2015 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

承　诺　书

我们仔细阅读了中国大学生数学建模竞赛的竞赛规则.

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的, 如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权全国大学生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从 A/B/C/D 中选择一项填写）： A

我们的参赛编号为（从网上报名系统的列表中获取）：47

参赛队员 (打印并签名) ：1. 罗贤泽

2. 李彩红

3. 吴敏莹

日期： 2015 年 8 月 30 日

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

2015高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评阅人										
评分										
备注										

全国统一编号（由赛区组委会送交全国前编号）：

全国评阅编号（由全国组委会评阅前进行编号）：

乘用车物流运输计划问题

摘要

本文运用枚举法，线性规划求目标成本最小值等方法建立数学模型，解决乘用车物流运输计划问题。

针对问题一到问题三，先用 MATLAB 编写程序枚举出三种轿运车上下层都满载的情况下，装载Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ三种乘运车的所有可选择方案，1-1 型，1-2 型，2-2 型分别有 75 种，126 种，25 种装载方案，得到一个 226*6 可选择装载方案矩阵。矩阵的每一行都是一个装载方案，每一种方案可以被选择任意次。为确保完成任务，所有方案中能运载的同一型号的乘用车不能小于实际需运输的乘用车，在满足每次 1-2 型轿运车使用量不超过 1-1 型轿运车使用量的 20%这个条件的同时，虑到运输成本问题，设 1-1 型轿运车的使用成本为 1 个单位，1-2 型轿运车的使用成本为 1.1 个单位，2-2 型轿运车的使用成本为 1.3 个单位，并以此作为权值，求各所有方案加权后被选择次数之和的最小值，即运输成本最低且使用轿运车数量最少的目标函数，结果如下：

第一问最少需要 10 辆轿运车，10 辆都是 2-2 型；

第二问最少需要 13 辆轿运车, 其中 1-1 型 12 辆，1-2 型 1 辆；

第三问最少需要 22 辆轿运车，其中 1-1 型 9 辆，1-2 型 1 辆，2-2 型 12 辆；

针对问题四，不同的是这一问题考虑到行车路线问题，前三问目的地都只有一个，本题的目的地有 A,B,C,D 四个，由图易知最短的行车路线是 O→D→C,O→D→B→A。忽略每次卸车与装车成本的前提下，可以将此题拆分为几个阶段，继续沿用问题一到三的方法，求各个阶段使得目标成本达到最低的装载方案即为此题的最优解，结果如下：

O→D 阶段最少需要 15 辆轿运车，其中 1-1 型 9 辆， 2-2 型 14 辆；

D→C 阶段最少需要 5 辆轿运车, 其中 1-1 型 1 辆，2-2 型 4 辆；

D→B 阶段最少需要 8 辆轿运车，其中 1-1 型 1 辆， 2-2 型 7 辆；

B→A 阶段最少需要 5 辆轿运车，其中 1-1 型 1 辆， 2-2 型 4 辆；

针对问题五，将多种乘用车分类型后用枚举法选出可行的方案，并选出剩余空间比较小的方案，运用类似问题四的方法将运输任务分阶段，并列出相关的限制条件，在达到最小总轿运车使用量的要求下优化方案达到最小运输成本。

关键词　　整数规划　枚举法　exe　MATLAB

一．问题重述

整车物流指的是按照客户订单对整车快速配送的全过程。随着我国汽车工业的高速发展，整车物流量，特别是乘用车的整车物流量迅速增长。图 1、2、3 就是乘用车整车物流实施过程中的画面。

乘用车生产厂家根据全国客户的购车订单，向物流公司下达运输乘用车到全国各地的任务，物流公司则根据下达的任务制定运输计划并配送这批乘用车。为此，物流公司首先要从他们当时可以调用的“轿运车”中选择出若干辆轿运车，进而给出其中每一辆轿运车上乘用车的装载方案和目的地，以保证运输任务的完成。“轿运车”是通过公路来运输乘用车整车的专用运输车，根据型号的不同有单层和双层两种类型，由于单层轿运车实际中很少使用,本题仅考虑双层轿运车。双层轿运车又分为三种子型：上下层各装载 1 列乘用车，故记为 1-1 型（图 1)；下、上层分别装载 1、2 列，记为 1-2 型（图 2)；上、下层各装载 2 列，记为 2-2 型（图 3)，每辆轿运车可以装载乘用车的最大数量在 6 到 27 辆之间。

