物理学 A　期末試験追課題　解答例

問 1　（配点 20）

(1)

$x = r\cos\varphi$,　$y = r\sin\varphi$ を直線の式に代入。

$r\sin\varphi = a\,r\cos\varphi + b$ を r について解くと、

$$r = \frac{b}{\sin\varphi - a\cos\varphi} \qquad (\arctan a < \varphi < \pi + \arctan a) \qquad \text{(答)}$$

(2)

$$\dot{r} = \frac{-b(\cos\varphi + a\sin\varphi)}{(\sin\varphi - a\cos\varphi)^2}\dot{\varphi} = \frac{-b(\cos\varphi + a\sin\varphi)}{(\sin\varphi - a\cos\varphi)^2}\omega \qquad \text{(答)}$$

(3)

$$\begin{aligned} v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 &= \frac{b^2(\cos\varphi + a\sin\varphi)^2}{(\sin\varphi - a\cos\varphi)^4}\omega^2 + \frac{b^2}{(\sin\varphi - a\cos\varphi)^2}\omega^2 \\ &= \frac{b^2\omega^2}{(\sin\varphi - a\cos\varphi)^4}\{(\cos\varphi + a\sin\varphi)^2 + (\sin\varphi - a\cos\varphi)^2\} \\ &= \frac{b^2\omega^2}{(\sin\varphi - a\cos\varphi)^4}(a^2+1) = \frac{\omega^2}{b^2}(a^2+1)r^4 \end{aligned}$$

$$\therefore v = \frac{\sqrt{a^2+1}}{b}|\omega|r^2 \qquad \text{(答)}$$

問 2（配点 20）

(1)

$$U = mgx\sin\theta \quad (x > 0), \qquad U = mgx\sin\theta + \frac{1}{2}kx^2 \quad (x \le 0) \qquad \text{(答)}$$

(2) 上の第2式において、$U(-a) \le 0$ であれば、バネから質点は離れないので、

$$a_0 = \frac{2mg}{k}\sin\theta \qquad \text{(答)}$$

(3) つり合いの位置は、$mg\sin\theta = kx_0$ より、

$$x_0 = \frac{mg}{k}\sin\theta$$

x_0 を中心に $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ で単振動をするので、

$$x(t) = \frac{mg}{k}\sin\theta\left(\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t - 1\right) \qquad \text{(答)}$$

問3 （配点20）

(1)

エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}ka^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2\right) + mga\sin\alpha \qquad \text{(答)}$$

運動量保存則

$$MV = mv_x \qquad \text{(答)}$$

(2)

$$\frac{v_y}{V + v_x} = \tan\alpha \qquad \text{(答)}$$

問4 （配点20）

(1)

$$I_z^0 = \int_0^R \rho 2\pi r r^2 dr = \frac{1}{2}\rho\pi R^4 = \frac{1}{2}MR^2 \qquad \text{(答)}$$

(2)

$$I_z^0\dot{\omega} = RT \qquad \text{(答)}$$

(3)

$$M\dot{V} = Mg - T \qquad \text{(答)}$$

(4)

$$m\dot{v} = mg - T \qquad \text{(答)}$$

(5)

$V + v = R\omega$より、$\dot{V} + \dot{v} = R\dot{\omega} = R\dfrac{RT}{I_z^0} = \dfrac{2T}{M}$

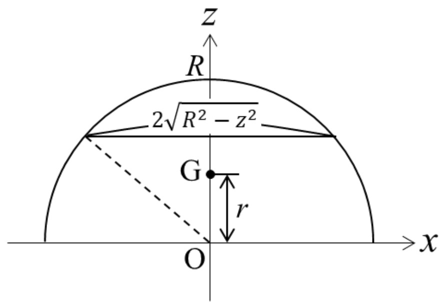
上式と(3)(4)の式を解いて、

$$\dot{V} = \frac{M + m}{M + 3m}g \qquad \text{(答)}$$

$$\dot{v} = \frac{3m - M}{M + 3m}g \qquad \text{(答)}$$

問5（配点20）

(1)



$$r=\frac{1}{M}\iiint z\rho dxdydz=\frac{1}{M}\frac{2M}{\pi R^2 t}\iiint zdxdydz$$

$$=\frac{2}{\pi R^2 t}\int_0^R zt\cdot 2\sqrt{R^2-z^2}dz=\frac{4}{\pi R^2}\int_0^R z\sqrt{R^2-z^2}dz$$

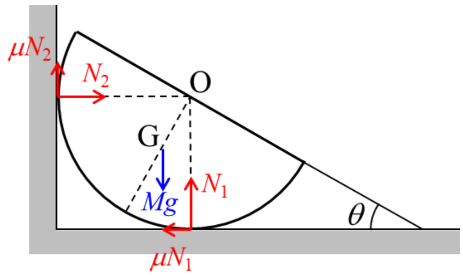
$$=\frac{4}{\pi R^2}\int_{R^2}^0 -\frac{1}{2}\sqrt{s}ds=\frac{4}{3\pi}R \qquad \text{(答)}$$

(2)

鉛直方向の力の釣り合い：$\mu N_2+N_1-Mg=0$ —① (答)

水平方向の力の釣り合い：$-\mu N_1+N_2=0$ —② (答)

(3)



O の周りの力のモーメント：

$\mu(N_1+N_2)R-Mg\cdot(4/3\pi)R\sin 30°=0$

$\therefore \mu(N_1+N_2)R-Mg\cdot(2/3\pi)R=0$ —③ (答)

(4)

①～③より、Mg, N_2を消去すると、

$$(1+\mu)\mu N_1=\frac{2}{3\pi}(1+\mu^2)N_1$$

$$(3\pi-2)\mu^2+3\pi\mu-2=0$$

$\therefore\ \mu=0.185$ (答)