

文章编号: 1000-4874(2003)01-0016-08

求解二维浅水流动方程的 Godunov 格式^{*}

潘存鸿, 林炳尧, 毛献忠

(浙江省水利河口研究院, 浙江杭州 310020)

摘 要: 采用网格变换和 Strang 算子分裂, 以准确 Riemann 解为基础, 建立了求解非平底浅水流动方程的 Godunov 格式, 用“水位方程法(Water Level Formulation)”求 Riemann 解, 结合中心差分和 Riemann 解离散底坡项, 保证了计算格式的和谐性。经验证, 方法健全、通用, 且分辨率高。

关 键 词: 二维浅水流动方程; Godunov 格式; Riemann 问题; 源项; 算子分裂

中图分类号: O353.2 **文献标识码:** A

A Godunov-type scheme for 2-D shallow-water flow with bottom topography

PAN Cun-hong, LIN Bing-yao, MAO Xian-zhong

(Zhejiang Institute of Hydraulics and Estuary, Hangzhou 310020, China)

Abstract: Based on the exact Riemann solver with the mesh transformation and Strang splitting, this paper presents a Godunov-type scheme for 2D shallow-water flow with bottom topography. Central difference and the solution of the Riemann problem with “water level formulation (WLF)” were used in the discretization of the source term in the scheme, so the current scheme is a well-balanced method. The scheme was proved to be accurate and robust for both steady and unsteady flow simulations.

Key words: 2D shallow-water equation; Godunov-type scheme; Riemann problem; source terms; Strang splitting

1 前言

浅水流动数值模拟方法的研究一直受到重视。因为浅水流动存在水跃、涌潮一类流动, 相应地, 对应方程亦存在强间断解, 因此, 除需要满足各物理量守恒等一般条件外, 浅水流动数值模拟的一个关键是强间断的模拟。近年已有大量工作^[1~9]。

1959 年, Godunov 提出利用 Riemann 解求解双曲型方程的格式。该格式具有模拟大梯度流动和自动捕捉激波的能力, 经四十余年的不断改进, 尤其 Van

Leer 等人发展的二阶精度格式, 促使该格式在计算流体力学中日益广泛的应用^[8]。

如果不考虑河床起伏和摩阻, 浅水流动方程类似于气动力学中的欧拉方程。1981 年 Marshall 和 Mendez^[1]针对齐次方程, 直接应用气动力学中已经成熟的 Godunov 格式求解浅水流动方程。近十年来, 这种格式逐渐成为求解浅水大梯度流动的重要方法^[8]。

事实上, 河床必有起伏, 忽略这种起伏, 所产生

* 收稿日期: 2002-02-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40106010)

作者简介: 潘存鸿(1963~), 男, 浙江宁波人, 教授级高级工程师, 硕士。

最明显的问题是计算结果不和谐。静水时, 流场中各处流速应该始终为零, 水位为常值, 但是, 应用 Godunov 格式求解齐次方程时, 即便给定流速为零的初始条件, 但因各处水深不同, Riemann 解将导致单宽流量不等, 从而流速不为零。以后计算, 这项误差并不能校正全部误差, 最终产生非静水解。因此底坡项的处理成了浅水流动模拟的一个难点。

近几年许多学者致力于解决这个困难。Zhou 等^[12] 提出“水面梯度法 (Surface Gradient Method)”, 许为厚、潘存鸿^[11] 提出了“水位方程法 (Water Level Formulation)”。

本文应用水位方程法 (WLF 法), 以准确 Riemann 解为基础, 采用 Godunov 格式求解包括河床坡降项的浅水流动方程, 得到了和谐的计算结果, 并给出了若干典型算例。

2 控制方程及其求解方法

2.1 控制方程及其网格变化

包括河床坡降及摩阻项的非定常二维浅水流动方程守恒形式为

$$\frac{\partial E_e}{\partial t} + \frac{\partial F_e}{\partial x} + \frac{\partial G_e}{\partial y} = S_e \quad (1)$$