在确保完成运输任务的前提下，物流公司追求降低运输成本。但由于轿运车、乘用车有多种规格等原因，当前很多物流公司在制定运输计划时主要依赖调度人员的经验，在面对复杂的运输任务时，往往效率低下，而且运输成本不尽理想。**装载具体要求**如下：

a. 每种轿运车上、下层装载区域均可等价看成长方形，各列乘用车均纵向摆放 b. 相邻乘用车之间纵向及横向的安全车距均至少为 0. 1 米

c. 下层力争装满，上层两列力求对称，以保证轿运车行驶平稳

d. 受层高限制，高度超过 1. 7 米的乘用车只能装在 1-1、1-2 型下层。

整车物流的**运输成本计算**较为繁杂,这里简化为：

影响成本高低的首先是轿运车使用数量；其次，在轿运车使用数量相同情况下，1-1 型轿运车的使用成本较低，2-2 型较高，1-2 型略低于前两者的平均值，但物流公司 1-2 型轿运车拥有量小，为方便后续任务安排，每次 1-2 型轿运车使用量不超过 1-1 型轿运车使用量的 20%; 再次，在轿运车使用数量及型号均相同情况下，行驶里程短的成本低，注意因为该物流公司是全国性公司，在各地均会有整车物流业务，所以轿运车到达目的地后原地待命，无须放空返回。最后每次卸车成本几乎可以忽略。

请为物流公司安排以下五次运输，制定详细计划，含所需要各种类型轿运车的数量、每辆轿运车的乘用车装载方案、行车路线。（前三问目的地只有一个，可提供一个通用程序；后两问也要给出启发式算法的程序，优化模型则更佳）：

1. 物流公司要运输Ⅰ车型的乘用车 100 辆及Ⅱ车型的乘用车 68 辆。

2. 物流公司要运输Ⅱ车型的乘用车 72 辆及Ⅲ车型的乘用车 52 辆。

3. 物流公司要运输Ⅰ车型的乘用车 156 辆、Ⅱ车型的乘用车 102 辆及Ⅲ车型的乘用车 39 辆。

4. 物流公司要运输 166 辆Ⅰ车型的乘用车（其中目的地是 A、B、C、D 的分别为 42、50、33、41 辆）和 78 辆Ⅱ车型的乘用车（其中目的地是 A、C 的，分别为 31、47 辆），具体路线见图 4，各段长度：OD=160，DC=76，DA=200，DB=120，BE=104，AE=60。

5. 附件的表 1 给出了物流公司需要运输的乘用车类型（含序号）、尺寸大小、数量和目的地，附件的表 2 给出可以调用的轿运车类型（含序号）、数量和装载区域大小（表里数据是下层装载区域的长和宽, 1-1 型及 2-2 型轿运车上、下层装载区域相同；1-2 型轿运车上、下层装载区域长度相同，但上层比下层宽 0.8 米。此外 2-2 型轿运车因为层高较低，上、下层均不能装载高度超过 1.7 米的乘用车。

二. 问题分析

近年来，随着我国社会经济的持续发展以及人民生活质量的稳步提高，小汽车日渐成为国人出行代步的重要工具，国内汽车消费增长趋势明显,乘用车市场需求旺盛。整车物流指的是按照客户订单对整车快速配送的全过程。随着我国汽车工业的高速发展，整车物流量，特别是乘用车的整车物流量迅速增长。乘用车生产厂家根据全国客户的购车订单，向物流公司下达运输乘用车到全国各地的任务，物流公司则根据下达的任务制定运输计划并配送这批乘用车。本题的目标是建立一个数学模型，对不同的运输任务都能快速地规划好一个运输方案，使得每次运送乘用车的的轿运车数量最少，总运输成本最低。

