 x}$

$\Rightarrow \left(-k_2^2 + \frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}\right) \underbrace{\phi_2(x)}_{\neq 0} = 0$

$\Rightarrow \boxed{k_2^2 = \frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}$

Donc on a comme solution générale :

$$\boxed{\phi_2(x) = A_2 e^{ik_2 x} + B_2 e^{-ik_2 x}}$$

Région 3 : $x > a$, $V(x) = 0$

On a : $\frac{d^2 \phi_3(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \phi_3(x) = 0$

On pose : $\phi_3(x) = e^{ik_3 x}$

$\Rightarrow \left(-k_3^2 + \frac{2mE}{\hbar^2}\right) \underbrace{e^{ik_3 x}}_{\neq 0} = 0$

$\Rightarrow \boxed{k_3^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}}$

On a comme solution générale :

$$\phi_3(x) = A_3 e^{ik_3 x} + B_3 e^{-ik_3 x}$$

comme aucune onde est reflechit dabns la région 3 B3 = 0

$$\boxed{\Rightarrow \phi_3(x) = A_3 e^{ik_3 x}}$$

On remarque que k1 = k3 donc on pose : **k = k1 = k3** **q= k2**

Continuité au point 0 et a

Passons maintenant à la continuité en 0 et en a :

- En $x = 0$:

$$\phi_1(0) = \phi_2(0) \Longrightarrow A_1 + B_1 = A_2 + B_2$$

$$\left.\frac{\partial \phi_1}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial \phi_2}{\partial x}\right|_{x=0} \Longrightarrow A_1 k_1 - B_1 k_1 = A_2 k_2 - B_2 k_2$$

- En $x = a$:

$$\phi_2(a) = \phi_3(a) \Longrightarrow A_2 e^{ik_2 a} + B_2 e^{-ik_2 a} = A_3 e^{ik_3 a}$$

$$\left.\frac{\partial \phi_2}{\partial x}\right|_{x=a} = \left.\frac{\partial \phi_3}{\partial x}\right|_{x=a} \Longrightarrow ik_2(A_2 e^{ik_2 a} + B_2 e^{-ik_2 a}) = ik_3 A_3 e^{ik_3 a}$$

$$\Longrightarrow k_2(A_2 e^{ik_2 a} + B_2 e^{-ik_2 a}) = k_3 A_3 e^{ik_3 a}$$

Comme $k_1 = k_3$, notons $k = k_1 = k_3$ et $q = k_2$ pour faciliter la lecture.

On a :

$$\begin{cases} A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \\ k(A_1 + B_1) = q(A_2 - B_2) \\ A_2 e^{iqa} + B_2 e^{-iqa} = A_3 e^{ika} \\ q(A_2 e^{iqa} + B_2 e^{-iqa}) = k A_3 e^{ika} \end{cases}$$

ici nous etudions le cas de l'efffet Raumsauer - Tausend, donc il n'y a pas d'onde réfléchie

$$\boxed{R = \left|\frac{B_1}{A_1}\right|^2 = 0} \Longrightarrow |B_1| = 0 \Longrightarrow B_1 = 0$$

Propriété du cours

Déterminer le coefficient de transmission T

$$R = \left|\frac{B_1}{A_1}\right|^2 = 0 \Rightarrow |B_1| = 0 \Rightarrow B_1 = 0$$

