



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič

Prof. Dr. Emo Welzl

1. Zwischenklausur

Zürich, 5. November 2013

Aufgabe 1

- (a) Konstruieren Sie einen (deterministischen) endlichen Automaten, der die Sprache

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid (|w|_0 + 2 \cdot |w|_1) \bmod 3 = 0 \text{ und } |w|_1 \leq 1\}$$

akzeptiert. Es reicht aus, die graphische Darstellung des Automaten anzugeben.

- (b) Geben Sie für jeden Zustand q Ihres konstruierten Automaten die Klasse $\text{Kl}[q]$ an.

6+4 Punkte

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

(a) $L_1 = \{0^n 1^m 0^{m+1} \mid n, m \in \mathbb{N}\},$

(b) $L_2 = \{0^{n!} \mid n \in \mathbb{N}\}.$

Hierfür dürfen Sie sich jeweils eine der folgenden drei Beweismethoden aussuchen, jedoch *nicht* dieselbe für beide Aufgabenteile.

- (i) Mit Hilfe eines angenommenen endlichen Automaten (Verwendung von Lemma 3.3 aus dem Buch oder direkt über den Automaten),
- (ii) mit Hilfe des Pumping-Lemmas, oder
- (iii) mit der Methode der Kolmogorov-Komplexität.

Bitte beachten Sie, dass bei Lösungen, die dieselbe Methode für beide Teilaufgaben verwenden, nur Teilaufgabe (a) bewertet wird.

5+5 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 3

Sei n_1, n_2, n_3, \dots eine steigende unendliche Folge von natürlichen Zahlen mit $K(n_i) \geq \lceil \log_2 n_i \rceil / 2$. Sei für $i \in \mathbb{N} - \{0\}$ die Zahl q_i die grösste Primzahl, die n_i teilt.

Zeigen Sie, dass die Menge $Q = \{q_i \mid i \in \mathbb{N} - \{0\}\}$ unendlich ist.

10 Punkte

Aufgabe 4

- (a) Geben Sie eine formale Definition der Sprachen L_{diag} und L_H an.
- (b) Zeigen Sie, dass $L_{\text{diag}} \leq_R L_H$ gilt, indem Sie explizit eine Reduktion angeben.
- (c) Erläutern Sie, wie man aus $L_H \notin \mathcal{L}_R$ schliessen kann, dass $(L_H)^c \notin \mathcal{L}_{RE}$ gilt.

2+6+2 Punkte