针对问题一到问题三，由题意知，这三个问题都能用一个通用程序解决。求不同运车任务下各种类型轿运车的数量、每辆轿运车的乘用车装载方案，应先求出三种轿运车的上下层装载Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ三种车型的乘运车的可选择装载方案，每一种方案可以被选择任意次（也可以为零）,建立数学模型，求满足运输目标与轿运车使用原则的情况下使得目标成本达到最低对应的方案。

针对问题四，这一问与前三问相对比，不同的是这一问题考虑到行车路线问题，前三问目的地都只有一个，本题的目的地有 A,B,C,D 四个，且最短的行车路线是 O→D→C,O→D→B→A。忽略每次卸车与装车成本的前提下，可以将此题拆分为几个阶段，求各个阶段使得目标成本达到最低的装载方案即为此题的最优解。

针对问题五，当运输用的轿运车运输剩余空间达到最小，轿运车的总使用量也会达到最小。将多种乘用车分类型后用枚举法选出可行的方案，并选出剩余空间比较小的方案，缩小目标矩阵，运用类似问题四的方法将运输任务分阶段，并列出相关的限制条件,在达到最小总轿运车使用量的要求下优化方案达到最小运

输成本。

三．模型假设

1. 每次卸车与装车成本几乎可以忽略；
2. 问题附件所给的数据真实有效；
3. 影响整车物流的运输成本只考虑轿运车使用数量，各种轿运车的使用成本与行驶里程三个因素；
4. 一到三问的 1-1 型，1-2 型，2-2 型轿运车数量满足运输要求；
5. 第四问中，各个目的地 A,B,C,D 的 1-1 型，1-2 型，2-2 型轿运车数量满足运输要求；

6.设 1-1 型轿运车的使用成本为 1 个单位，1-2 型轿运车的使用成本为 1.1 个单位，2-2 型轿运车的使用成本为 1.3 个单位；

四．符号说明

符号	含义
i	i 为第 i 种装载方案，i=1,2,3…75
j	j 为第 j 种装载方案，i=1,2,3…126
k	k 为第 k 种装载方案，k=1,2,3…25
a_i	1-1 型轿运车相同装载方式的车辆数
b_j	1-2 型轿运车相同装载方式的车辆数
c_k	2-2 型轿运车相同装载方式的车辆数
b1	需要运载的 I 号乘运车数量
b2	需要运载的II 号乘运车数量
b3	需要运载的III号乘运车数量

五．模型建立与求解

5.1 第一到三问的求解

5.1.1 可选择装载方案

由于轿运车有三种类型（见表 5-1-2）与乘用车有三种型号（见表 5-1-1 ），轿运车又分上下层，在满载的情况下，每一辆轿运车都有很多种装载方案。

表 5-1-1 乘用车规格

乘用车型号	长度(米)	宽度(米)	高度(米)
I	4.61	1.7	1.51
II	3.615	1.605	1.394
III	4.63	1.785	1.77

表 5-1-2 轿运车规格

轿运车类型	上下层长度(米)	上层宽(米)	下层宽度(米)
1-1	19	2.7	2.7
1-2	24.3	3.5	2.7
2-2	19	3.5	3.5

用 MATLAB 编写应用程序，在满足

（1） 相邻乘用车之间纵向及横向的安全车距均至少为 0.1 米

（2） 高度超过 1.7 米的乘用车只能装在 1-1、1-2 型下层

两个条件下，枚举出三种轿运车在满载时所有的装载方案（详见附录一），经运行得 1-1 型轿运车有 75 种装载方案，1-2 型轿运车有 126 种装载方案，2-2 型轿运车有 25 种装载方案，列举部分装载方案见表 5-1-3

