Wrocław, 21.12.2021r.

Lista zadań nr 5

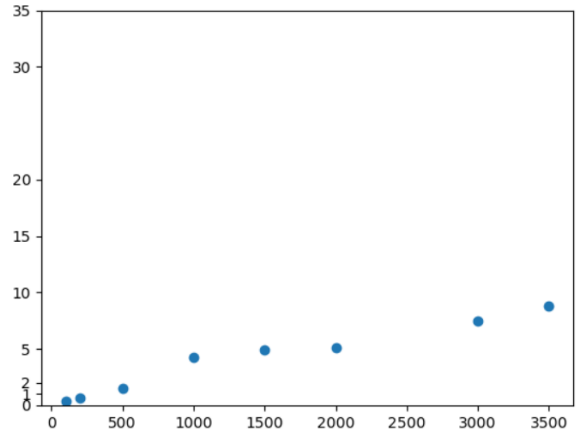
Julia Mazur, 262296

Zadanie 1.

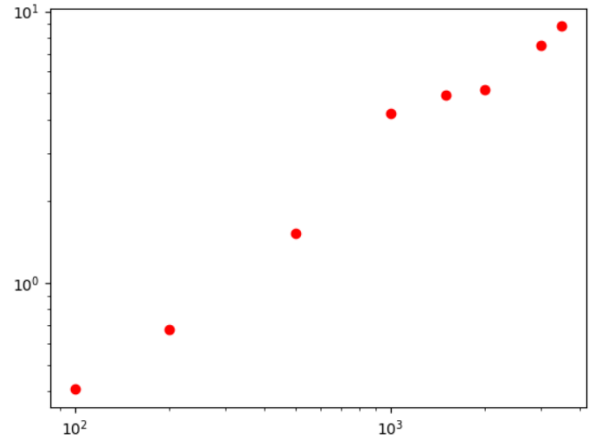
Zmierzyłam czas wykonywania funkcji *solve* dla wybranych przeze mnie danych danych.

```
100 :    0.40625
200 :    0.671875
500 :    1.53125
1000 :   4.21875
1500 :   4.90625
2000 :   5.15625
3000 :   7.484375
3500 :   8.8125
```

Sporządziłam wykres.



Na wykresie logarytmicznym widzimy, że mimo kilku odchyleń punkty układają się w prostą:



Dlatego spodziewamy się zależności potęgowej:

$y = ax^b$

$log(y) = log(a) + b\,log(x)$

(jest to prosta dla zlogarytmowanego wzoru).

Hipoteza podwojenia:

Zmierzyłam czas wykonania funkcji dla dwukrotnie zwiększających się danych wejściowych (czyli ilości niewiadomych w układzie równań). Następnie policzyłam stosunki $\frac{T(2N)}{T(N)}$ oraz $log_2(\frac{T(2N)}{T(N)})$. Otrzymałam takie wyniki:

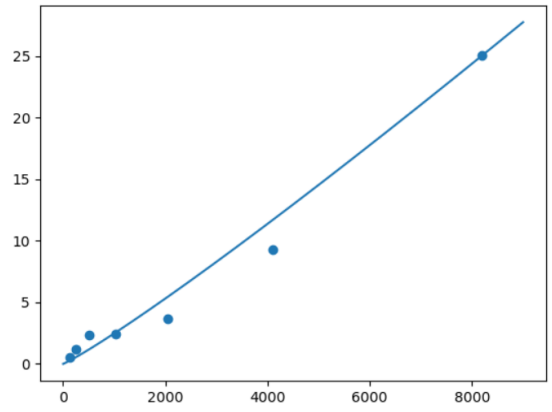
N	T	Ratio	Log
128	0.5284	None	None
256	1.203125	2.27692089326268	1.1870841689975233
512	2.328125	1.9350649350649352	0.9523819797672602
1024	2.421875	1.0402684563758389	0.056955884812075905
2048	3.671875	1.5161290322580645	0.6003925412907621
4096	9.265625	2.523404255319149	1.335371347981004
8192	25.046875	2.703204047217538	1.4346704156085444

Pomijając najmniejszy z wyników średnie $b = 1,1$.

