Wrocław, 02.11.2021r.

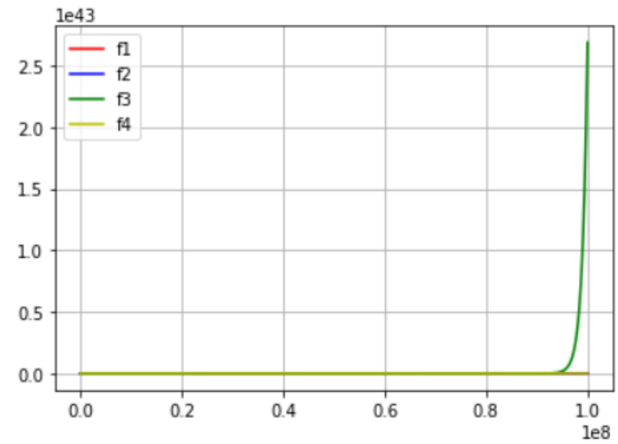
Lista zadań nr 2
(zadanie dodatkowe)

Julia Mazur, 262296

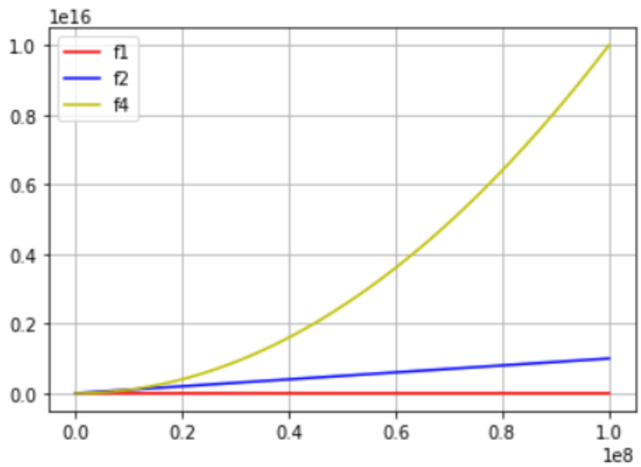
a) grupa pierwsza:

$$
\begin{array}{rcl}
f_1(n) & = & n^{0.999999}\log n \\
f_2(n) & = & 10000000n \\
f_3(n) & = & 1.000001^n \\
f_4(n) & = & n^2
\end{array}
$$

Zaczęłam od przeanalizowania wykresów tych funkcji, żeby ustalić możliwą kolejność przez sprawdzeniem odpowiednich granic:



Widzimy, że wykres został zdominowany przez f3, stąd zakładamy, że ta funkcja ma największą złożoność obliczeniową. Wyświetlamy teraz wykresy trzech pozostałych:



Zatem kolejność do sprawdzenia to: f1<f2<f4<f3.

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^{1-10^{-6}} \ln n}{10^7 n} \overset{H}{=} \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1-10^{-6})\, n^{-10^{-6}} \ln n + n^{-10^{-6}}}{10^7} =$

$= \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1-10^{-6})\ln n + 1}{10^7 n^{10^{-6}}} \overset{H}{=} \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1-10^{-6})}{n \cdot 10 n^{10^{-6}-1}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1-10^{-6}}{10 n^{10^{-6}}} = 0$

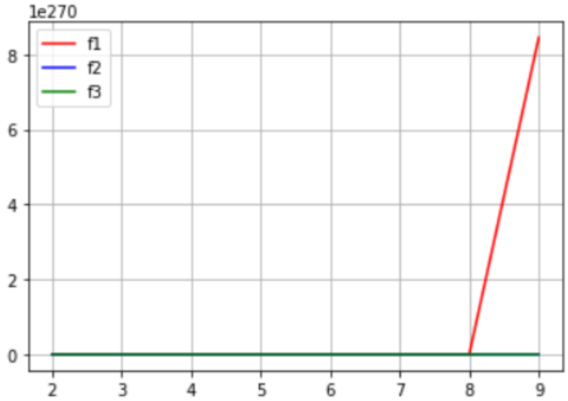
2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10^7 n}{n^2} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10^7}{n} = 0$

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{(1+10^{-6})^n} \overset{H}{=} \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n}{\ln(1+10^{-6})\,(1+10^{-6})^n} \overset{H}{=} \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{\ln^2(1+10^{-6})(1+10^{-6})^n} = 0$

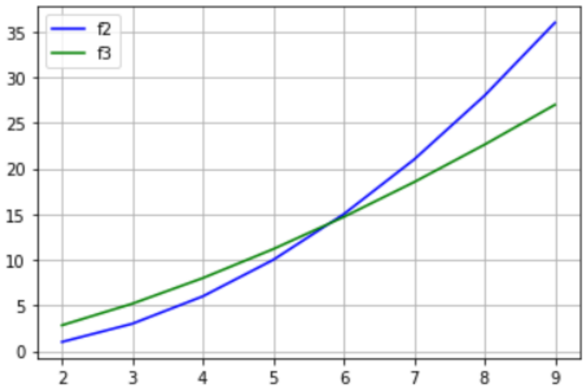
b) grupa druga:

$$f_1(n) = 2^{100n}$$
$$f_2(n) = \binom{n}{2}$$
$$f_3(n) = n\sqrt{n}$$

Analizując wykresy możemy zauważyć, że f1 zdominowało pozostałe funkcje.