式中,

$$E_e = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix} \quad F_e = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ huv \end{bmatrix}$$

$$G_e = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}$$

$$S_e = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh(\frac{\partial b}{\partial x} + S_{fx}) \\ -gh(\frac{\partial b}{\partial y} + S_{fy}) \end{bmatrix}$$

u, v 分别为 x, y 方向的流速分量; h 为水深; g 为重力加速度; b 为河床高程; S_{fx}, S_{fy} 分别为 x, y 方向

的阻力项。

为模拟平面形状复杂的计算域, 采用任意四边形形网格。引进局部网格变换

$$\begin{cases} dt = d\lambda \\ dx = Ad\xi + Ld\eta \\ dy = Bd\xi + Md\eta \end{cases} \quad (2)$$

将 (t, x, y) 空间中的任意四边形单元变换到 (λ, ξ, η) 空间的矩形单元。控制方程(1)即变换为

$$\frac{\partial E}{\partial \lambda} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = S \quad (3)$$

式中

$$E = \begin{bmatrix} h\Delta \\ h\Delta u \\ h\Delta v \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} hI \\ hI_u + \frac{1}{2}gh^2M \\ hI_v - \frac{1}{2}gh^2L \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} hJ \\ hJu - \frac{1}{2}gh^2B \\ hJv + \frac{1}{2}gh^2A \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh(Mb_\xi - Bb_\eta + \Delta S_{fx}) \\ -gh(-Lb_\xi + Ab_\eta + \Delta S_{fy}) \end{bmatrix}$$

$$\Delta = AM - BL \quad I = uM - vL \\ J = vA - uB$$

可以证明, 控制方程(3)仍为双曲型方程^[9]。

2.2 控制方程离散及其算子分裂

在平面 (ξ, η) 上, 对方程(3)式应用有限体积法离散。即得基本数值解公式为

$$E_{i,j}^{n+1} = E_{i,j}^n - \frac{\Delta \lambda}{\Delta \xi_i} \left[F_{i+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} - F_{i-\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} \right] -$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta\eta_i} \left[G_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - G_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] + \Delta\lambda S_{ij} \quad (4)$$

式中, 下标 i 和 j 分别表示 ξ 和 η 方向的单元序号; 上标 n 为时间步长数; $\Delta\xi$ 和 $\Delta\eta$ 分别表示 ξ 和 η 方向的空间步长, 即 $\Delta\xi_i = \xi_{i+\frac{1}{2}} - \xi_{i-\frac{1}{2}}$, $\Delta\eta_j = \eta_{j+\frac{1}{2}} - \eta_{j-\frac{1}{2}}$; $\Delta\lambda$ 为时间步长; F 为穿越 ξ 方向的单元边界 $\xi_{i-\frac{1}{2}}$ 及 $\xi_{i+\frac{1}{2}}$ 的数值通量; G 为穿越 η 方向单元边界 $\eta_{j-\frac{1}{2}}$ 及 $\eta_{j+\frac{1}{2}}$ 的数值通量。

继而应用 Strang 分裂法^[9], 将问题分维求解。对空间分裂成 ξ 和 η 方向, 则有

$$E^{n+1} = R_{\Delta\lambda}^{\xi} R_{\Delta\lambda}^{\eta} R_{\Delta\lambda}^{\xi} E^n \quad (5)$$

式中 $R_{\Delta\lambda}^{\xi}$ 和 $R_{\Delta\lambda}^{\eta}$ 分别表示 $\lambda - \xi$ 平面和 $\lambda - \eta$ 平面一维方程的求解算子。

如果 $R_{\Delta\lambda}^{\xi}$ 和 $R_{\Delta\lambda}^{\eta}$ 在空间上为二阶精度, 则 Strang 分裂法(5)式在空间上也为二阶精度。

2.3 ξ 方向 Riemann 解

应用分维算子分裂法, 二维方程的求解分解成为求解两个一维方程。鉴于 $\lambda - \eta$ 平面的 Riemann 问题与 $\lambda - \xi$ 平面类似, 因此, 下面仅讨论 $\lambda - \xi$ 平面的 Riemann 解。

