ETH zürich
Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič,
Dr. Hans-Joachim Böckenhauer
`http://www.ita.inf.ethz.ch/theoInf18`

1. Zwischenklausur

Zürich, 6. November 2018

Aufgabe 1

Wir betrachten die Sprache

$$L = \{1x \mid x = y1 \text{ für ein } y \in \{0,1\}^* \text{ oder } x = z00 \text{ für ein } z \in \{0,1\}^*\}.$$

(a) Konstruieren Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten (in graphischer Darstellung) mit höchstens 4 Zuständen, der L akzeptiert, und beschreiben Sie informell die Idee Ihrer Konstruktion.

(b) Konstruieren Sie einen (deterministischen) endlichen Automaten (in graphischer Darstellung) mit höchstens 6 Zuständen, der L akzeptiert.

Sie dürfen hierfür entweder die Potenzmengenkonstruktion auf Ihren NEA aus Aufgabenteil (a) anwenden oder den Automaten direkt konstruieren und informell die Idee Ihrer Konstruktion beschreiben.

5+5 Punkte

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

(a) $L = \{u\#v \mid u, v \in \{0,1\}^* \text{ und } \text{Nummer}(v) = 2 \cdot \text{Nummer}(u)\}$,

(b) $L = \{0^{n^3} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Hierfür dürfen Sie sich jeweils eine der folgenden drei Beweismethoden aussuchen, jedoch *nicht* dieselbe für beide Aufgabenteile.

(i) Mit Hilfe von Lemma 3.3 aus dem Buch (oder direkt über den Automaten),

(ii) mit Hilfe des Pumping-Lemmas oder

(iii) mit der Methode der Kolmogorov-Komplexität.

Bitte beachten Sie, dass bei Lösungen, die dieselbe Methode für beide Teilaufgaben verwenden, nur Teilaufgabe (a) bewertet wird. **5+5 Punkte**

(bitte wenden)

Aufgabe 3

Sei für alle $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ die Sprache L_n definiert durch

$$L_n = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x|_1 \geq n\}\,.$$

(a) Geben Sie einen (deterministischen) endlichen Automaten (in graphischer Darstellung) für L_4 an, der höchstens 5 Zustände hat, und geben Sie für jeden Zustand q Ihres Automaten die Klasse $\mathrm{Kl}[q]$ an.

(b) Zeigen Sie, dass jeder (deterministische) endliche Automat, der L_n akzeptiert, mindestens $n+1$ Zustände hat.

4+6 Punkte

Aufgabe 4

Sei $n_1, n_2, n_3, \ldots$ eine streng monoton steigende unendliche Folge positiver natürlicher Zahlen, so dass für alle $i \in \mathbb{N} - \{0\}$ gilt, dass

$$K(n_i) \geq \lceil \log_2 n_i \rceil / 2\,.$$

Für jedes $i \in \mathbb{N} - \{0\}$ sei q_i die grösste Primzahl, die die Zahl n_i teilt.
Zeigen Sie, dass dann die Menge $Q = \{q_i \mid i \in \mathbb{N} - \{0\}\}$ unendlich ist. **10 Punkte**