(Dated: October 30, 2025)

We formuleren de foton als een eendimensionale, gesloten of open swirl-string met fase $\phi(\mathbf{x}, t)$ die als helische voortplantingsmodus over de string loopt. Spin (circulaire polarisatie) komt overeen met de draairichting van de lokale swirl-clock; optisch impulsmoment (OAM) met topologische lading ℓ is de fasewinding in het transversale vlak. Voor laserstralen gebruiken we de (paraxiale) Gaussische bundel en z'n Laguerre–Gauss-uitbreiding om intensiteit en fasevelden te plotten. Alle formules zijn SI-dimensioneel consistent en geijkt aan de SST-schaal $\Omega_0 = \|\mathbf{v}_{\circlearrowleft}\|/r_c$.

I. KINEMATICA: FOTON ALS HELISCHE MODUS OP EEN SWIRL-STRING

Neem een string-centrumlijn $\mathbf{X}(s, t)$ met boogparameter s en lokale tangent $\mathbf{t}$. Een foton wordt gemodelleerd als een *travelling wave* op de string:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = kz - \omega t + \ell\,\theta, \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

waar $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$, en (r, θ, z) cil. coördinaten langs de voortplantingsas. De *spin*/polarisatie is de draairichting van de lokale swirl (links/rechts), en de *OAM* is de gehele winding $\ell \in \mathbb{Z}$ rond de bundelas [1, 2].

a. SST-klok en energiedichtheid. Een elementaire schaal is

$$\Omega_0 = \frac{\|\mathbf{v}_{\circlearrowleft}\|}{r_c} \quad [\mathrm{s}^{-1}].$$

Dimensiecheck: $[\mathbf{v}_{\circlearrowleft}] = \mathrm{m\,s^{-1}}$, $[r_c] = \mathrm{m}$, dus Ω_0 is een frequentie. Numeriek geeft dit de bekende Compton-schaal van het elektron; we gebruiken het als kalibratiepunt.

II. ENERGIE, IMPULS EN POLARISATIE

Voor een enkel foton geldt $E = \hbar\omega$ en $p = \hbar k$ (standaardveldentheorie). Binnen SST koppelen we de energie aan een effectieve lijnenergie van de string. Zonder verdere microdetailisering blijft de relationele kalender:

$$\boxed{E = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}, \quad \text{spin } S = \pm\hbar \ \leftrightarrow\ \text{swirl-clock links/rechts}}$$

waarbij $+$ resp. $-$ overeenkomt met links- resp. rechtscirculaire polarisatie.

III. LASERSTRAALMODEL: GAUSSISCHE BUNDEL EN LG-MODI

Voor een paraxiale bundel met waist w_0 bij $z = 0$ ([1]):

$$w(z) = w_0\sqrt{1 + (z/z_R)^2}, \qquad z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \tag{1}$$

$$R(z) = z\left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right], \qquad \zeta(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right). \tag{2}$$

De TEM_{00} veldamplitude (scalar) is

$$E_{00}(r, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\Big(-\frac{r^2}{w(z)^2}\Big) \exp\Big(ikz - i\omega t + i\frac{kr^2}{2R(z)} - i\,\zeta(z)\Big),$$

De intensiteit is $I = \frac{1}{2}\epsilon_0 c\,|E|^2$ (dimensie $\mathrm{W\,m^{-2}}$). Laguerre–Gauss (LG) met OAM ℓ en radiale index p:

$$E_p^\ell(r, \theta, z) = E_{00}\left(\frac{\sqrt{2}\,r}{w(z)}\right)^{|\ell|} L_p^{|\ell|}\left(\frac{2r^2}{w(z)^2}\right) e^{i\ell\theta}.$$

Voor $\ell \neq 0$ is er een as-nul; het ringmaximum ligt bij $r_{\max}(z) = w(z)\sqrt{|\ell|/2}$.

IV. NUMERIEK VOORBEELD EN FIGUREN

Voorbeeldparameters: $\lambda = 632.8\,\mathrm{nm}$, $w_0 = 1.0\,\mathrm{mm} \Rightarrow z_R = \pi w_0^2/\lambda = 4.9646\,\mathrm{m}$ en bundeldivergentie $\theta_{\mathrm{div}} = \lambda/(\pi w_0) = 0.201\,\mathrm{mrad}$.

a. Leeshulp. Fig. 1 toont de TEM_{00}-intensiteit op de waist ($z = 0$). Fig. 2 laat de 2π-fasewinding voor $\ell = 1$ zien (OAM, nul op de as). Fig. 3 bevestigt de bekende schaling $w(z)$ en de divergente limiet.

Bekende limieten: $w(0) = w_0$, veraf $z \gg z_R$ geeft openingshoek $\theta_{\mathrm{div}} = \lambda/(\pi w_0)$, en voor $\ell \neq 0$ is er een as-nul met ringmaximum $r_{\max}(z) = w(z)\sqrt{|\ell|/2}$ [2, 3].