Donc :

$$\begin{cases} A_1 = A_2 + B_2 \\ k A_1 = q(A_2 - B_2) \end{cases} \quad L_2 \leftarrow \frac{L_2}{q}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A_1 = A_2 + B_2 \\ \frac{k}{q} A_1 = A_2 - B_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B_2 = A_1 - A_2 \\ A_2 = \frac{k}{q}A_1 + A_1 - A_2 \Rightarrow A_2 = \frac{A_1}{2}\left(\frac{k}{q}+1\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} B_2 = A_1 - \left[\frac{A_1}{2}\left(\frac{k}{q}+1\right)\right] \Rightarrow B_2 = \frac{A_1}{2}\left[2 - 1.\left(\frac{k}{q}+1\right)\right] \Rightarrow B_2 = \frac{A_1}{2}\left(1-\frac{k}{q}\right) \\ A_2 = \frac{A_1}{2}\left(\frac{k}{q}+1\right) \end{cases}$$

et $A_3 e^{ika} = A_2 e^{iqa} + B_2 e^{-iqa} = \frac{A_1}{2}\left(\frac{k}{q}+1\right)e^{iqa} + \frac{A_1}{2}\left(1-\frac{k}{q}\right)e^{-iqa}$

$$\Rightarrow A_3 = \frac{A_1}{2e^{ika}}\left[\left(\frac{k}{q}+1\right)e^{iqa} + \left(1-\frac{k}{q}\right)e^{-iqa}\right]$$

On cherche quand $T = 1$ donc : $\left|\frac{A_3}{A_1}\right|^2 = 1$

On a :

$$\left|\frac{A_3}{A_1}\right|^2 = \left|\frac{\cancel{A_1}}{2e^{ika}\cancel{A_1}}\left[\left(\frac{k}{q}+1\right)e^{iqa} + \left(1-\frac{k}{q}\right)e^{-iqa}\right]\right|^2$$

$$= \left|\frac{1}{2e^{ika}}\left[\left(\frac{k}{q}+1\right)e^{iqa} + \left(1-\frac{k}{q}\right)e^{-iqa}\right]\right|^2$$

$$= \left|\frac{1}{2e^{ika}}\left[\frac{k}{q}\left(e^{iqa}-e^{-iqa}\right) + e^{iqa}+e^{-iqa}\right]\right|^2$$

On distribue le 2 dans les parenthèses :

$$\left|\frac{A_3}{A_1}\right|^2 = \left|\frac{1}{e^{ika}}\left[\frac{k}{q}\boxed{\underbrace{\left(\frac{e^{iqa}-e^{-iqa}}{2}\right)}_{i\sin(qa)}} + \underbrace{\frac{e^{iqa}+e^{-iqa}}{2}}_{\cos(qa)}\right]\right|^2$$

Formule d'Euler*

$$= \left|\frac{1}{e^{ika}}\left[\frac{k}{q}\, i\sin(qa) + \cos(qa)\right]\right|^2$$

Or $|e^{ika}|^2 = e^{ika}.e^{-ika} = e^0 = 1$

Donc :

$$\left|\frac{A_3}{A_1}\right|^2 = \left|\frac{k}{q}\, i\sin(qa) + \cos(qa)\right|^2 = \left(\frac{k}{q}\right)^2\sin^2(qa) + \cos^2(qa)$$

Calculons $\left(\frac{k}{q}\right)^2$:

$$\left(\frac{k}{q}\right)^2 = \frac{k^2}{q^2} = \frac{\cancel{2m}E}{\cancel{\hbar^2}} \cdot \frac{\cancel{\hbar^2}}{\cancel{2m}(E+V_0)} = \frac{E}{E+V_0} \quad \text{si } V_0 \neq 0$$

$$\left(\frac{k}{q}\right)^2 = 1 \Rightarrow V_0 = 0 \Rightarrow A_1 = A_2 = A_3 \quad \text{(solution plane progressive)}$$

formule d'Euler

$$\cos(x) = \frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2} \qquad \sin(x) = \frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}$$

Déterminer les niveaux d'énergie

On sait que $\boxed{1-\sin^2(qa)=\cos^2(qa)}$, donc on a:

$$\boxed{\left|\frac{A_3}{A_1}\right|^2 = \left(\frac{k}{q}\right)^2\sin^2(qa)+1-\sin^2(qa) = \sin^2(qa)\left[\left(\frac{k}{q}\right)^2-1\right]+1 = 1}$$