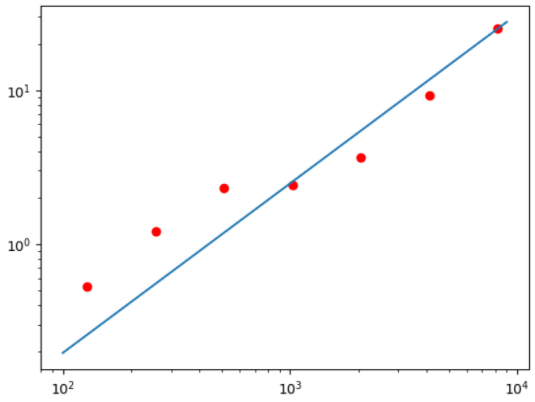
Aby obliczyć a, podstawiamy dowolne dane do równania.

Zrobimy to dla $N = 8192$, czyli

$25.046875 = a * 8192^{1,1}$. Zatem nasze $a \approx 0.00124$.

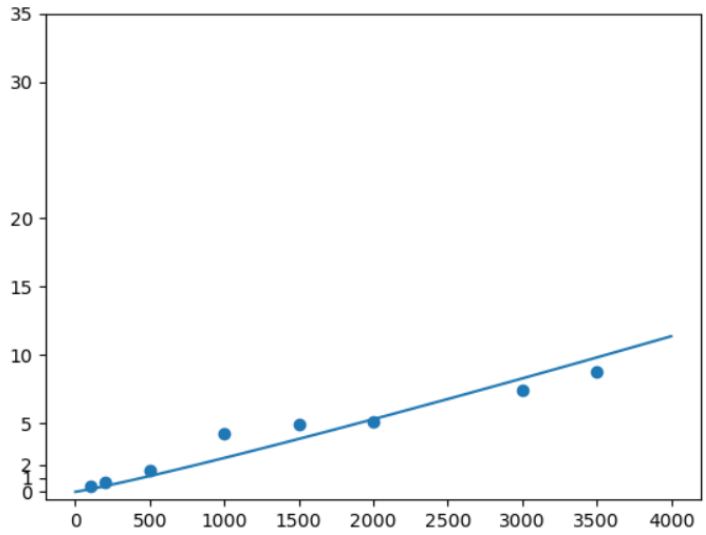


Wykres logarytmiczny:



Dopasowanie nie jest idealne, ponieważ szacujemy a i b, ale jest bliskie prawdzie, bo wartości oscylują przy wyznaczonej przez nas krzywej.

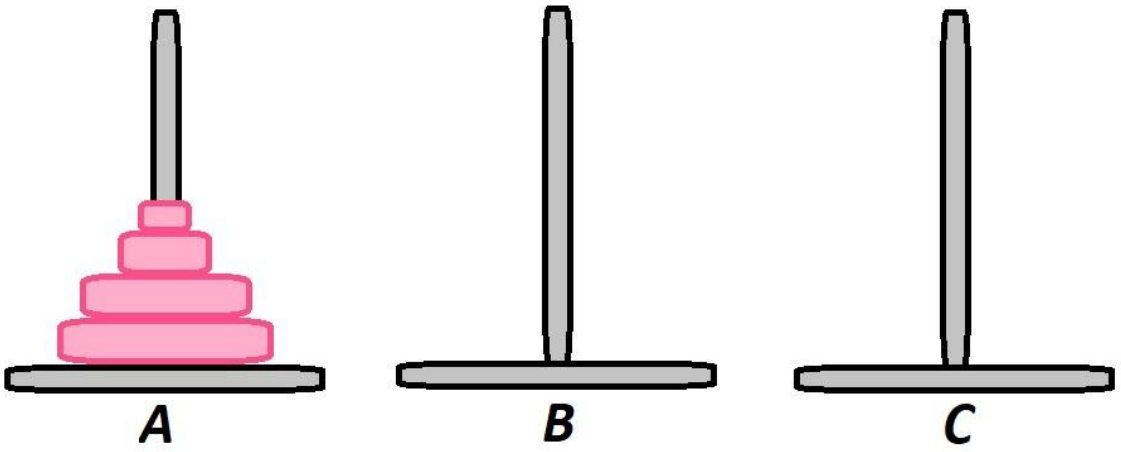
Dla testowych danych wziętych na początku wykres prezentuje się tak:



