МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

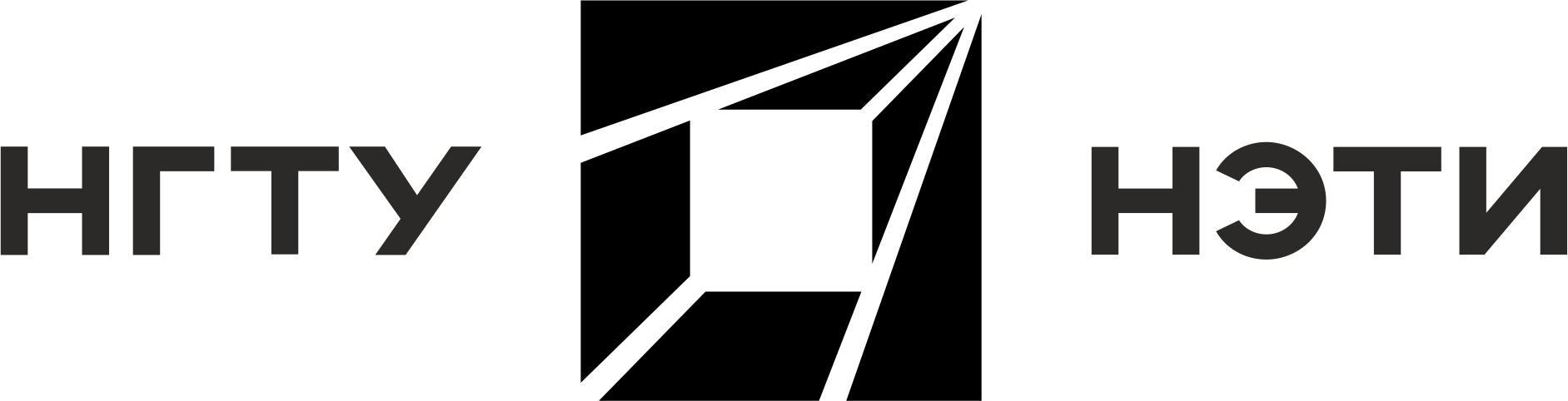
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ

ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра прикладной математики



**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1**

по дисциплине: Непрерывные математические модели

на тему: Построение сглаживающих сплайнов с использованием кусочно-полиномиальных эрмитовых базисных функций третьего порядка в двумерной области по произвольно зашумленным наборам данных

Вариант №3

Факультет: ФПМИ

Группа: ПММ-21

Выполнил: Сухих А.С.

Проверили: к.т.н Киселев Д.С., Патрушев И.И.

Дата выполнения: 20.12.22

Отметка о защите:

Новосибирск 2022

**Цель работы:** Разработать программу построения сглаживающего сплайна с использованием кусочно-полиномиальных эрмитовых базисных функций третьего порядка в двумерной области и опробовать её при решении задач фильтрации для произвольных наборов зашумленных данных.

**Ход работы:**

**1. Построение сплайна по кусочно-линейным базисным функциям**

Первоначально была разработана программа для построения кусочно-линейных сплайнов по набору точек. В качестве языка программирования был выбран C++, для решения СЛАУ была использована библиотека Eigen, отрисовка графиков производилась с помощью gnuplot.

Программе на вход подаётся два файла - файл с координатами точек в формате «x y» и файл с узлами сетки конечных элементов. На основе этих файлов генерируются элементы в виде структуры Element, содержащей в себе точки, попадающие в данный элемент.

