



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič

Prof. Dr. Emo Welzl

1. Zwischenklausur

Zürich, 2. November 2010

Aufgabe 1

- (a) Konstruieren Sie einen (deterministischen) endlichen Automaten, der die Sprache

$$L = \{x \in \{0, 1\}^* \mid (2 \cdot |x|_1 + 3 \cdot |x|_0) \bmod 3 = 0 \text{ und } |x|_0 \geq 2\}$$

akzeptiert.

- (b) Geben Sie für jeden Zustand q Ihres in Aufgabenteil (a) konstruierten Automaten die Klasse $\text{Kl}[q]$ an.

6+4 Punkte

Aufgabe 2

- (a) Sei $w_n = 0^{2^{2n^3}}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Geben Sie eine möglichst gute obere Schranke für die Kolmogorov-Komplexität von w_n an, gemessen in der Länge von w_n .
- (b) Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ mehr als die Hälfte aller Wörter $x \in (\Sigma_{\text{bool}})^n$ eine Kolmogorov-Komplexität $K(x) \geq n - 1$ hat.

5+5 Punkte

Aufgabe 3

Es seien die regulären Grammatiken $G_1 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P_1, S)$ und $G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P_2, S)$ gegeben, wobei

$$P_1 = \{S \rightarrow bS, S \rightarrow aA, A \rightarrow aB, A \rightarrow b, B \rightarrow bB, B \rightarrow aS, B \rightarrow \lambda\},$$

$$P_2 = \{S \rightarrow aA, S \rightarrow bS, A \rightarrow aA, A \rightarrow bB, B \rightarrow a, B \rightarrow bC, C \rightarrow \lambda\}.$$

Sei weiter $L_1 = L(G_1)$ und $L_2 = L(G_2)$.

Konstruieren Sie aus G_1 und G_2 eine reguläre Grammatik für die Sprache $L_1 L_2 \cup L_2 \cdot \{\#\}$ und erläutern Sie kurz informell die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

10 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

(a) $L_1 = \{0^n 1^n 0^n \mid n \geq 0\}$,

(b) $L_2 = \{u1uv \mid u, v \in \{0, 1\}^*\}$.

Hierfür dürfen Sie sich jeweils eine der folgenden drei Beweismethoden aussuchen, jedoch *nicht* dieselbe für beide Aufgabenteile.

- (i) Mit Hilfe eines angenommenen endlichen Automaten (Verwendung von Lemma 3.3 aus dem Buch oder direkt über den Automaten),
- (ii) mit Hilfe des Pumping-Lemmas, oder
- (iii) mit der Methode der Kolmogorov-Komplexität.

Bitte beachten Sie, dass bei Lösungen, die dieselbe Methode für beide Teilaufgaben verwenden, nur Teilaufgabe (a) bewertet wird.

5+5 Punkte