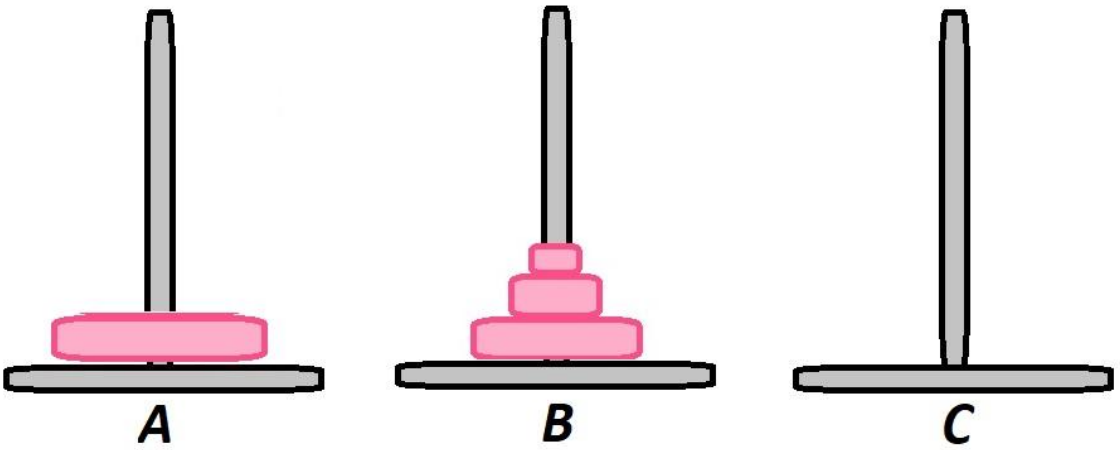
Zatem widzimy, że dopasowanie jest dobre.
Linki do kodu i danych:

1. https://github.com/Swinkawkrawacie/algorytmy2021-22/blob/6e99cfcc5d834bba8a075fcc6c1fa87ea83b56b2/lista5/1.py
2. https://github.com/Swinkawkrawacie/algorytmy2021-22/blob/6e99cfcc5d834bba8a075fcc6c1fa87ea83b56b2/lista5/data1.txt
3. https://github.com/Swinkawkrawacie/algorytmy2021-22/blob/6e99cfcc5d834bba8a075fcc6c1fa87ea83b56b2/lista5/data2.txt