V. PLOTRECEPT (ALGORITME)

1. Kies λ, w_0; bereken $z_R = \pi w_0^2/\lambda$.

2. Definieer een 2D raster in het $z = 0$ vlak; compute $I(r, 0) \propto e^{-2r^2/w_0^2}$ (TEM_{00}).

3. Voor OAM, neem fase $\Phi = \ell\,\theta$ en (optioneel) de LG-omhulling.

4. Voor doorsnede langs z: plot $w(z)$ en (desgewenst) $r_{\max}(z)$.

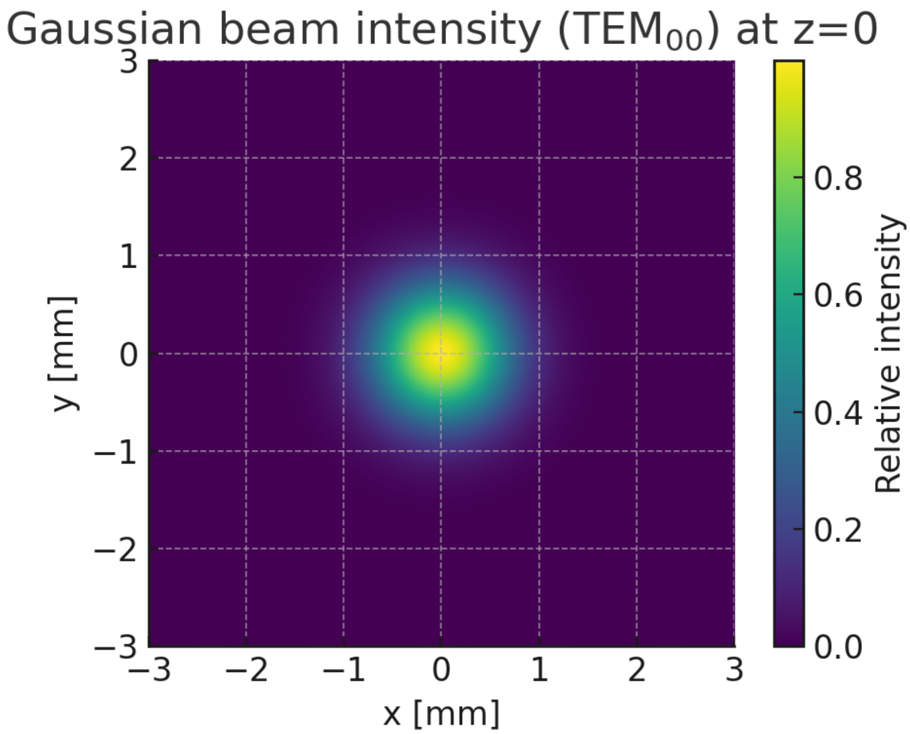

FIG. 1: Gaussische intensiteit (TEM$_{00}$) in het z=0-vlak. De kaart toont $I(r,0) \propto \exp(-2r^2/w_0^2)$ met een centrale piek en radiale Gauss-decay. Met $\lambda = 632.8\,\mathrm{nm}$ en $w_0 = 1.0\,\mathrm{mm}$ is dit de bundelwaist. De dimensie van I is $\mathrm{W\,m^{-2}}$; hier wordt relatieve schaal weergegeven.

VI. NUMERIEK VOORBEELD (HENE-ACHTIG)

Neem $\lambda = 632.8\,\mathrm{nm}$, $w_0 = 1.0\,\mathrm{mm}$. Dan $z_R = 4.9646\,\mathrm{m}$ en $\theta_{\mathrm{div}} = \lambda/(\pi w_0) = 0.201\,\mathrm{mrad}$. Voor $\ell = 1$ geldt $r_{\max}(0) = w_0/\sqrt{2} = 0.707\,\mathrm{mm}$.

VII. VOORSPELLINGEN (FALSIFIEERBAAR) EN RANDGEVALLEN

P1 (spinswirl-clock). Helicity van polarisatie valt 1-op-1 samen met de draairichting van de lokale swirl-clock; spin–to–orbital conversie bij sterke focus levert stapjes in ℓ (controleer via interferentie-forks [3]). **P2 (OAM-ring).** De nul op de as en ringradius $r_{\max}$ volgen exact de LG-schaal; afwijkingen bij extreme focus (niet-paraxiaal) voorspellen meetbare fasemodulaties. **Randgevallen.** Niet-paraxiaal ($w_0 \sim \lambda$), dispersieve media, en