表 5-1-3 部分装载方案

轿运车类型	装在上层序号为 1 乘用车数量	装在上层序号为 2 乘用车数量	装在上层序号为 3 乘用车数量	装在下层序号为 1 乘用车数量	装在下层序号为 2 乘用车数量	装在下层序号为 3 乘用车数量
1-1	0	5	0	0	0	4
1-1	0	5	0	0	1	3
1-1	0	5	0	0	2	2
1-1	0	5	0	0	3	1
……	……	……	……	……	……	……
1-2	4	0	0	4	0	0
1-2	0	12	0	0	0	5
1-2	0	12	0	0	1	4
1-2	0	12	0	0	2	3
……	……	……	……	……	……	……
2-2	10	0	0	5	0	0
2-2	0	10	0	0	10	0
2-2	0	10	0	2	6	0
2-2	0	10	0	4	4	0
……	……	……	……	……	……	……

5.1.2 求最佳装载方案

在确保完成运输任务的前提下，物流公司追求降低运输成本，影响成本高低的首先是轿运车使用数量；其次，在轿运车使用数量相同情况下，1-1 型轿运车的使用成本较低，2-2 型较高，1-2 型略低于前两者的平均值，但物流公司 1-2 型轿运车拥有量小，为方便后续任务安排，每次 1-2 型轿运车使用量不超过 1-1 型轿运车使用量的 20%。假设某次运输任务中，需要运载的 I 号, II 号，III号乘运车数量分别为 b1，b2，b3。同时假设

1-1 型轿运车相同装载方式的车辆数为 a_i （i 为第 i 种装载方案，i=1,2,3…75）

1-2 型轿运车相同装载方式的车辆数为 b_j （j 为第 j 种装载方案，i=1,2,3…126）

2-2 型轿运车相同装载方式的车辆数为 c_k （k 为第 k 种装载方案，k=1,2,3…25）

整理得表格 5-1-4,

表 5-1-4

轿运车类型	相同类型、相同装载方式的车辆数	装在上层序号为 1 乘用车数量	装在上层序号为 2 乘用车数量	装在上层序号为 3 乘用车数量	装在下层序号为 1 乘用车数量	装在下层序号为 2 乘用车数量	装在下层序号为 3 乘用车数量
1-1	a1	x11	x12	x13	x14	x15	x16
1-1	a2	x21	x22	x23	x24	x25	x26
1-1	a3	x31	x32	x33	x34	x35	x36
……	……	……	……	……	……	……	……
1-2	b1	x76 1	x76 2	x76 3	x76 4	x76 5	x76 6
1-2	b2	x77 1	x77 2	x77 3	x77 4	x77 5	x77 6
1-2	b3	x78 1	x78 2	x78 3	x78 4	x78 5	x78 6
……	……	……	……	……	……	……	……
2-2	c1	x202 1	x202 2	x202 3	x202 4	x202 5	x202 6
2-2	c2	x203 1	x203 2	x203 3	x203 4	x203 5	x203 6
2-2	c3	x204 1	x204 2	x204 3	x204 4	x204 5	x204 6
……	……	……	……	……	……	……	……

要使轿运车的数量最少，即使即使目标函数运输成本

$$Z=\sum_{i=1}^{75}a_i+1.1*\sum_{j=1}^{126}b_j+1.3*\sum_{k=1}^{25}c_k$$

最小，为确保完成任务，方案中能运载的同一型号的乘用车不能小于实际需运输的乘用车，即有

乘用车Ⅰ： $a_1*(x11+x14)+a_2*(x21+x24)+\dots+c_{25}*(x2261+x226\,4)\geq b1$

乘用车Ⅱ： $a_1*(x12+x15)+a_2*(x22+x25)+\dots+c_{25}*(x226\,2+x226\,5)\geq b2$

乘用车Ⅲ： $a_1*(x13+x16)+a_2*(x23+x26)+\dots+c_{25}*(x226\,3+x226\,6)\geq b3$

只有 1-1、1-2 型轿运车的下层能运载超过 1.7 米的乘用车，因此又有：

$$x_{i3}=0, i=1,\dots,n$$

$$x_{i6}=0, i=202,\dots,n$$

每次 1-2 型轿运车使用量不超过 1-1 型轿运车使用量的 20%：

$$\sum_{i=1}^{75}a_i*0.2\geq\sum_{j=1}^{126}b_j$$

综上，约束条件为

约束条件为

$$\begin{cases} a_1*(x11+x14)+a_2*(x21+x24)+...+c_{25}*(x2261+x2264)\geq b1 \\ a_1*(x12+x15)+a_2*(x22+x25)+...+c_{25}*(x2262+x2265)\geq b2 \\ a_1*(x13+x16)+a_2*(x23+x26)+...+c_{25}*(x2263+x2266)\geq b3 \\ x_{i3}=0,i=1,...,n \\ x_{i6}=0,i=202,...,n \\ \sum_{i=1}^{75}a_i*0.2\geq\sum_{j=1}^{126}b_j \\ a_i,b_j,c_k\text{均为非负整数} \end{cases}$$