在 $R_{\Delta\lambda}^{\xi}$ 算子中, 设 $\frac{\partial}{\partial\eta} = 0$, 则

$$\frac{\partial E}{\partial\lambda} + \frac{\partial F}{\partial\xi} = S^{\xi} \quad (6)$$

式中

$$E = \begin{bmatrix} h\Delta \\ h\Delta u \\ h\Delta v \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} hI \\ hIu + \frac{1}{2}gh^2M \\ hIv - \frac{1}{2}gh^2L \end{bmatrix}$$

$$S^{\xi} = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh(Mb^{\xi} + \frac{1}{2}\Delta S_{fx}) \\ -gh(-Lb^{\xi} + \frac{1}{2}\Delta S_{fy}) \end{bmatrix}$$

为求(6)式的 Riemann 解, 将 x, y 方向的流速分量 u, v 转换成 ξ, η 方向的流速分量 ω, τ , 并略去

(6) 式中的非齐次项 S^{ξ} , 则(6)式改写成

$$\frac{\partial E}{\partial\lambda} + \frac{\partial F}{\partial\xi} = S_2 \quad (7)$$

式中

$$E = \begin{bmatrix} h\Delta \\ h\Delta\omega \\ h\Delta\tau \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} h\omega \\ h\omega^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ h\omega\tau \end{bmatrix}$$

$$S_2 = S \frac{\partial\varphi}{\partial\xi} \begin{bmatrix} 0 \\ h\omega\tau \\ h\omega^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \frac{uM - vL}{S} \quad \tau = \frac{uL + vM}{S}$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{M}{L}\right) \quad S = \sqrt{L^2 + M^2}$$

分别考虑 $\xi > 0$ 和 $\xi < 0$ 情况, L, M 为常数, 从而(7)式的非齐次项 $S_2 = 0$ 。这样, ξ 方向一维方程的 Riemann 问题可简化为

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial\lambda} + \frac{\partial F}{\partial\xi} = 0 & \lambda > 0 \\ E(0, \xi) = \begin{cases} E_l, & \xi < 0 \\ E_r, & \xi > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

式中 E_l 和 E_r 为常数。

方程(8)的解有四种可能, 即常数解、稀疏波、激波及滑移线。经算子分裂后, 二维浅水流动方程 ξ 方向的 Riemann 解比一维问题增加了滑移线, 见图 1 和图 2。下面将讨论后三种解^[8]:

(1) 稀疏波

稀疏波扇区内水流状态 $U = (h, \omega, \tau)$ 与初始状态 $U_0 = (h_0, \omega_0, \tau_0)$ 的关系为

$$\omega = \omega_0 \mp 2(\sqrt{gh_0} - \sqrt{gh}) \quad (9)$$

$$\tau = \tau_0 \quad (14)$$

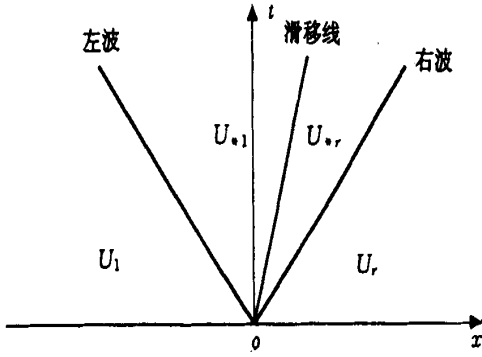


图1 二维浅水流动方程 x 方向分裂 Riemann 解波型

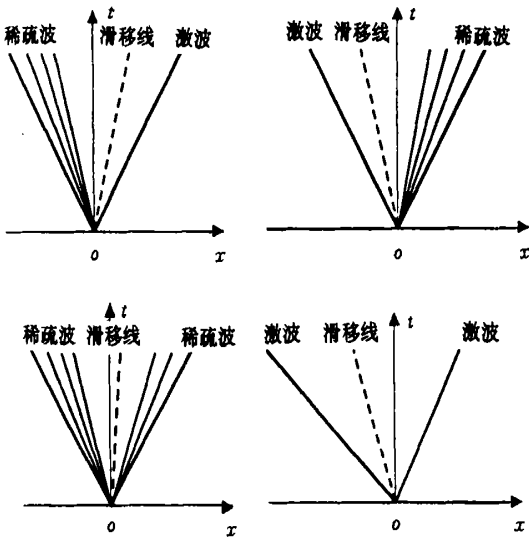


图2 二维浅水流动方程 x 方向分裂 Riemann 解四种可能的波型结构

$$\tau = \tau_0 \quad (10)$$

稀疏波扇区内 h 的计算式为

$$h = \frac{1}{9g} \left[\pm \frac{\Delta}{S} \frac{x}{t} \mp (\omega_0 \mp \sqrt{gh_0}) \right]^2 \quad (11)$$

(2) 间断解

根据 Rankine-Hugoniot 间断条件, 可得激波速度 s 和流速 ω , τ 的关系式

$$s = \frac{S}{\Delta_0} \left[\omega_0 \pm \sqrt{\frac{g}{2} \frac{h}{h_0} (h + h_0)} \right] \quad (12)$$

$$\omega = \omega_0 \pm \sqrt{\frac{g(h + h_0)(h - h_0)^2}{2hh_0}} \quad (13)$$

(3) 滑移线

根据 Rankine-Hugoniot 间断条件,

$$h = h_0 \quad (15)$$

$$\omega = \omega_0 \quad (16)$$

切向流速 τ 可能不连续, 可用下式求解

$$\tau(\lambda, \xi) = \begin{cases} \tau, & \xi/\lambda \leq \omega \\ \tau_r, & \xi/\lambda > \omega \end{cases} \quad (17)$$

2.4 水位方程法

本文采用水位方程法 (Water Level Formulation 简称 WLF) 求解^[10]。

采用以水位 z 及流速 u, v 作为变量的浅水流动控制方程。因为河床高程 b 是 x 的函数, 用 z, u 作变量, 将使 Riemann 问题难以求解。为此, b 近似用相邻单元的平均 b_{i+1} 代替, 即

$$b_{i+1} = \frac{1}{2}(b_i + b_{i+1})$$

于是, 仍可用经典方法求解 Riemann 解。

2.5 底坡源项离散方法

浅水流动方程源项中的底坡项影响解的和谐性。为保证计算结果的和谐性, 求相应的 Riemann 问题解时, 除应用 WLF 方法处理外, 对底坡源项还需选取合适的离散方法, 使得在计算过程中方程(3)左边的压力项与方程右边的底坡项分别在 ξ 方向和 η 方向达到和谐。以 ξ 方向动量方程为例, 即要求

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{2} gh^2 M \right) \text{ 与 } ghM \frac{\partial b}{\partial \xi} \text{ 和谐}$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{2} gh^2 B \right) \text{ 与 } ghB \frac{\partial b}{\partial \eta} \text{ 和谐}$$

压力梯度项的离散由 Riemann 解决定, 因此, 要求底坡项: (1) 采用中心差分离散; (2) h 采用 Riemann 解方能始终保证计算结果和谐。

2.6 计算步骤

应用 Strang 算子分裂, 在一个时间循环 $n \rightarrow n+1$ 时刻求解(3)式的步骤如下:

步骤(1)——求解 ξ 方向齐次方程:

$$E_{ij}^{(1)} = E_{ij}^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta \lambda}{\Delta \xi} \circ$$

$$\{ F_{i+1/2,j}[U(RS^n)] - F_{i-1/2,j}[U(RS^n)] \}$$

步骤(2)—— ξ 方向源项处理:

$$E_{ij}^{(2)} = E_{ij}^{(1)} + \frac{\Delta \lambda}{2} S^\xi [U(RS^n)]$$

步骤(3)——求解 η 方向齐次方程:

$$E_{ij}^{(3)} = E_{ij}^{(2)} - \frac{\Delta \lambda}{\Delta \eta} \circ$$

$$\{ G_{i,j+1/2}[U(RS^{(2)})] - G_{i,j-1/2}[U(RS^{(2)})] \}$$

步骤(4)—— η 方向源项处理:

