ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich
Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. J. Hromkovič
Prof. Dr. M. Bläser

2. Klausur
Gruppe A

Zürich, 3. Februar 2005

Aufgabe 1

Gegeben sei eine deterministische Mehrband-Turingmaschine M, die $O(n^2)$ platzbeschränkt ist. Konstruieren Sie eine deterministische Mehrband-Turingmaschine N mit $L(N) = L(M)$, die $O(c^{n^2})$ zeitbeschränkt ist für eine Konstante c. Zeigen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion, d.h. weisen Sie nach, dass tatsächlich $L(N) = L(M)$ gilt und dass N die geforderte Zeitschranke einhält. **10 Punkte**

Aufgabe 2

Das Problem SETCOVER ist wie folgt definiert:

$$\text{SETCOVER} = \{((X, \mathcal{F}), k) \mid X \text{ ist eine endliche Menge und } \mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(X), \text{ und es existiert ein } C \subseteq \mathcal{F} \text{ mit } X = \textstyle\bigcup_{S \in C} S \text{ und } |C| \leq k\},$$

wobei $\mathcal{P}(X)$ die Potenzmenge von X bezeichnet.
Konstruieren Sie einen Polynomialzeit-Verifizierer für SETCOVER. Beweisen Sie dessen Korrektheit, und analysieren Sie dessen Laufzeit. **10 Punkte**

Bitte wenden!

Aufgabe 3

MAX-CLIQUE ist folgendes Optimierungsproblem:
Gegeben die Kodierung eines Graphs $G = (V, E)$, finde eine möglichst große Teilmenge $T \subseteq V$, so dass alle Paare von Knoten $u, v \in T$ mit einer Kante in G verbunden sind, d.h. $\{u, v\} \in E$.

a) Wie sieht die Sprache L der zulässigen Eingaben, die Menge $\mathcal{M}(x)$ der zulässigen Lösungen zu einer zulässigen Eingabe $x \in L$ und die Kostenfunktion (bzw. Preisfunktion) *cost* aus. Weisen Sie nach, dass L, $\mathcal{M}$ und *cost* die Eigenschaften eines Optimierungsproblems in NPO erfüllen.

b) Zeigen Sie: MAX-CLIQUE ist NP-schwer.

c) Das Problem HITTING-SET ist wie folgt definiert:

$$\text{HITTING-SET} = \{((X, \mathcal{F}), k) \mid \begin{array}{l} X \text{ ist eine endliche Menge und } \mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(X), \text{ und} \\ \text{es existiert ein } C \subseteq X \text{ mit} \\ C \cap S \neq \emptyset \text{ für alle } S \in \mathcal{F} \text{ und } |C| \leq k.\}, \end{array}$$

wobei $\mathcal{P}(X)$ die Potenzmenge von X bezeichnet.

Zeigen Sie: SETCOVER (Definition siehe Aufgabe 2) ist polynomiell reduzierbar auf HITTING-SET.

5 + 5 + 5 Punkte

Aufgabe 4

a) Wie sieht die Sprache der zulässigen Eingaben des Traveling Salesman Problems mit Dreiecksungleichung (Δ-TSP) aus.

b) In der Vorlesung haben Sie den Approximationsalgorithmus SB für das Δ-TSP kennengelernt. Beschreiben Sie dessen Arbeitsweise.

c) Beweisen Sie, dass SB die Approximationsgüte 2 besitzt.

1 + 3 + 6 Punkte