Expression du coefficient de transmissions T
Quand T = 1, l'onde n'est pas diffusée → elle n'est pas réfléchie. Ce cas correpond à l'effet de Raumsauer Tausend.

$$\Rightarrow \sin^2(qa)\left[\left(\frac{k}{q}\right)^2-1\right]=0$$

$$\Rightarrow \sin^2(qa)=0 \quad \text{ou} \quad \left(\frac{k}{q}\right)^2-1=0$$

$\Rightarrow \boxed{qa=n\pi}$ propriété trigonométrie

$$\Rightarrow q=\frac{n\pi}{a}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}\right]^{1/2}=\frac{n\pi}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}=\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow E+V_0=\frac{1}{2m}\left(\frac{n\hbar\pi}{a}\right)^2 \Rightarrow \boxed{E_n=\frac{1}{2m}\left(\frac{n\pi\hbar}{a}\right)^2-V_0}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{k^2}{q^2}\right)=1 \Rightarrow k^2=q^2 \Rightarrow V_0=0$$

$\Rightarrow$ aucune diffusion (pas interressant)

on trouve la forme de l'ensemble des niveaux d'énergie pour lesquelles la transmission est totale

E_n represente les niveaux d'énergie où l'ondes est totalement transmis

Prévision des résultats après démarche analytique

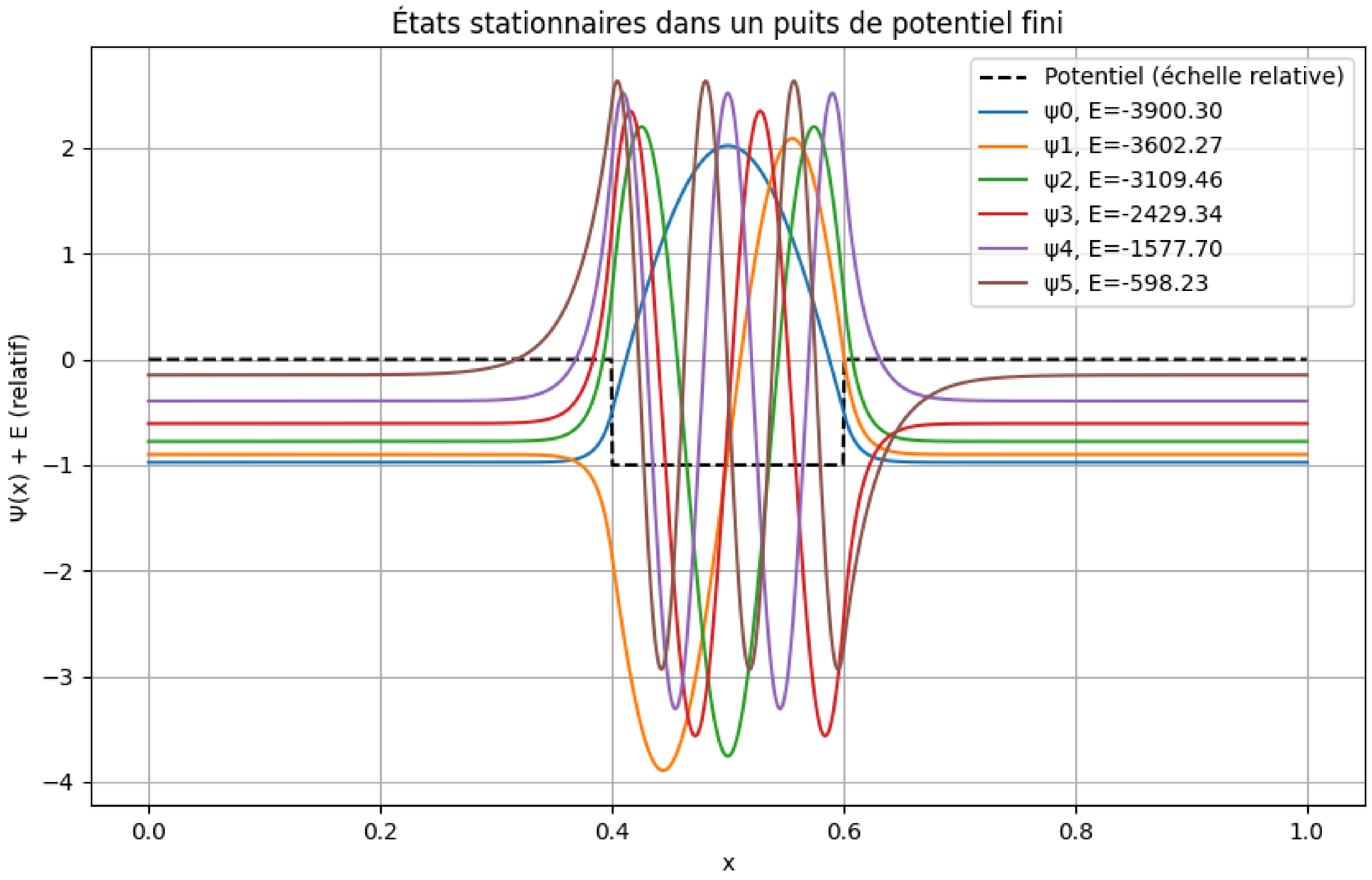
$$E_n = \frac{1}{2m}\left(\frac{n\pi\hbar}{a}\right)^2 - V_0$$