Pozostałe funkcje prezentują się w następujący sposób:



Zatem kolejność do sprawdzenia to: f3<f2<f1.

$$1)\ \lim_{n\to\infty} \frac{n\sqrt{n} \cdot 2!\,(n-2)!}{n!} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{n}\sqrt{n} \cdot 2}{\cancel{n} \cdot (n-1)} = 0$$

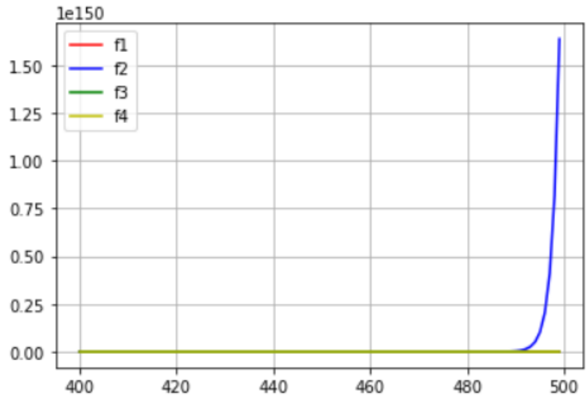
$$2)\ \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{2!\,(n-2)!\,2^{100n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n(n-1)}{2 \cdot 2^{100n}} \overset{H}{=} \lim_{n\to\infty} \frac{2n-1}{200\ln 2 \cdot 2^{100n}} =$$

$$\overset{H}{=} \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot 10^4 \ln^2 2 \cdot 2^{100n}} = 0$$

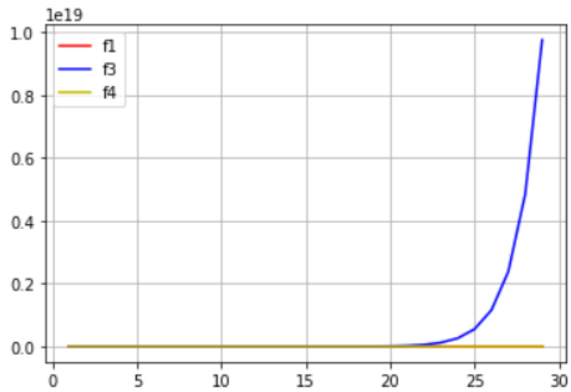
c) grupa trzecia:

$$
\begin{aligned}
f_1(n) &= n^{\sqrt{n}} \\
f_2(n) &= 2^n \\
f_3(n) &= n^{10} 2^{n/2} \\
f_4(n) &= \sum_{i=1}^{n} (i+1)
\end{aligned}
$$

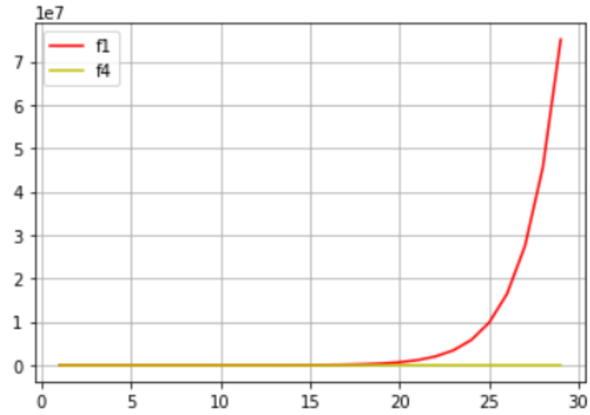
Znów zaczynamy od narysowania wszystkich funkcji.



Wykres został zdominowany przez f2, stąd możemy założyć, że ta funkcja ma największą złożoność obliczeniową. Pozostałe funkcje prezentują się w następujący sposób:



Teraz największą złożoność obliczeniową najprawdopodobniej ma f3.



Ostatecznie otrzymujemy, kolejność do sprawdzenia: f4<f1<f3<f2.

$$f_4(n)=\sum_{i=1}^{n}(i+1)=\frac{2+n+1}{2}\cdot n=\frac{n(n+3)}{2}$$

$$1)\ \lim_{n\to\infty}\frac{n(n+3)}{2n^{\sqrt{n}}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+3}{2n^{\sqrt{n}-1}}\overset{H\ 4}{=}\lim_{n\to\infty}\frac{3}{n^{\sqrt{n}-2}(2\sqrt{n}+\sqrt{n}\ln n-2)}=0$$

maleje ~~rośnie~~ dla kolejnych pochodnych

$$2)\ \lim_{n\to\infty}\frac{n^{\sqrt{n}}}{n^{10}\cdot 2^{\frac{n}{2}}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^{\sqrt{n}-10}}{2^{\frac{n}{2}}}=0$$

rośnie dla kolejnych pochodnych

maleje dla kolejnych pochodnych

$$3)\ \lim_{n\to\infty}\frac{n^{10}\cdot 2^{\frac{n}{2}}}{2^{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^{10}}{2^{\frac{n}{2}}}=0$$

rośnie dla kolejnych pochodnych

link do kodu:
https://github.com/Swinkawkrawacie/algorytmy2021-22/blob/0d3ba7ee85be45a4468f418f5c6c232190c61312/lista2(dodatkowe).ipynb