On pose $y=\frac{-1}{2}\frac{gx^2}{v^2\cos^2(a)}+\tan(a)x$ et v>0

Étant donné que $\frac{1}{\cos^2(a)}=1+\tan^2(a)$

$$y=\frac{-gx^2}{2v^2}(1+\tan^2(a))+\tan(a)x$$

On met sous la forme $AX^2+BX+C=0$

$$\frac{-gx^2}{2v^2}\tan^2(a)+x\tan(a)-(\frac{gx^2}{2v^2}+y)=0$$

avec $X=\tan(a)$, $A=\frac{-gx^2}{2v^2}$, $B=x$ et $C=-(\frac{gx^2}{2v^2}+y)$

On calcule donc le déterminant :

$$\Delta=B^2-4AC=x^2-(4\frac{gx^2}{2v^2}(\frac{gx^2}{2v^2}+y))$$

Les solutions de l'équation sont donc :

$$X_0=\frac{-B\pm\sqrt{(\Delta)}}{2A}=\frac{-x\pm\sqrt{x^2-(4\frac{gx^2}{2v^2}(\frac{gx^2}{2v^2}+y))}}{2\frac{-gx^2}{2v^2}}$$

Comme c'est compliqué, on simplifie

$$X_0=\frac{-x\pm\sqrt{x^2-(4\frac{gx^2}{2v^2}\frac{gx^2}{2v^2}+4\frac{gx^2}{2v^2}y)}}{2\frac{-gx^2}{2v^2}} \qquad X_0=\frac{-x\pm\sqrt{\frac{4v^4x^2}{4v^4}-4\frac{g^2x^4}{4v^4}-4\frac{gx^2}{2v^2}\frac{2v^2y}{2v^2}}}{2\frac{-gx^2}{2v^2}}$$

$$X_0=\frac{-x\pm\sqrt{\frac{4v^4x^2-4g^2x^4}{4v^4}-\frac{4\cdot 2gx^2v^2y}{4v^4}}}{2\frac{-gx^2}{2v^2}} \qquad X_0=\frac{-x\pm\sqrt{\frac{4v^4x^2-4g^2x^4-4\cdot 2gx^2v^2y}{4v^4}}}{2\frac{-gx^2}{2v^2}}$$

$$X_0=\frac{\frac{-2v^2x}{2v^2}\pm\frac{\sqrt{4v^4x^2-4g^2x^4-4\cdot 2gx^2v^2y}}{2v^2}}{2\frac{-gx^2}{2v^2}}$$

$$X_0=\frac{-2v^2x\pm\sqrt{4v^4x^2-4g^2x^4-4\cdot 2gx^2v^2y}}{-2gx^2} \qquad X_0=\frac{-2v^2x\pm\sqrt{4x^2(v^4-g^2x^2-2gv^2y)}}{-2gx^2}$$

$$X_0=\frac{-2v^2x\pm 2x\sqrt{v^4-g^2x^2-2gv^2y}}{-2gx^2} \qquad X_0=\frac{-2x(v^2\mp\sqrt{v^4-g^2x^2-2gv^2y})}{-2gx^2}$$

$$X_0=\frac{v^2\mp\sqrt{v^4-g^2x^2-2gv^2y}}{gx}$$

donc $a = \arctan(X_0)$ ou $\arctan(X_0) + \pi$

Il y a donc 4 solutions : a1, a2, a3, a4

$a_1 = \arctan\left(\frac{v^2 - \sqrt{v^4 - g^2x^2 - 2gv^2y}}{gx}\right)$ $a_2 = \arctan\left(\frac{v^2 + \sqrt{v^4 - g^2x^2 - 2gv^2y}}{gx}\right)$

$a_3 = \arctan\left(\frac{v^2 - \sqrt{v^4 - g^2x^2 - 2gv^2y}}{gx}\right) + \pi$ $a_4 = \arctan\left(\frac{v^2 + \sqrt{v^4 - g^2x^2 - 2gv^2y}}{gx}\right) + \pi$