m et ħ ont été approximé à 1

n	E
0	4000
1	4474.32
2	5897.27
3	8268.86
4	11589.08
5	15857.94

Partie code

les États stationnaires



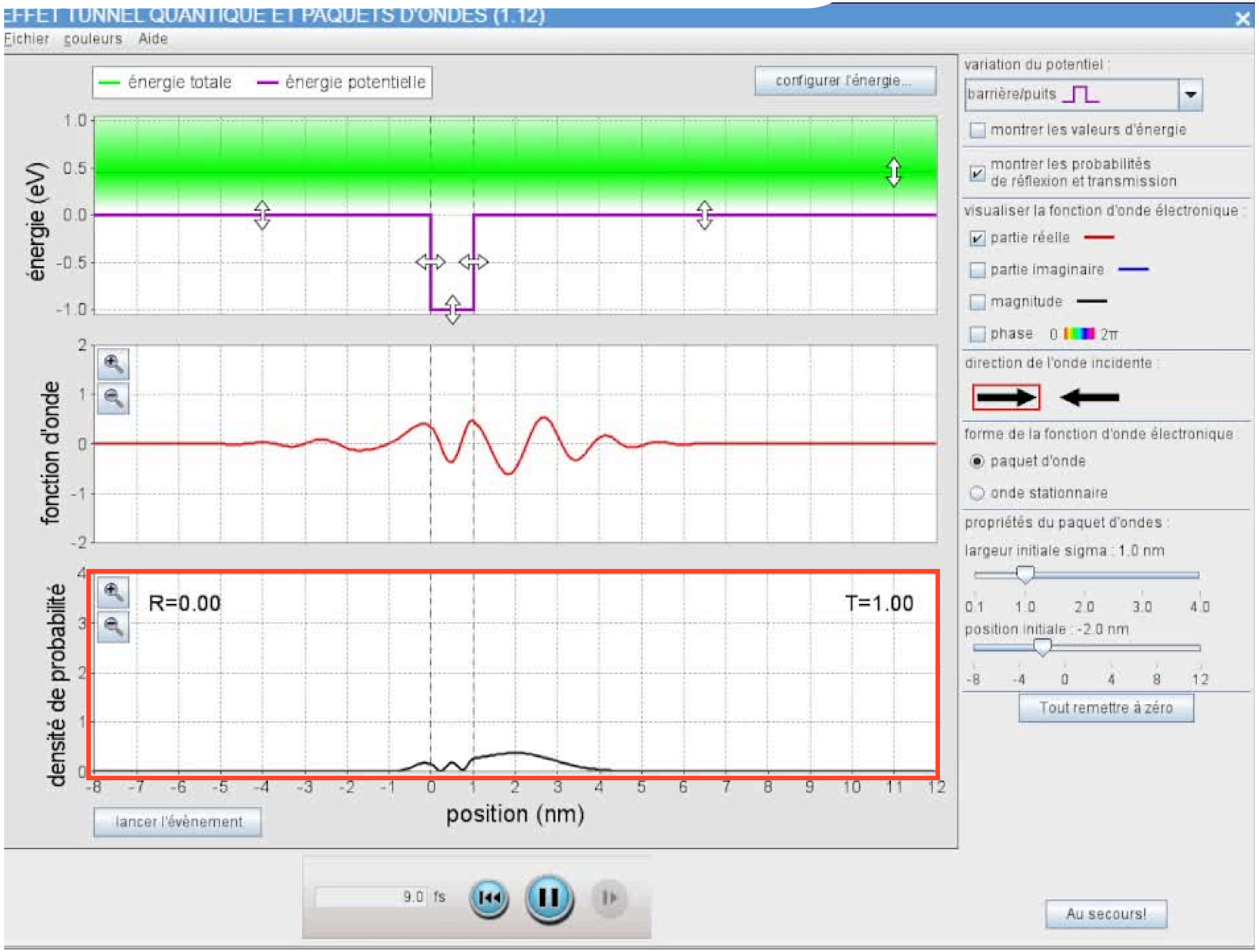
n	E
0	-3900.3
1	-3602.27
2	-3109.34
3	-2429.34
4	-1577.7
5	-598.23