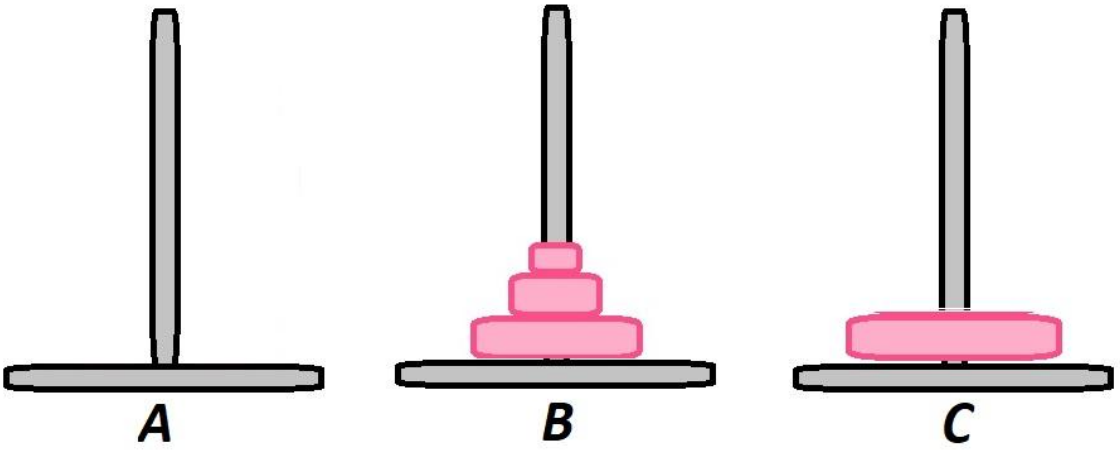
Zadanie 2.
Mamy napisać program pokazujący rozwiązanie zagadnienia wieży z Hanoi.



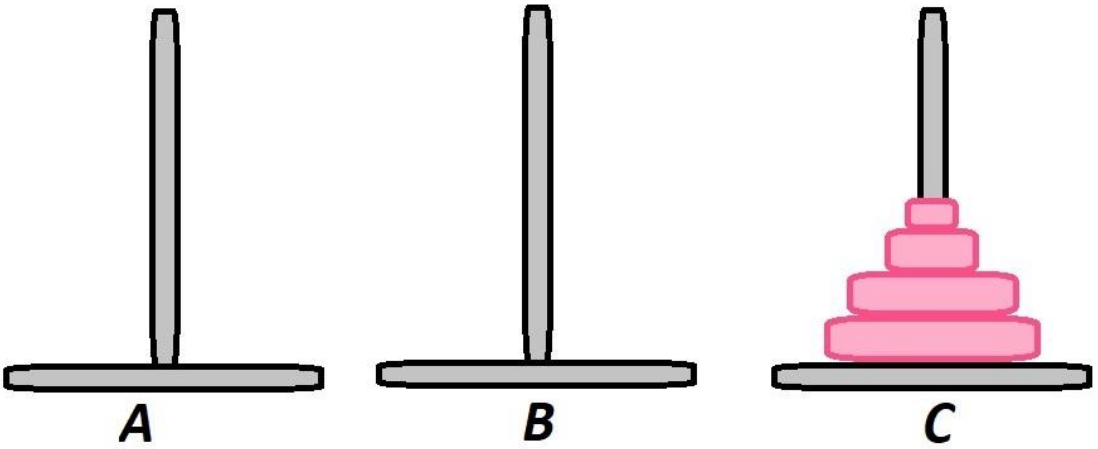
Aby przenieść n krążków ze słupka A na słupek C przy użyciu B musimy najpierw przenieść $n - 1$ na słupek B przy użyciu C.



Kiedy to nam się uda przenosimy ostatni ($n -$ ty) krążek na słupek C.



Na koniec musimy przenieść krążki ($n - 1$) ze słupka B na C przy użyciu A.



Przykładowe wywołania programu:

1. dla $n = 1$:

```
move disc from A to C
```

2. dla $n = 2$:

```
move disc from A to B
move disc from A to C
move disc from B to C
```

3. dla $n = 3$:

```
move disc from A to C
move disc from A to B
move disc from C to B
move disc from A to C
move disc from B to A
move disc from B to C
move disc from A to C
```

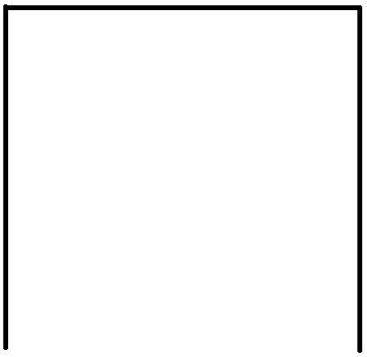
4. dla $n = 4$:

```
move disc from A to B
move disc from A to C
move disc from B to C
move disc from A to B
move disc from C to A
move disc from C to B
move disc from A to B
move disc from A to C
move disc from B to C
move disc from B to A
move disc from C to A
move disc from B to C
move disc from A to B
move disc from A to C
move disc from B to C
```

