$\chi_j^2 < \chi_*^2 (p + \rho_j^2 \delta^2)$