ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich
Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič
Prof. Dr. Emo Welzl

2. Zwischenklausur

Zürich, 14. Dezember 2010

Aufgabe 1

Wir betrachten den nichtdeterministischen Kellerautomaten

$$M = (\{q_0\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, X, Y, Z\}, \delta, q_0, Z_0)$$

mit

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, \lambda, Z_0) &= \{(q_0, Z_0Y), (q_0, Z_0Z), (q_0, \lambda)\}, \\
\delta(q_0, a, Y) &= \{(q_0, XY)\}, \\
\delta(q_0, a, Z) &= \{(q_0, XXZ)\}, \\
\delta(q_0, b, Y) &= \{(q_0, \lambda)\}, \\
\delta(q_0, b, Z) &= \{(q_0, \lambda)\} \text{ und} \\
\delta(q_0, c, X) &= \{(q_0, \lambda)\}.
\end{aligned}$$

(a) Verwenden Sie das in der Vorlesung beschriebene Verfahren, um M in eine äquivalente kontextfreie Grammatik umzuwandeln.

(b) Beschreiben Sie die von M akzeptierte Sprache informell.

Hinweis: Beachten Sie, dass die in der Vorlesung verwendete Notation davon ausgeht, dass die Kellerspitze rechts steht. In der ersten Transition in der obenstehenden Liste wird also zum Beispiel ein Y oben auf dem Keller hinzugefügt. **6+4 Punkte**

Aufgabe 2

(a) Formulieren Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen.

(b) Beweisen Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen.

3+7 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 3

(a) Zeigen Sie, dass $(L_{\text{empty}})^{\complement} \in \mathcal{L}_{\text{RE}}$ gilt, indem Sie die Arbeitsweise einer Turingmaschine beschreiben, die $(L_{\text{empty}})^{\complement}$ akzeptiert.

(b) Geben Sie eine Reduktion an, um zu zeigen, dass $L_{\text{H}} \leq_{\text{R}} L_{\text{U}}$ gilt.

5+5 Punkte

Aufgabe 4

Wir betrachten die Sprache

$$L_{2\Sigma} = \{\text{Kod}(M)\#\text{Kod}(M') \mid L(M) \cup L(M') = \Sigma_{\text{bool}}^*\}.$$

Zeigen Sie mit Hilfe einer Reduktion, dass $L_{\text{U}} \leq_{\text{R}} L_{2\Sigma}$ gilt. **10 Punkte**