Link do kodu:
https://github.com/Swinkawkrawacie/algorytmy2021-22/blob/6e99cfcc5d834bba8a075fcc6c1fa87ea83b56b2/lista5/2.py

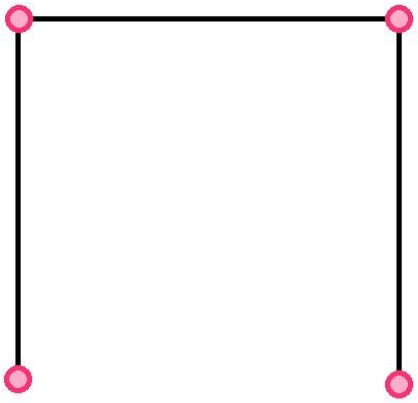
Zadanie 3.

Analizę krzywej hilberta zaczynamy od przypadku dla $n = 1$ – jest to nasz bazowy kształt



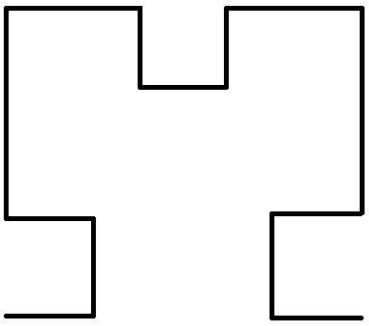
(1)

Punkty, w których występuje zmiana to:



(2)

i w tych punktach musimy wykonać ten kształt (w pierwszym i czwartym kształt będzie odwrócony**(x)**).



(3)

itd. dla kolejnych n.

Aby narysować krzywą o złożoności n:

1. Zaczynamy od obrócenia naszego żółwia o 90 stopni w lewo i powtórzeniu całego algorytmu dla $n - 1$ oraz kąta równego $-$ 90 stopni (z **(x)**)"odchaczając" w ten sposób pierwszą krawędź.
2. Następnie idziemy prosto, by kontynuować bazowy kształt.
3. Obracamy żółwia o 90 stopni w prawo (również zgodnie z **(1)**) i także powtarzamy algorytm dla $n - 1$.
4. Znów kontynuujemy prosto. Jesteśmy w drugiej kropce z **(2)**.
5. Powtarzamy algorytm dla $n - 1$, ponieważ nasze ustawienie jest poprawne.
6. Jesteśmy w trzeciej kropce z **(2)**, dlatego obracamy się o 90 stopni w prawo i idziemy prosto.
7. Po raz ostatni powtarzamy cały algorytm dla $n - 1$oraz kąta równego $-$ 90 stopni (z **(x)**) i "odchaczamy" ostatnią krawędź kształtu bazowego.
8. Na koniec obracamy się w lewo, żeby umożliwić zachowanie bazy i poprawne połączenie kroków (po wykonaniu kształtu bazowego, żółw kontynuuje ruch odbijając w lewo .

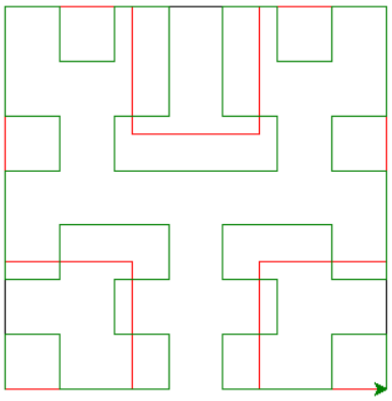
Obliczenie długości jednego odcinka krzywej:

W każdym kolejnym kroku z jednego odcinka tworzymy trzy, czyli ilość wszystkich odcinków zwiększa się o 2^n (w jedną stronę). Zatem wzór na ilość odcinków to $k_n = k_1 + \sum_{i=1}^{n-1} 2^i$, gdzie $k_1 = 1$, bo zakładamy, że dla $n = 1$ ruch w jedną stronę wynosi 1. Wtedy, korzystając z sumy ciągu geometrycznego o $a_1 = 2$ i $q = 2$, liczymy $k_n = 1 + 2 * \frac{1-2^{n-1}}{1-2} = 1 + 2^n - 2 = 2^n - 1$.