$$E_{ij}^{(4)} = E_{ij}^{(3)} + \Delta \lambda S^\eta [U(RS^{(2)})]$$

步骤(5)——求解 ξ 方向齐次方程:

$$E_{ij}^{(5)} = E_{ij}^{(4)} - \frac{1}{2} \frac{\Delta \lambda}{\Delta \xi} \circ$$

$$\{ F_{i+1/2,j}[U(RS^{(4)})] - F_{i-1/2,j}[U(RS^{(4)})] \}$$

步骤(6)—— ξ 方向源项处理:

$$E_{ij}^{n+1} = E_{ij}^{(5)} + \frac{\Delta \lambda}{2} S^\xi [U(RS^{(4)})]$$

式中 RS 表示 Riemann 解。

3 算例

除算例 1 采用 Godunov 一阶格式外, 其余均为 Godunov-MUSCL 格式。计算采用双精度, 重力加速度取 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。除算例 3 外, 其他算例均略去摩擦阻项。

3.1 算例 1: 静水问题

计算域为正方形, $0 \leq x \leq 1 \text{ m}$ 和 $0 \leq y \leq 1 \text{ m}$ 。底高程 $b(x, y)$ 为

$$b(x, y) =$$

$$0.8 \exp \circ \{ -50 [(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2] \}$$

初始条件为静水, 即流速 $u = v = 0$, 水位 $z = 1 \text{ m}$ 。计算网格分别为 50×50 , 100×100 和 200×200 。计算到 $t = 0.1 \text{ s}$ 时整个计算域水位与初始水位 $z = 1 \text{ m}$ 的最大偏差见表 1。显然, 本方法的误差是由计算机截断误差引起的, 远小于文献[12]的误差。

表 1 $t = 0.1 \text{ s}$ 时计算水位与初始水位 $z = 1$ 的最大偏差

| 网格数 | 本方法 | LeVeque ^[13] |
|---------|-----------------------|-------------------------|
| 50×50 | 2.9×10^{-15} | 1×10^{-3} |
| 100×100 | 9.8×10^{-15} | 2.5×10^{-4} |
| 200×200 | 8.0×10^{-14} | 6.3×10^{-5} |

3.2 算例 2: 斜水跃问题

超临界流遇收缩角为 θ 的边壁, 形成角度为 β 的斜水跃, 见图 3(a)。此算例常被用于测试计算格式在超临界流中模拟激波的能力, 文献[13~16]分别应用于 Osher^[13]、HLL^[14]、Roe 型^[15, 16] 等以近似 Riemann 解为基础的 Godunov 型格式计算了本算例。计算域长 40m, 左、右宽度分别为 30m 和 25.275m, 边壁收缩角 $\theta = 8.95^\circ$, 底高程为 0。初始条件和入流边界条件为均匀超临界流, 水位 $z = 1$

m, 流速 $u = 8.57 \text{ m/s}$, $v = 0$, 相应的 Froude 数 $Fr = 2.74$ 。计算网格为非矩形, 网格数为 80×60 , 见图 3(b)。计算结果见图 3(c)和图 3(d), 激波线角度 $\beta \approx 30^\circ$, 激波后水位 $z = 1.496 \text{ m}$, 流速为 $U = 7.957 \text{ m/s}$, 相应的 $Fr = 2.078$ 。与 Hager 等人的精确解^[7], $\beta \approx 30^\circ$, $z = 1.5 \text{ m}$, $U = 7.956 \text{ m/s}$ 和 $Fr = 2.075$ 非常接近。