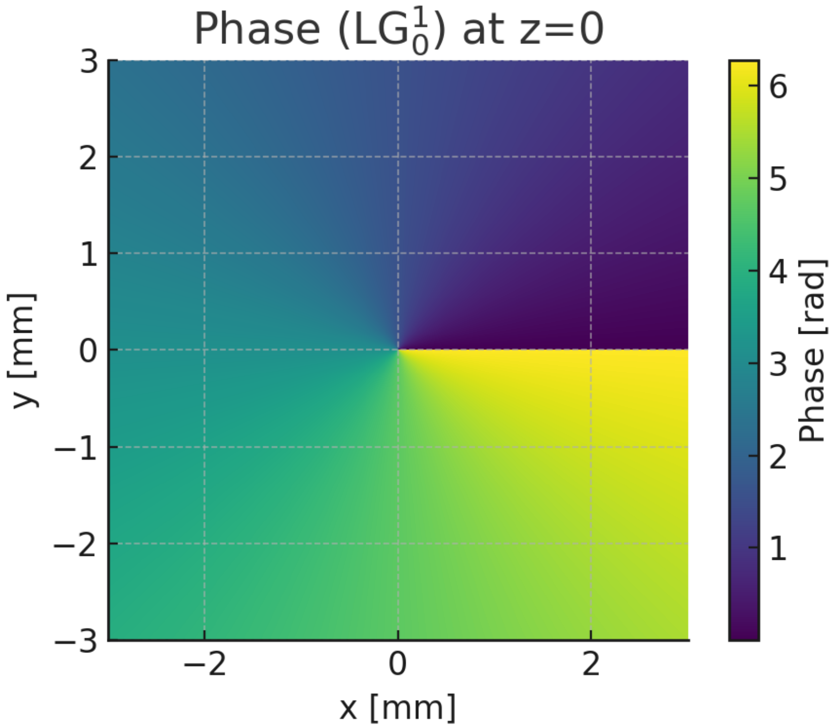

FIG. 2: Faseveld voor $\mathbf{LG}_0^1$ met topologische lading ℓ=1 in z=0. De fase $\Phi(\theta) = \ell\,\theta$ windt 2π rond de as en heeft een singuliere kern (donkere "vortex"): intensiteit nul op de as en een ringmaximum bij $r_{\max}(0) = w_0/\sqrt{2} = 0.707\,\text{mm}$. Dit visualiseert optisch impulsmoment (OAM).

nabij-veld van structuren (lokaal niet-Gaussiaans) vragen om volledige (vectoriële) oplossingsvormen.

a. Analogie (10-jarige). Een foton is als een piepkleine kurkentrekker-rimpel die langs een onzichtbaar touwtje vooruit schroeft: linksom of rechtsom bepaalt de polarisatie; met extra draai per rondje krijg je OAM-ringen.

[1] A. E. Siegman, *Lasers*, University Science Books (1986).

[2] L. Allen *et al.*, Phys. Rev. A **45**, 8185 (1992).

[3] M. V. Berry, J. Opt. A **6**, 259 (2004).

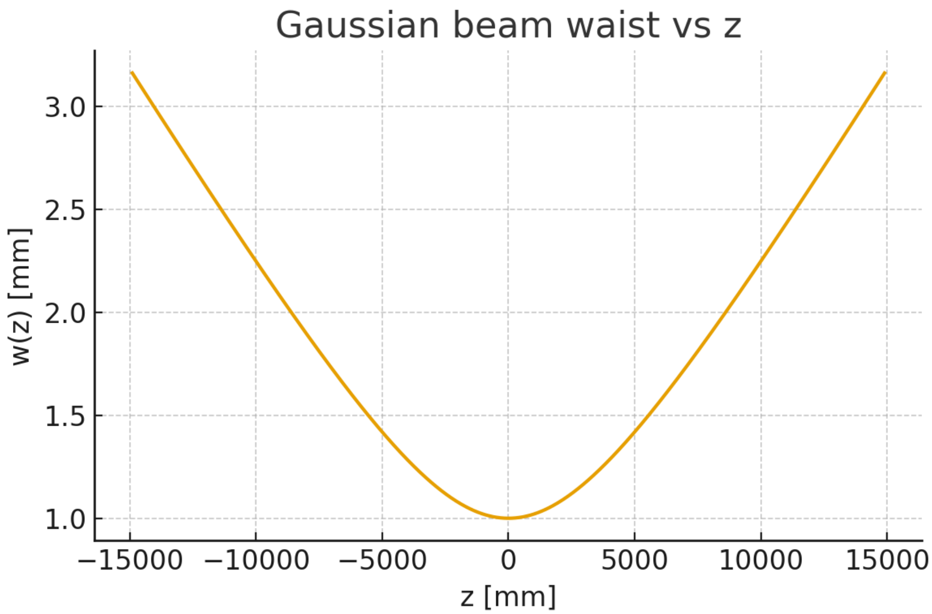

FIG. 3: Bundelwaist $w(z)$ versus z. Voor $|z| \ll z_R$ blijft de bundel smal; voor $|z| \gg z_R$ groeit $w(z) \approx |z|\theta_{\text{div}}$ met $\theta_{\text{div}} = \lambda/(\pi w_0)$. Het Rayleigh-bereik $z_R = 4.9646\,\text{m}$ markeert de overgang tussen nabij- en ver-veld.