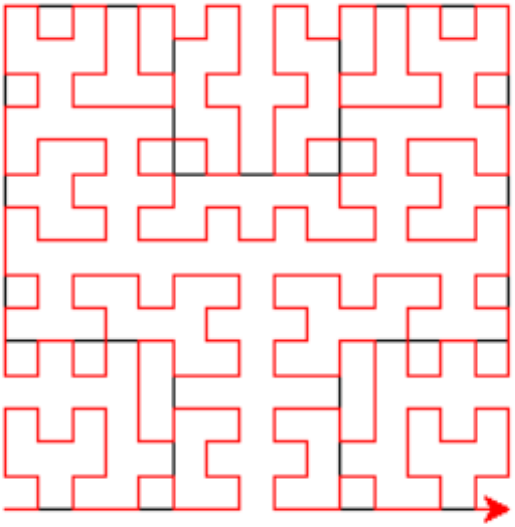
Dlatego długość odcinka krzywej wyznaczyłam jako $rozmiar/(2^n - 1)$.

Przykładowe wywołania programu:

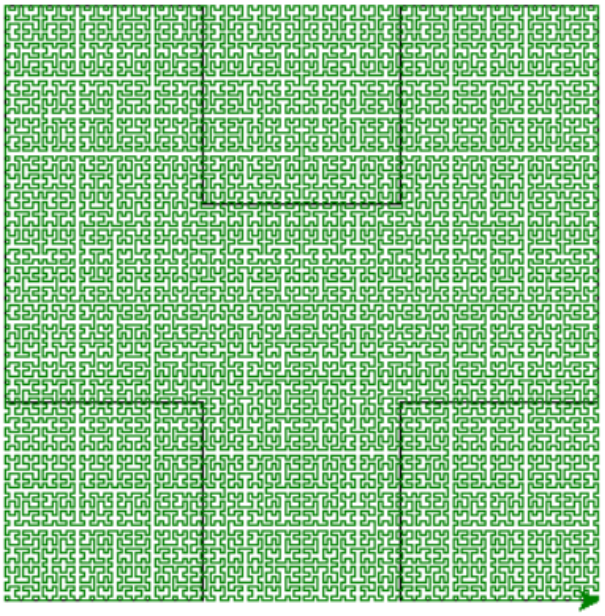
1. dla $n = 1$ (czarny), $n = 2$ (czerwony), $n = 3$ (zielony):



2. dla $n = 4$ (baza to $n = 2$ – czarny):



3. dla $n = 7$ (baza to $n = 2$ – czarny):



Link do kodu:
https://github.com/Swinkawkrawacie/algorytmy2021-22/blob/6e99cfcc5d834bba8a075fcc6c1fa87ea83b56b2/lista5/3.py

Zadanie 4.

