ETH zürich
Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič
Dr. Hans-Joachim Böckenhauer

2. Zwischenklausur

Zürich, 10. Dezember 2019

Aufgabe 1

(a) Zeigen Sie, dass $L_{\mathrm{U}} \leq_{\mathrm{R}} L_{\mathrm{H}}$ gilt, indem Sie eine konkrete Reduktion angeben und ihre Korrektheit beweisen.

(b) Wir betrachten die Sprache

$$L = \{\mathrm{Kod}(M_1)\#\mathrm{Kod}(M_2)\#\mathrm{Kod}(M_3) \mid M_1, M_2, M_3 \text{ sind TM und } (L(M_1) \cup L(M_2)) \cap L(M_3) \neq \emptyset\}\,.$$

Zeigen Sie, dass $L \in \mathcal{L}_{\mathrm{RE}}$ gilt.

6+4 Punkte

Aufgabe 2

Wir betrachten die Sprache

$$L_{\leq 10} = \{\mathrm{Kod}(M) \mid M \text{ ist eine TM, die höchstens 10 Wörter akzeptiert}\}\,.$$

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

(i) $L_{\leq 10} \in \mathcal{L}_{\mathrm{R}}$.

(ii) $L_{\leq 10} \in \mathcal{L}_{\mathrm{RE}} - \mathcal{L}_{\mathrm{R}}$.

(iii) $L_{\leq 10} \notin \mathcal{L}_{\mathrm{RE}}$.

Beweisen Sie die von Ihnen als korrekt erkannte Behauptung. **10 Punkte**

(bitte wenden)

Aufgabe 3

(a) Sei E3SAT die Menge aller KNF-Formeln mit genau drei Literalen (von paarweise verschiedenen Variablen) pro Klausel, die eine erfüllende Belegung haben. Zeigen Sie, dass E3SAT NP-schwer ist.

(b) Wir nennen eine Klausel einer KNF-Formel *monoton*, wenn sie entweder keine negierten Variablen oder nur negierte Variablen enthält. Wir betrachten die Menge non-3-monotone-3SAT aller erfüllbaren KNF-Formeln, die aus Klauseln der Länge höchstens 3 bestehen und keine monotonen Klauseln der Länge genau 3 enthalten. (Monotone Klauseln der Längen 2 und 1 sind somit erlaubt).

Zeigen Sie, dass non-3-monotone-3SAT NP-vollständig ist.

Hinweis: Sie dürfen für Ihre Beweise voraussetzen, dass die in der Vorlesung oder in den Übungen betrachteten Probleme SAT, 3SAT, CLIQUE, VC, SCP, DS, MONO-SAT und SUBSET-SUM NP-schwer sind. **4+6 Punkte**

Aufgabe 4

Sei $s\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $s(n) \geq \log_2(n)$ zeit- und platzkonstruierbar.
Zeigen Sie, dass $\mathrm{NTIME}(s(n)) \subseteq \mathrm{SPACE}(s(n))$ gilt.

Hinweis: Sie dürfen voraussetzen, dass für jede zeitkonstruierbare Funktion $t\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ und für jede nichtdeterministische MTM M mit $\mathrm{Time}_M(n) \leq t(n)$ eine äquivalente nichtdeterministische MTM M' und eine Konstante $d \in \mathbb{N}$ existieren, so dass alle Berechnungen von M' auf beliebigen Eingaben der Länge n höchstens die Länge $d \cdot t(n)$ haben. **10 Punkte**