

1. $G = (U \uplus W, E) \mapsto N_G = (U \uplus W \uplus \{s, t\}, A, c, s, t)$ wobei:
 - $s \neq t$ sind zusätzliche Knoten
 - $A := \{s\} \times U \cup \{(u, w) \in U \times W \mid \{u, w\} \in E\} \cup W \times \{t\}$
 - $c \equiv 1$
2. Da der Kapazität jeder kante 1 ist kann der Fluss jeder Kante einen Wert in $[0, 1]$ annehmen. Von s aus haben wir n ausgehende Kanten und 0 eingehende Kanten.

\Rightarrow Um $\text{val}(f) = n$ zu kriegen setzen wir den Fluss jeder von s ausgehende Kante auf 1.

Nach unser definition von G hat es keine Kanten zwischen zwei knoten in U oder in W , dies gilt auch für N_G . Da s keine eingehende Kanten hat gilt nach der erhaltungssatz dass die gleiche Fluss ($\text{val}(f)$) von U weiter nach W fließt (nicht unbedingt ganzzahlig). Die Aufteilung U, W von G entspricht ein s - t -schnitt $\text{cap}(S, T) = \text{val}(f)$.

\Rightarrow Aus der Vorlesung (Satz 3.9) wissen wir dass wenn $\text{cap}(S, T) = \text{val}(f)$ gilt, ist f ein maximaler Fluss mit $\text{maxflow}(N_G) = n$
3. Aus b) wissen wir dass $\text{cap}(S, T) = \text{val}(f) = n = |U| = |W|$ aber der fluss auf die Kanten ist nicht notwendigerweise ganzzahlig. Unser ziel ist es ein Fluss f' zu konstruieren welche ganzzahlig ist. Wir setzen den Fluss alle ausgehende Kanten von s auf 1.

$\Rightarrow \text{val}(f') = n$ (da s n ausgehende Kanten hat).

Für jeder Knoten in U wählen wir ein ausgehende Kante $e = (u, w)$ $u \in U, w \in W$ und setzen sein Fluss auf 1 falls w keine eingehende Kanten besitzt mit fluss 1. Die restliche ausgehende Kanten kriegen den Fluss 0. (Diese aufteilung der Kanten geht, da G k -regulär ist) Da G bipartite ist mit $|U| = |W| = n$ haben wir genau n Kanten mit fluss 1. Wir konstruieren unser Matching M aus alle Kanten von f' mit Fluss 1.

$\Rightarrow |M| = n = \frac{|U| + |W|}{2}$

$\Rightarrow M$ ist ein perfektes Matching