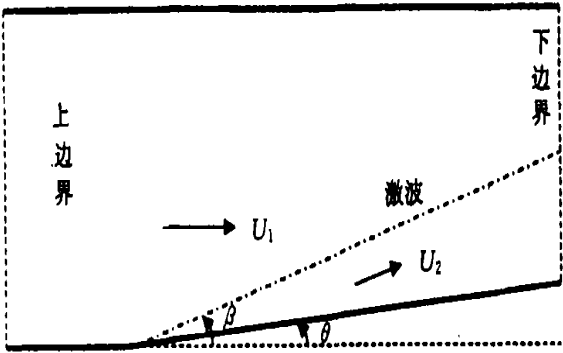


图 3(a) 斜水跃示意图

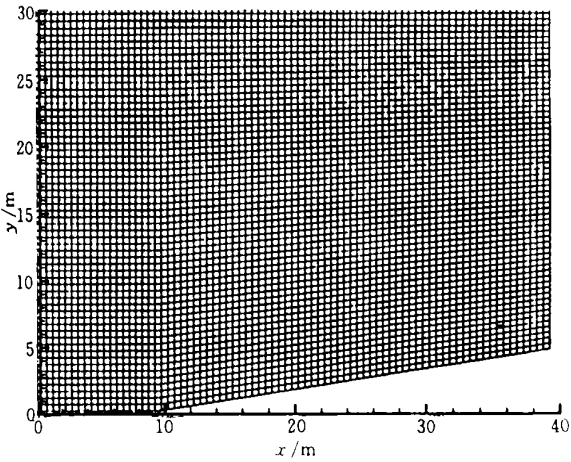


图 3(b) 斜水跃计算网格图

3.3 算例 3: 恒定亚临界流问题

矩形计算域 $40 \times 2 \text{ km}$, 单元数 400×20 , $\Delta x = \Delta y = 100 \text{ m}$ 。底高程 (图 4(b)) 为

$$b(x, y) = 2 \left\{ 1 - \frac{\text{MAX}(|x|, |y|)}{500} \right\}$$

若 $|x| < 500$ 和 $|y| < 500$;
 $b(x, y) = 0$ 其它。

阻力项

$$S_f = \frac{gu \sqrt{u^2 + v^2}}{C^2 h}$$

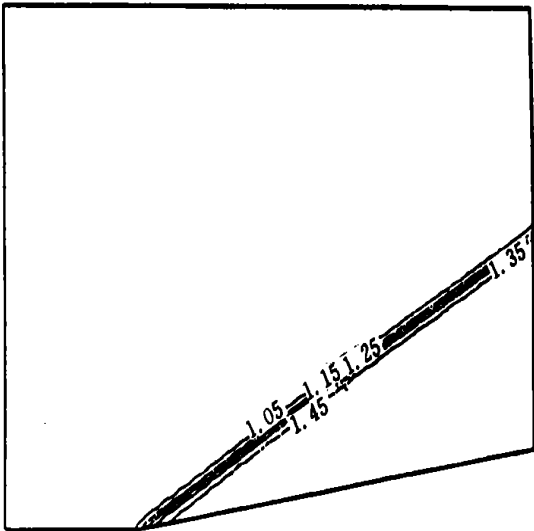


图 3(c) 斜水跃水位等值线图

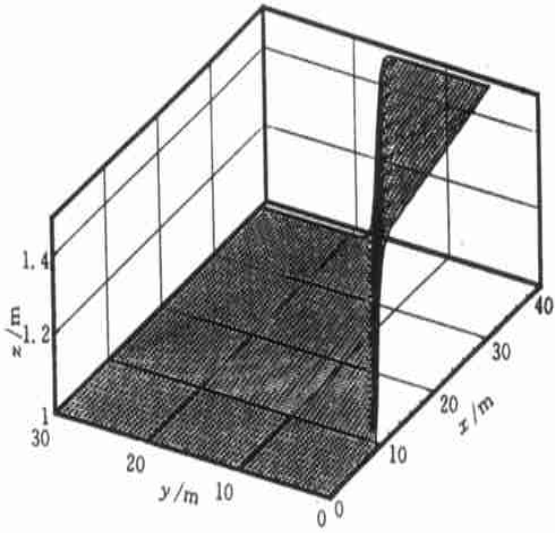


图 3(d) 斜水跃水面三维图

$$S_{fy} = \frac{gv \sqrt{u^2 + v^2}}{C^2 h}$$

式中, C 为 Chezy 系数, 根据 Manning 公式,

$$C = \frac{1}{n} h^{\frac{1}{6}}$$

取 Manning 系数 $n = 0.01$ 。

边界条件: 左边 ($x = -20 \text{ km}$) 入流流量 $Q = 200 \text{ m}^3/\text{s}$; 右边 ($x = 20 \text{ km}$) 出流边界 $z = 2.1 \text{ m}$ 。