Zacznijmy od narysowania krzywej Kocha o złożoności n:

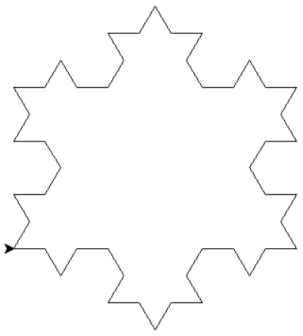
1. Dla $n = 0$ jest to odcinek, więc żółw idzie prosto.
2. W pierwszym kroku powtarzamy cały algorytm dla $n - 1$, bo dzielimy nasz odcinek na trzy części o poprzednim poziomie złożoności.
3. Teraz przechodzimy do zarysowania kształtu krzywej, czyli obracamy żółwia o 60 stopni w lewo i powtarzamy algorytm dla $n - 1$ (przemieszczanie się żółwia jest w warunku bazowym **- 1.**)
4. Następnie obracamy żółwia o 120 stopni w prawo i znów powtarzamy algorytm dla $n - 1$. W taki sposób mamy już $\frac{2}{3}$ początkowego odcinka.
5. Pozostaje już tylko obrócić żółwia o 60 stopni w lewo i powtórzyć algorytm dla $n - 1$.

Skoro dzielimy odcinek na trzy równe części to długość, jaką przebywa żółw w jednym kroku, to $\frac{l}{3^n}$, gdzie l to bazowa długość odcinka.

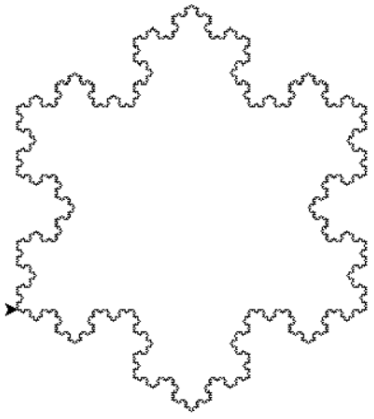
Aby stworzyć płatek kocha wystarczy połączyć trzy krzywe kocha tak, aby kąty między nimi wynosiły 60 stopni.

Przykładowe wywołania programu:

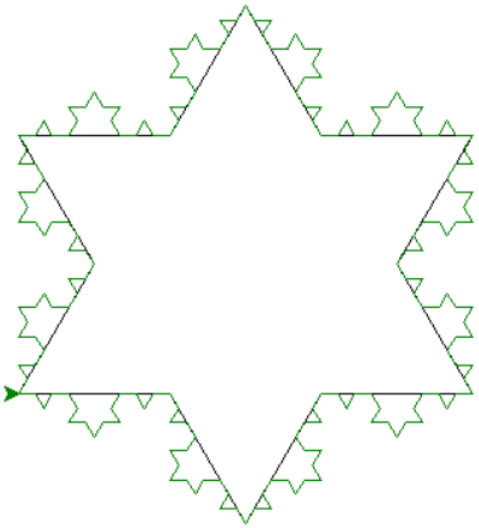
1. dla $n = 2$:



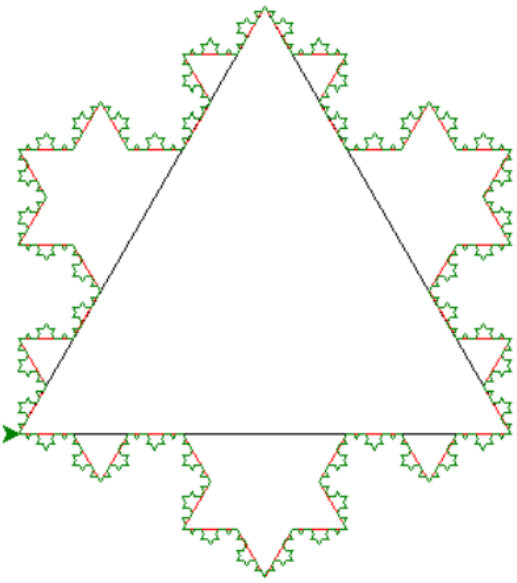
2. dla $n = 5$:



3. dla $n = 1$ (czarny), dla $n = 3$ (zielony):



4. dla $n = 0$ (czarny), dla $n = 2$ (czerwony), dla $n = 4$ (zielony):



Link do kodu:
https://github.com/Swinkawkrawacie/algorytmy2021-22/blob/6e99cfcc5d834bba8a075fcc6c1fa87ea83b56b2/lista5/4.py