那么题目的问题就变成整数规划模型求最小值的问题，用 MATLAB 计算软件编写程序求解（详见附录一）

5.1.3 模型求解

问题一到问题三的运输任务经整理如下表 5-1-5

表 5-1-5 运输任务

问题	乘用车序号（类型）	需要运输乘用车数量（辆）
第一问	I	100
	II	68
	III	0
第二问	I	0
	II	72
	III	52
第三问	I	156
	II	102
	III	39

运行出结果如下：

第一问：要完成运输任务，所需的轿运车数量最少是 10 辆，且全部为 2-2 型，详细的装载方案如表 5-1-6，该装载方案中运输的 I 号车是 102 辆，比任务多 2

辆，即某辆车上有两个空位。

表 5-1-6 问题一运输任务的装载方案

轿运车类型	相同类型、相同装载方式的车辆数	装在上层序号为1乘用车数量	装在上层序号为2乘用车数量	装在上层序号为3乘用车数量	装在下层序号为1乘用车数量	装在下层序号为2乘用车数量	装在下层序号为3乘用车数量
2-2	1	10	0	0	5	0	0
2-2	2	0	10	0	0	10	0
2-2	2	4	4	0	6	2	0
2-2	1	6	2	0	8	0	0
2-2	4	8	0	0	8	0	0

第二问：要完成运输任务，所需的轿运车数量最少是 13 辆，1-1 型需要 12 辆，1-2 型需要 1 辆；详细的装载方案如表 5-1-7，该装载方案中恰好完全把乘用车装完，没空位留下。

表 5-1-7 问题二运输任务的装载方案

轿运车类型	相同类型、相同装载方式的车辆数	装在上层序号为1乘用车数量	装在上层序号为2乘用车数量	装在上层序号为3乘用车数量	装在下层序号为1乘用车数量	装在下层序号为2乘用车数量	装在下层序号为3乘用车数量
1-1	12	0	5	0	0	0	4
1-2	1	0	12	0	1	0	4

第三问：要完成运输任务，所需的轿运车数量最少是 22 辆，1-1 型需要 8 辆，1-2 型需要 1 辆，2-2 型需要 12 辆；详细的装载方案如表 5-1-8，该装载方案中运输的 I 号车是 156 辆，比任务多 1 辆，即某辆车上有一个空位

表 5-1-8 问题三运输任务的装载方案

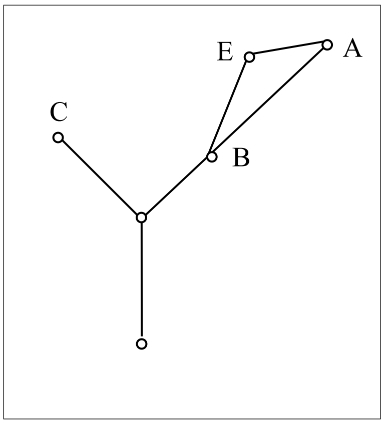
轿运车类型	相同类型、相同装载方式的车辆数	装在上层序号为1乘用车数量	装在上层序号为2乘用车数量	装在上层序号为3乘用车数量	装在下层序号为1乘用车数量	装在下层序号为2乘用车数量	装在下层序号为3乘用车数量
1-1	8	0	5	0	0	0	4
1-1	1	1	3	0	0	0	4
1-2	1	8	2	0	1	1	3
2-2	2	0	10	0	0	10	0
2-2	1	4	4	0	0	10	0
2-2	8	6	2	0	8	0	0
2-2	1	8	0	0	8	0	0