Divergence des résultats entre le code et la démarche analytique

n	E
0	4000
1	4474.32
2	5897.27
3	8268.86
4	11589.08
5	15857.94

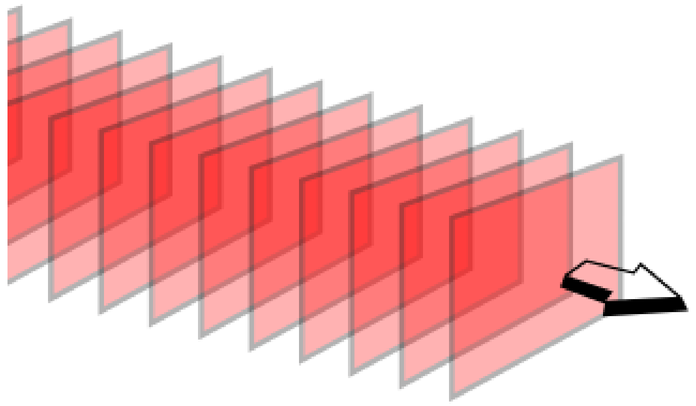
n	E
0	-3900.3
1	-3602.27
2	-3109.34
3	-2429.34
4	-1577.7
5	-598.23

Visualisation de l'effet Ramsauer-Townsend (vidéo)



Notre démarche pour le cas d’un paquet d’onde

Comprendre ce qu’est un paquet d’onde mathematiquement et physiquement



paquet d’onde = superposition d’onde plane

Conclusion

Bibliographie

- **Équation de Schrödinger dans des potentiels constants par morceaux :** MQ2%20-%20Schrodinger%20dans%20potentiels%20uniforme%20par%20morceau.pdf
- **Couche "anti-reflet" quantique- Effet Ramsauer- simulation/explication :** https://1309846271531417611/1309846272408162348/1381307941688180766
- **Corrigé exercice prépa :** https://cpge-paradise.com/MP4Phys/TD/TD11%20meca%20q.pdf
- **Simulation University of Colorado :** https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/quantum-tunneling/latest/quantum-tunneling.html?simulation=quantum-tunneling&locale=fr
- **M.Piguet**