ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. J. Hromkovič
Prof. Dr. E. Welzl

1. Klausur

Zürich, 30. Oktober 2008

Aufgabe 1

Entwerfen Sie einen deterministischen endlichen Automaten für die Sprache

$$\begin{aligned} L &= \{w \in \{a,b\}^* \mid w = xaay \text{ für irgendwelche } x, y \in \{a,b\}^*\} \\ &\cup \{w \in \{a,b\}^* \mid w = zbb \text{ für irgendein } z \in \{a,b\}^*\} \end{aligned}$$

und erläutern Sie Ihren Entwurf.
Hinweis: Sie haben dabei die Wahl, wie Sie Ihren Automaten entwerfen: direkt, über einen NEA als Zwischenschritt oder über zwei (deterministische) Teilautomaten für die beiden Teilsprachen als Zwischenschritt. **10 Punkte**

Aufgabe 2

Beweisen Sie, dass die nachstehenden Sprachen nicht regulär sind.

(a) $L_a = \{w10w^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$;

(b) $L_b = \{0^n 1^{\lceil\sqrt{n}\rceil} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Sie dürfen sich jeweils eine der folgenden drei Beweismethoden aussuchen, jedoch *nicht* dieselbe für beide Aufgabenteile.

(i) mithilfe eines angenommenen endlichen Automaten (Verwendung von Lemma 3.3. oder direkt über den Automaten),

(ii) mittels des Pumping-Lemmas,

(iii) unter Verwendung von Kolmogorov-Komplexität.

Bitte beachten Sie, dass Lösungen, die dieser Vorgabe nicht entsprechen, *nicht bewertet* werden. Insbesondere wird bei zwei Lösungen mit derselben Methode nur die erste bewertet. **5+5 Punkte**

Aufgabe 3

(a) Gegeben seien die regulären Grammatiken

$$G_1 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, \{S \to aA, S \to bB, A \to aA, A \to aB, A \to a, B \to bb\}, S)$$

und

$$G_2 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, \{S \to bA, S \to B, A \to aB, A \to b, B \to aA, B \to bb\}, S).$$

Konstruieren Sie hieraus eine reguläre Grammatik für die Sprache $L(G_1)L(G_2)$, die Konkatenation der von den Grammatiken erzeugten Sprachen.

(b) Geben Sie eine reguläre Grammatik für die folgende Sprache an:

$$L_3 = \{ubbcv \mid u \in \{a, b, c\}^*, v \in \{a, b\}^*\}.$$

Beweisen Sie, dass Ihre Grammatik L_3 erzeugt.

3+7 Punkte

Aufgabe 4

Betrachten Sie für ein $k \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ alle Wörter der Länge *höchstens* k. Beweisen Sie, dass wenigstens die Hälfte davon zufällig ist, d.h. dass mindestens für die Hälfte aller Wörter w der Länge $\leq k$ gilt:

$$K(w) \geq k.$$

10 Punkte