装货时，下层力争装满，上层两列力求对称，以保证轿运车行驶平稳。

5.2 问题四求解

5.2.1 分阶段解决运输任务

这一问与前三问相对比，不同的是这一问题考虑到行车路线问题，前三问目的地都只有一个，本题的目的地有 A,B,C,D 四个，由图一能容易知道最短的行车路线是 O→D→C，O→D→B→A。要在完成运输任务的前提下，满足轿运车使用数量达到最少，行驶里程尽量短。则应该在每一个阶段使用的轿运车在数量上达到最少，本题不考虑每次卸车与装车成本，将问题细分。即先求所有乘用车从 O 点运输到目的地 D 时所需的最少轿运车数量；到达 D 点后，卸下 D 点所需要的乘运车，再以 D 点为出发点，求完成到 C 点的运输任务所需的最少轿运车数量与到 B 点运输任务（A 地的运输任务与 B 地运输任务之和）所需的最少轿运车数量，此时需要的轿运车车型可以变，不一定要继续使用 O→D 点的轿运车车型。如此类推，则可求每个阶段所需要的最少轿运车数量，行驶里程也是最短的。求每个阶段所需要的最少轿运车的数量时继续沿用一到三问的模型。各个阶段的运输任务见表 5-2-1



图一 A,B,C,D 四个目的地分布图

表 5-2-1 各个阶段的运输任务

乘用车序号（类型）	需要运输乘用车数量（辆）	阶段
I II III	116 78 0	0→D
I II III	33 47 0	D→C
I II III	92 31 0	D→B
I II III	42 31 0	B→A

5.2.2 模型求解

(1) O→D 阶段，最少需要轿运车 15 辆，1-1 型需要 1 辆， 2-2 型需要 14 辆；详细的装载方案如表 5-2-2，该方案下，恰好所有轿运车都满载。

表 5-2-2 0→D 阶段运输任务的装载方案

轿运车类型	相同类型、相同装载方式的车辆数	装在上层序号为 1 乘用车数量	装在上层序号为 2 乘用车数量	装在上层序号为 3 乘用车数量	装在下层序号为 1 乘用车数量	装在下层序号为 2 乘用车数量	装在下层序号为 3 乘用车数量
1-1	1	2	2	0	4	0	0
2-2	2	0	10	0	0	10	0
2-2	1	4	4	0	0	10	0
2-2	1	4	4	0	6	2	0
2-2	1	6	2	0	0	10	0
2-2	1	8	0	0	0	10	0

2-2	8	8	0	0	8	0	0

(2) D→C 阶段，最少需要轿运车 5 辆，1-1 型需要 1 辆， 2-2 型需要 4 辆；详细的装载方案如表 5-2-3，该方案下，恰好所有轿运车都满载

表 5-2-3 D→C 阶段运输任务的装载方案

轿运车类型	相同类型、相同装载方式的车辆数	装在上层序号为 1 乘用车数量	装在上层序号为 2 乘用车数量	装在上层序号为 3 乘用车数量	装在下层序号为 1 乘用车数量	装在下层序号为 2 乘用车数量	装在下层序号为 3 乘用车数量
1-1	1	3	1	0	4	0	0
2-2	1	0	10	0	0	10	0
2-2	1	0	10	0	2	6	0
2-2	1	8	0	0	0	10	0
2-2	1	8	0	0	8	0	0

(3) D→B 阶段,最少需要轿运车 8 辆，1-1 型需要 1 辆， 2-2 型需要 7 辆；详细的装载方案如表 5-2-4，该方案下，运输的III号车是 1 辆，比任务多 1 辆，即某辆车上有一个空位。

表 5-2-4 D→B 阶段运输任务的装载方案

轿运车类型	相同类型、相同装载方式的车辆数	装在上层序号为 1 乘用车数量	装在上层序号为 2 乘用车数量	装在上层序号为 3 乘用车数量	装在下层序号为 1 乘用车数量	装在下层序号为 2 乘用车数量	装在下层序号为 3 乘用车数量
1-1	1	3	1	0	3	0	1
2-2	1	4	4	0	0	10	0
2-2	1	4	4	0	8	0	0
2-2	1	6	2	0	8	0	0
2-2	1	8	0	0	0	10	0
2-2	3	8	0	0	8	0	0

