ETH zürich
Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič
Prof. Dr. Emo Welzl
http://www.ita.inf.ethz.ch/theoInf15

1. Zwischenklausur

Zürich, 10. November 2015

Aufgabe 1

(a) Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten (in graphischer Darstellung), der die Sprache

$$L = \{w1a \mid a \in \{0,1\}, w \in \{0,1\}^*\}$$

akzeptiert.

(b) Geben Sie die Zustandsklasse $\mathrm{Kl}(q)$ für jeden Zustand q Ihres in Aufgabenteil (a) konstruierten Automaten an.

(c) Zeigen Sie, dass jeder deterministische endliche Automat, der L akzeptiert, mindestens 4 Zustände hat.

4+3+3 Punkte

Aufgabe 2

Geben Sie eine reguläre Grammatik für die Sprache

$$L = \{w \in \{0,1,2\}^* \mid |w|_0 + 2|w|_1 \bmod 3 = 1\}$$

an und erklären Sie kurz die Idee Ihrer Konstruktion. **5 Punkte**

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass mindestens die Hälfte aller Wörter in $\{0,1\}^{\leq n}$ zufällig ist. **5 Punkte**

(bitte wenden)

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

(a) $L_1 = \{0^{n \cdot \lceil \sqrt{n} \rceil} \mid n \in \mathbb{N}\}$,

(b) $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = w^R$ oder $|w|_0$ ist Quadratzahl$\}$.

Hierfür dürfen Sie sich jeweils eine der folgenden drei Beweismethoden aussuchen, jedoch *nicht* dieselbe für beide Aufgabenteile.

(i) Mit Hilfe eines angenommenen endlichen Automaten (Verwendung von Lemma 3.3 aus dem Buch oder direkt über den Automaten),

(ii) mit Hilfe des Pumping-Lemmas oder

(iii) mit der Methode der Kolmogorov-Komplexität.

Bitte beachten Sie, dass bei Lösungen, die dieselbe Methode für beide Teilaufgaben verwenden, nur Teilaufgabe (a) bewertet wird. **5+5 Punkte**

Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass $L_{\mathrm{U}} \leq_{\mathrm{EE}} L_{\mathrm{H}}$ gilt. **5 Punkte**

Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass $|[0,1]| \geq |\mathcal{P}(\{0,1\}^*)|$ gilt. **5 Punkte**