(a) $P_1(u,v) := \{S \in \binom{[k]}{2} | \exists$ ein bunter u-v Pfad, welcher genau mit den Farben aus S gefärbt ist$\}$ d.h alle pfade der länge 1 die genau 2 farben aus [k] benutzen.

(b) Wir müssen unser Pfad der länge i-1 auf ein Pfad der länge i vergrössern, so dass der startknoten u und endknoten v erhalten bleibt. Dies können wir tun indem wir schauen ob es zwei benachbarten knoten aus unser pfad gibt welche nicht u oder v sind und je eine P_1 pfad haben zur gleichen Knoten nicht in unser pfad enthalten:
$\Rightarrow P_i(u,v) = \{P_{i-1}(u,v)/\{m,n\} \cup P_1(m,q) \cup P_1(n,q) | q \notin P_{i-1} \wedge q \in N_X(m) \cap N_X(n) \wedge m,n \neq u,v\}$
Unser Algorithmus lauft folgendermassen:

- Für alle benachbarten Knoten m,n welche nicht u oder v sind. ($\mathcal{O}(i-2) = \mathcal{O}(i)$)
- Finde alle Knoten q welches im Nachbarschaft von m und n ist ($\mathcal{O}(V-2) = \mathcal{O}(V)$)
- Prüfe für alle q's dass sie nicht eine farbe hat welches schon im Pfad enthalten ist ($\mathcal{O}(V \cdot i)$)
- Für alle q's welche die vorherige bedingung erfüllen, Lösche die kante $\{m,n\}$ und füge die Kanten $\{m,q\},\{q,n\}$ hinzu ($\mathcal{O}(V)$). Füge diese Pfad zur menge $P_i(u,v)$

Der Laufzeit unser Algorithmus ist: $\mathcal{O}(i+V+Vi+V) = \mathcal{O}(Vi)$

(c) Um $P_i(u,v)$ für alle $u,v \in V u \neq v$ zu berechnen müssen wir den Algorithmus aus b) auf alle $P_{i-1}(u,v)$ für alle $u,v \in V u \neq v$ pfade anwenden:
$\Rightarrow$ Die Zeitbedarf beträgt $\mathcal{O}(|P_{i-1}| \cdot V \cdot i)$

(d) Es gibt einen bunten Kreis der Länge k falls die Menge $P_{k-1}(u,v)$ und $P_1(u,v)$ nicht leer sind, da wir einen kreis der Länge k aus der vereinigung zwei elementen dieser Mengen bauen können.

(e) Wir bilden zuerst die Menge $P_1(u,v)$, falls dies leer ist brechen wir ab und es existiert kein Kreis der Länge k, sonst benutzen wir den Algorithmus aus Aufgabe b) um $P_2(u,v)$ zu berechenen aus $P_2(u,v)$ können wir $P_3(u,v)$ bilden usw. bis $P_{k-1}(u,v)$. Falls dies existiert geben wir die vereinigung einer Pfad aus $P_{k-1}(u,v)$ und $P_1(u,v)$. Da wir jede Menge bis k-1 berechnen müssen beträgt unser Laufzeit:
$\Rightarrow \mathcal{O}(|P_1(u,v)|Vi + |P_2(u,v)|Vi + ... + |P_{k-1}(u,v)|Vi) \subseteq \mathcal{O}(k \cdot |P_{k-1}(u,v)| \cdot V \cdot i)$