(4) B→A 阶段,最少需要轿运车 5 辆，1-1 型需要 1 辆， 2-2 型需要 4 辆；详细的装载方案如表 5-2-5，该方案下，运输的III号车是 2 辆，比任务多 2 辆，即某辆车上有两个空位。

表 5-2-5 B→A 阶段运输任务的装载方案

轿运车类型	相同类型、相同装载方式的车辆数	装在上层序号为 1 乘用车数量	装在上层序号为 2 乘用车数量	装在上层序号为 3 乘用车数量	装在下层序号为 1 乘用车数量	装在下层序号为 2 乘用车数量	装在下层序号为 3 乘用车数量
1-1	1	4	0	0	2	0	2
2-2	1	0	10	0	2	6	0
2-2	1	4	4	0	0	10	0
2-2	1	6	2	0	8	0	0
2-2	1	8	0	0	8	0	0

5.3 问题五的求解

5.3.1 乘用车的分类

此题中的乘用车有 45 种，规格各不相同。因此，可根据乘用车的类型和轿运车的装载要求将乘用车分为以下类型，如表 5-3-1 所示：

类型	乘用车序号	最大宽度（单位：mm）	最大长度（单位：mm）
大型车	44	1980	6831
中型车	2,15,19,23,43	1880	5035
特高中型车	24,17	1895	5160
普通车	3,4,6,7,8,9,10,11,13,14,16,18，21，22,27,28,30,32,33,34,35,36,38，39,41,42,45	1840	3998
特高普通车	1,12,25,26,31	1826	4285
微型车	5,20,29,40	1618	3763
特高微型车	37	1495	3820

（注：特高是指高度大于 1700mm）

5.3.2 枚举法

将以上各类型的乘用车的最大宽度作为该类型乘用车的宽度，车宽乘以 2 再加车距 0.1m 后小于 i-2 轿运车车厢的宽度的可视为该轿运车的 i-2 可用于运输该乘用车。

将以上各类型的乘用车的最大长度作为该类型乘用车的长度，用枚举法将不同类型的乘用车装进不同的轿运车车厢里，并排除掉剩余空间大于 3460mm 的方案。其余合格方案列

举如下表 5-3-2-1 所示：

表 5-3-2-1　第一种 1-1 上层合格方案

	大型车	中型车	特高中型车	普通车	特高普通车	微型车	特高微型车	剩余空间
方案 1								
方案 2								
...								
方案 m								

表 5-3-2-2　第一种 1-1 下层合格方案

	大型车	中型车	特高中型车	普通车	特高普通车	微型车	特高微型车	剩余空间
方案 1								
方案 2								
...								
方案 n								

取剩余空间比较大的方案再将同一种规格的轿运车的上下层相乘合并，得到一新的矩阵 X1 以同样的方法得到其余规格的轿运车的矩阵 X2,...,X10，将此十个矩阵合并形成一个新的矩阵。