计算结果见图 4, 其中图 4(a) 比较了底坡项中的水深用 Riemann 解与用前一时刻流量的差异, 显然, 水深用 Riemann 解是非常重要的。

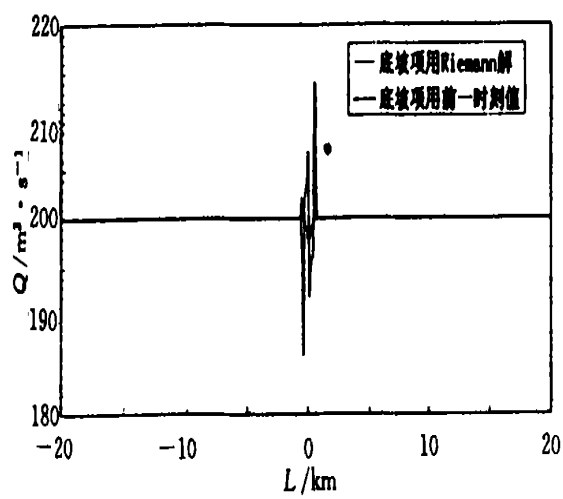


图 4(a) 流量沿程变化

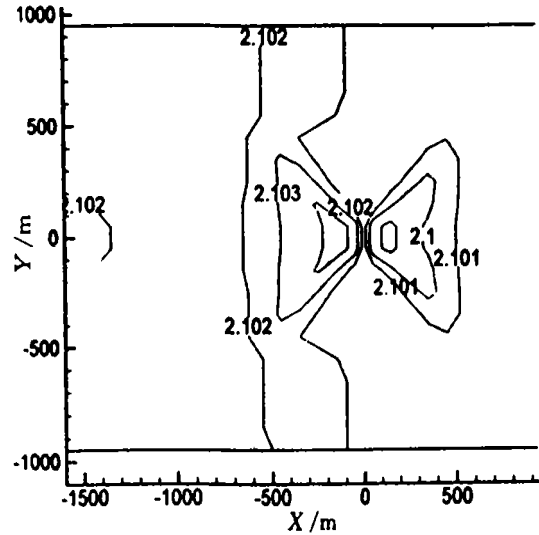


图 4(c) 水位等值线图

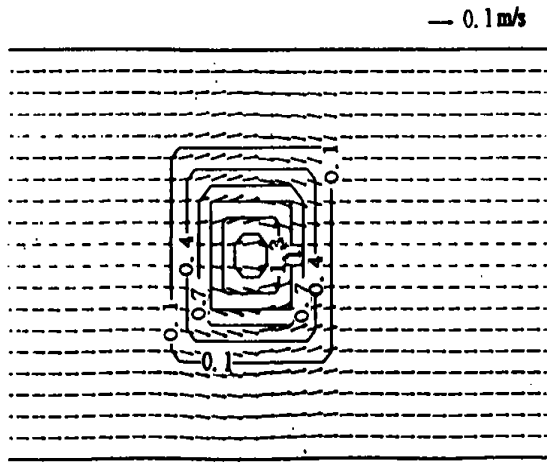


图 4(b) 流速矢量图(等值线为底高程)

