



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich  
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Departement Informatik

## Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič

Prof. Dr. Emo Welzl

## 2. Zwischenklausur

Zürich, 14. Dezember 2012

### Aufgabe 1

- (a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für die Sprache

$$L = \{a^n b^m c^k \mid m, n, k \in \mathbb{N}, n = k \text{ oder } m = k\}$$

an und begründen Sie informell die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

- (b) Verwenden Sie das in der Vorlesung vorgestellte Verfahren, um die kontextfreie Grammatik  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$  mit

$$P = \{S \rightarrow aAB, A \rightarrow aAB, A \rightarrow aB, B \rightarrow bB, B \rightarrow b\}$$

in einen äquivalenten Kellerautomaten umzuwandeln.

*Hinweis:* Wenn Sie sich genau an die Konstruktion aus der Vorlesung halten, müssen Sie nicht die Korrektheit Ihrer Lösung zeigen, weil die Korrektheit des Verfahrens bereits in der Vorlesung bewiesen wurde.

**6+4 Punkte**

### Aufgabe 2

Verwenden Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L = \{t \in \{a, b, c\}^* \mid |t|_a = |t|_b \geq |t|_c\}$$

nicht kontextfrei ist.

**10 Punkte**

### Aufgabe 3

Sei  $s: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  eine beliebige Funktion. Zeigen Sie, dass

$$\text{SPACE}(s(n)) \subseteq \bigcup_{c \in \mathbb{N}} \text{TIME}(n \cdot c^{s(n)})$$

gilt.

*Hinweis:* Beachten Sie, dass wir für  $s$  insbesondere nicht voraussetzen, dass  $s(n) \geq \log_2(n)$  gilt.

**10 Punkte**

(bitte wenden)

### Aufgabe 4

Sei die Sprache DOPPEL-CLIQUE definiert durch

$$\text{DOPPEL-CLIQUE} = \{(G, k) \mid G \text{ ist ein ungerichteter Graph, der zwei disjunkte Cliques der Grösse } k \text{ enthält}\}.$$

Zeigen Sie, dass DOPPEL-CLIQUE NP-vollständig ist.

Sie dürfen hierfür alle aus der Vorlesung oder aus den Übungen bekannten Ergebnisse zur NP-Vollständigkeit konkreter Probleme voraussetzen.

**10 Punkte**