Для кусочно-линейного сплайна были использованы следующие линейные базисные функции:

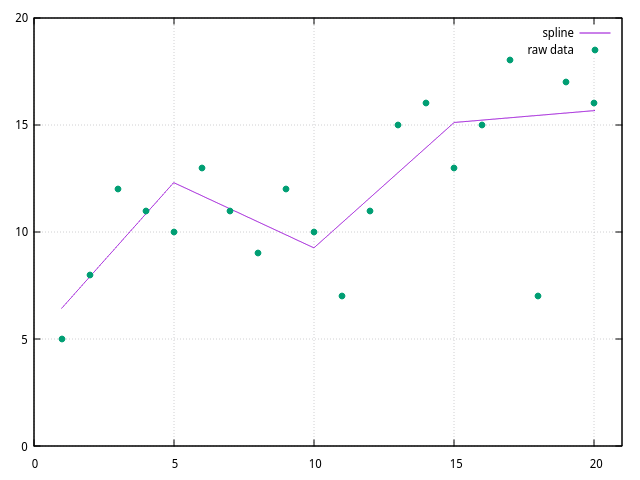
,

На основании данных из файлов и базисных функций рассчитываются матрица A и вектор b.

,

В результате решения СЛАУ *Aq = b* был получен вектор весов *q*. Чтобы снизить влияние выбросов вычисляется отклонение в каждой точке исходных данных от среднего отклонения. При превышении отклонения в точке в два и более раза вес данной точки уменьшается вдвое. По измененным весам вновь рассчитывается вектор *q*.

Результат работы программы по набору из 20 точек с 5 узлами элементов представлен на рисунке 1.

Рисунок 1 — сплайн на основе кусочно-линейных базисных функций по набору 20 точек

**2. Построение сплайна по эрмитовым базисным функциям**

Аналогично п.1 была разработана программа для построения сплайна по эрмитовым базисным функциям. Построение сплайна реализовано в виде класса Spline, в конструктор которому подаётся вектор точек координат и вектор узлов конечно-элементной сетки.

Были использованы следующие базисные функции:

,,

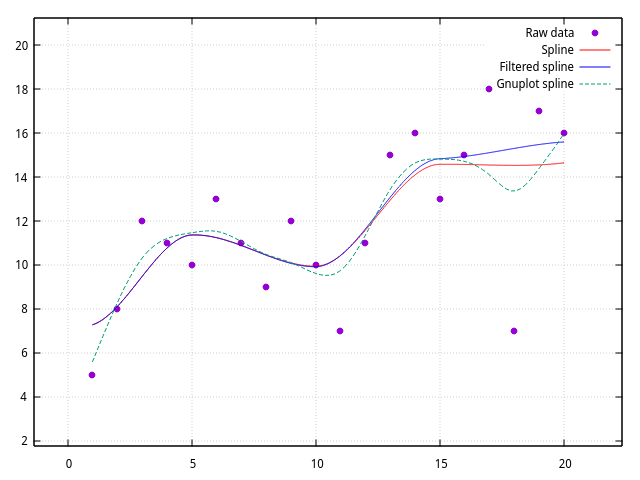
,,

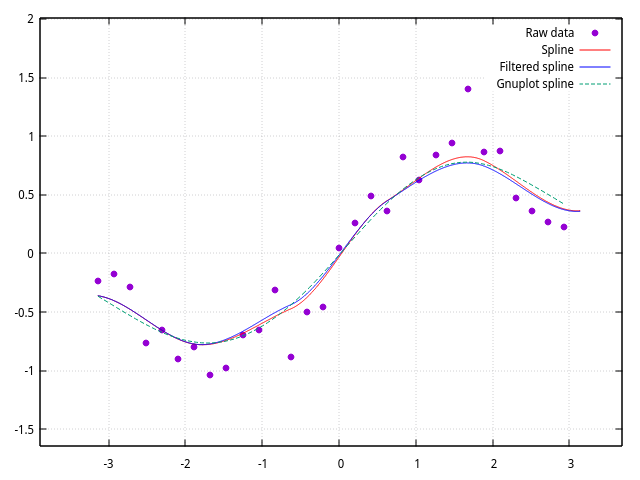
где

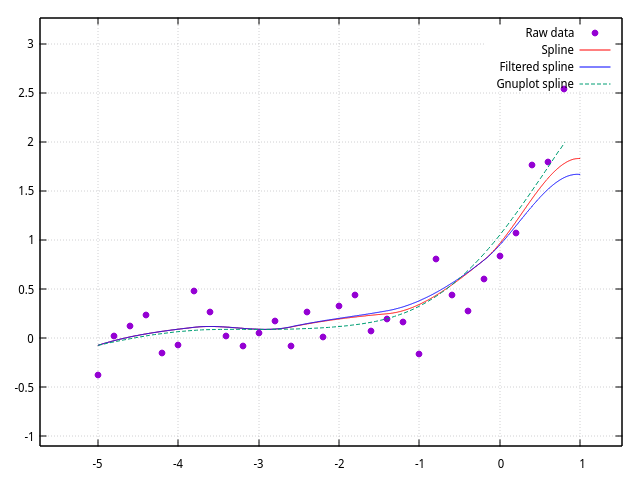
Для возможности регулирования гладкости сплайна также был добавлен параметр регуляризации α, влияющее на величину первых производных сплайна. Для регуляризации была использована локальная матрица жесткости

Построенные сплайны на графиках сравниваются сглаживающим сплайном gnuplot с параметрами по умолчанию.

Результаты работы программы по построению сплайна по засоренным данным приведены на рисунках 2-4.

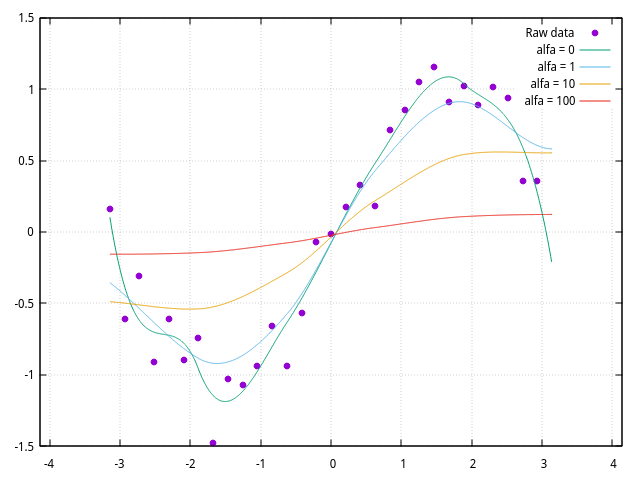
Рисунок 2 — кубический сплайн по набору 20 точек, параметр регуляризации α = 1

Рисунок 3 — кубический сплайн засоренной функции sin(x), параметр регуляризации α = 1, уровень засорения 0,2

Рисунок 4 — кубический сплайн засоренной функции ex, параметр регуляризации α = 1, уровень засорения 0,2

На рисунках красный график с подписью Spline обозначен построенный сплайн без фильтрации выбросов, а синий подписью Filtered Spline — с фильтрацией выбросов.

На рисунке 5 продемонстрировано изменение сплайна в зависимости от параметра регуляризации на примере функции *sin(x)*:

Рисунок 5 — сравнение кубических сплайнов с различными параметрами регуляризации

**Вывод:** В ходе лабораторной работы была разработана программа для построения кубических сплайнов в двумерной области по засоренным данным.

В разработанной программе присутствует процедура фильтрации выбросов экспериментальных данных. По графикам можно судить об уменьшении влияния выбросов, однако разработанный алгоритм определения выбросов все ещё достаточно неточен, о чем свидетельствует уменьшение производной при анализе экспоненциальной функции, в то время как производная самой функции быстро возрастает.

Также результаты, показанные на графиках сравнения сплайнов с различными параметрами регуляризации, говорят о существенном влиянии параметра регуляризации *α* на сплайн. Так, при увеличении значения параметра сплайн становился более гладким засчёт уменьшения первых производных сплайна, однако при этом начинал существенно отдаляться от экспериментальных значений, при дальнейшем увеличении параметра превращаясь практически в прямую. Наиболее оптимальное значение параметра можно принять равное 1.