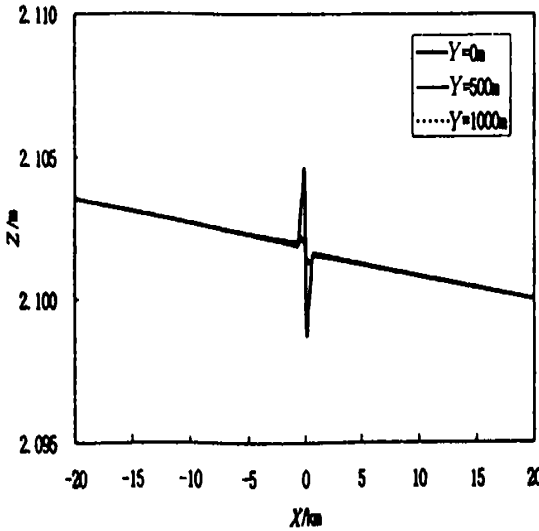


图 4(d) Y = 0m, 500m 和 1000m 三个断面水位沿程变化

4 结语

本文以浅水流动方程相应 Riemann 问题的解为基础,应用 WLF 方法,同时采用网格变换和 Strang 算子分裂技术,建立了求解二维非平底浅水流动方程的 Godunov 格式。经算例验证,计算方式和谐,具有健全性、通用性,且有很高的分辨率,为以后应用到钱塘江河口涌潮数值模拟等实际问题奠定了基础。

致谢

本文是作者在香港科技大学数学系访问期间的部分工作,承蒙许为厚教授审阅,谨致谢意。

参 考 文 献:

[1] MARSHALL E and MENDEZ R. Computational aspects of the random choice method for shallow water equations[J] . J. Comput. Phys., 1981, 39: 1-21.
[2] 谭维炎,胡四一,韩曾萃,潘存鸿等. 钱塘江河口涌潮的二维数值模拟[J] . 水科学进展, 1995, 6(2): 84-93.
[3] SU M D, XU X, ZHU J L, HON Y C. Numerical simulation of tidal bore in Hangzhou Gulf and Qiantangjiang[J] . Int. J. Numer. Meth. Fluids, 2001, 36: 205-247.
[4] XU K. Unsplitting BGK-type schemes for the shallow water equations[J] . Int. J. Modern Phys. C, 1999, 10(4): 505-516.

- [5] 徐昆, 潘存鸿. 求解非平底一维浅水方程的 KFVS 格式 [J]. 水动力学研究与进展, A 辑, 2002, 17(2): 140-147.
- [6] 谭维炎. 计算浅水动力学——有限体积法的应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.
- [7] TORO E F. Shock-capturing methods for free-surface shallow flows[M]. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.
- [8] HUI W H and KOUDRIAKOV S. Computation of the shallow water equations using the unified coordinates[J]. SIAM J. Sci. Comput., 2002, 23: 1615-1654.
- [9] STRANG G. On the construction and comparison of difference schemes[J]. SIAM J. Num Anal., 1968, 5: 506-517.
- [10] 许为厚, 潘存鸿, 林炳尧, 毛献忠. 钱塘江河口涌潮数值模拟方法研究[A]. 第十六届全国水动力学研讨会文集[C]. 北京: 海洋出版社, 2002 7-16
- [11] ZHOU J G, CAUSON D M, MINGHAM C G and INGRAM D M. The surface gradient method for the treatment of source terms in the shallow-water equations [J]. J. Comput. Phys., 2001, 168: 1-25.
- [12] LE VEQUE R J. Balancing source terms and flux gradient in high-resolution Godunov methods: the quasi-steady wave propagation algorithm[J]. J. Comput. Phys., 1998, 148: 346-365.
- [13] ZHAO D H, SHEN H W, LAI J S and TABIOS G Q. Approximate Riemann solvers in FVM for 2D hydraulic shock wave modeling[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1996, 122(12): 692-702.
- [14] ALCRUDO F and GARCIA-NAVARRO P. A high-resolution Godunov-type scheme in finite volumes for 2D shallow-water equations[J]. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 1993, 16: 489-505.
- [15] HU H, MINGHAM C G and CAUSON D M. A bore-capturing finite volume method for open-channel flows[J]. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 1998, 28: 1241-1261.
- [16] BOGERS B, FASAYUKI M and BORTHWICK G L. Adaptive Q-tree Godunov-type scheme for shallow water equations[J]. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 2001, 35: 247-280.
- [17] HAGER W H, SCHWALT M, JIMENEZ O and CHAUDHRY M H. Supercritical flow near an abrupt wall deflection[J]. Journal of Hydraulic Research, 1994, 32(1): 103-118.