六．模型的评价

6.1 模型优点

1.模型简单，思路清晰，主要步骤只有两步；

2.通用性强，推广可行性高；

3.本模型考虑了满足条件时所有轿运车的所有装载方案，再用线性规划找出最佳方案，考虑全面；

4.整个模型可以通过所编的 exe 软件运算出来，使用方便；

6.2 模型缺点

1.第四问忽略了每次卸车与装车成本，这与实际情况有点差异，仍需要继续完善；

2.枚举出所有方案对于复杂的问题时程序运算时间比较久；

七．参考文献

【1】 姜启源等 《数学模型（第四版）》 北京：高等教育出版社 2011.1

【2】 陈士成 《运筹学（第二版）》 北京：清华大学出版社 1998

八. 附录

附录一 MATLAB 求三种轿运车最优的装载方案

```
  clear
clc
carlength=xlsread('ÊäÈë±í.xls','B7:B9');%%¶ÁÈ¡Ð¡³µ³¤¶È
trucklength=xlsread('ÊäÈë±í.xls','B12:B14');%%¶ÁÈ¡»õ³µ³¤¶È
carnum=xlsread('ÊäÈë±í.xls','B2:B4');%%¶ÁÈ¡Ð¡³µÊýÁ¿

x1=carlength(1);
x2=carlength(2);
x3=carlength(3);

plan11up=[];
for a=0:5
    for b=0:5
        y=a*(x1+0.1)+b*(x2+0.1)-0.1;
        if y>15.285&&y<=19;
            plan11up=[plan11up;a,b,0];
        end
    end
end

plan11down=[];
for a=0:5
    for b=0:5
        for c=0:5
            y=a*(x1+0.1)+b*(x2+0.1)+c*(x3+0.1)-0.1;
            if y>15.285&&y<=19;
            plan11down=[plan11down;a,b,c];
            end
        end
    end
end



plan12up=[];
for a=0:6
    for b=0:6
        y=a*(x1+0.1)+b*(x2+0.1);
        if y>20.585&&y<=24.3;
```

```
        plan12up=[plan12up;a*2,b*2,0];
        end
    end
end

plan12down=[];
for a=0:6
    for b=0:6
        for c=0:6
            y=a*(x1+0.1)+b*(x2+0.1)+c*(x3+0.1)-0.1;
            if y>20.585&&y<=24.3;
            plan12down=[plan12down;a,b,c];
            end
        end
    end
end

plan22updown=[];
for a=0:5
    for b=0:5
        y=a*(x1+0.1)+b*(x2+0.1)-0.1;
        if y>15.285&&y<=19;
            plan22updown=[plan22updown;a*2,b*2,0];
        end
    end
end

plan11=[];
for i=1:length(plan11up);
    for j=1:length(plan11down);
        p=[plan11up(i,:),plan11down(j,:)];
        plan11=[plan11;p];
    end
end
plan11

plan12=[];
for i=1:length(plan12up);
    for j=1:length(plan12down);
        p=[plan12up(i,:),plan12down(j,:)];
        plan12=[plan12;p];
    end
end
plan12
```

```
plan22=[];
for i=1:length(plan11up);
    for j=1:length(plan11up);
        p=[plan22updown(i,:),plan22updown(j,:)];
        plan22=[plan22;p];
    end
end
plan22

plansum=[plan11(:,1)+plan11(:,4),plan11(:,2)+plan11(:,5),plan11(:,3)+
plan11(:,6);plan12(:,1)+plan12(:,4),plan12(:,2)+plan12(:,5),plan12(:,
3)+plan12(:,6);plan22(:,1)+plan22(:,4),plan22(:,2)+plan22(:,5),plan22
(:,3)+plan22(:,6)];
plansum1=[plan11;plan12;plan22];

f=ones(1,length(plansum));
for i=1:length(plan12)
    f(i+length(plan11))=1.1;
end
for i=1:length(plan22)
    f(i+length(plan11)+length(plan12))=1.3;
end
A1=-1*plansum';
B=-1*[carnum;0];
intcon=1:length(plansum);
A2=zeros(1,length(plansum));
for i=1:length(plan11)
    A2(i)=-0.2;
end
for i=1:length(plan12)
    A2(i+length(plan11))=1;
end
A=[A1;A2];
lb=zeros(length(plansum),1);
ub=20*ones(length(plansum),1);
[x, fval]=intlinprog(f,intcon,A,B,[],[],lb,ub);

truckmod=zeros(length(plansum),1);
truckmod(1:length(plan11))=11;
truckmod(length(plan11)+1:length(plan11)+length(plan12))=12;
truckmod(length(plan11)+length(plan12)+1:length(plansum))=22;
planall=[truckmod,x,plansum1];
[i,j,v]=find(planall(:,2)==0);
```

```
planall(i,:)=[]
clean=' ';
xlswrite('Êä³ö±í.xls',clean,2,'A2:H30')
xlswrite('Êä³ö±í.xls',planall,2,'A2')
```