

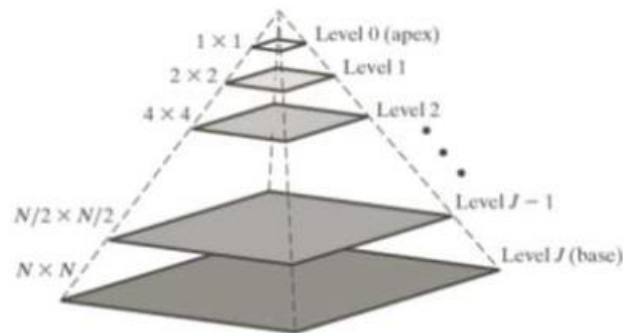
## 第四次编程作业实验报告

### 一、 实验原理

#### a) 实验一：近似金字塔和预测残差金字塔

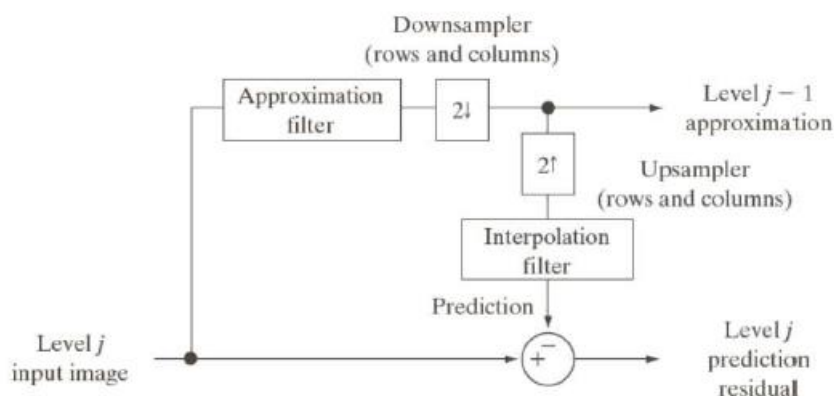
□  $P + 1$  级图像金字塔像素总数是

$$N^2 \left( 1 + \frac{1}{4^1} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{4^P} \right) \leq \frac{4}{3} N^2$$



□ 预测残差金字塔计算方式

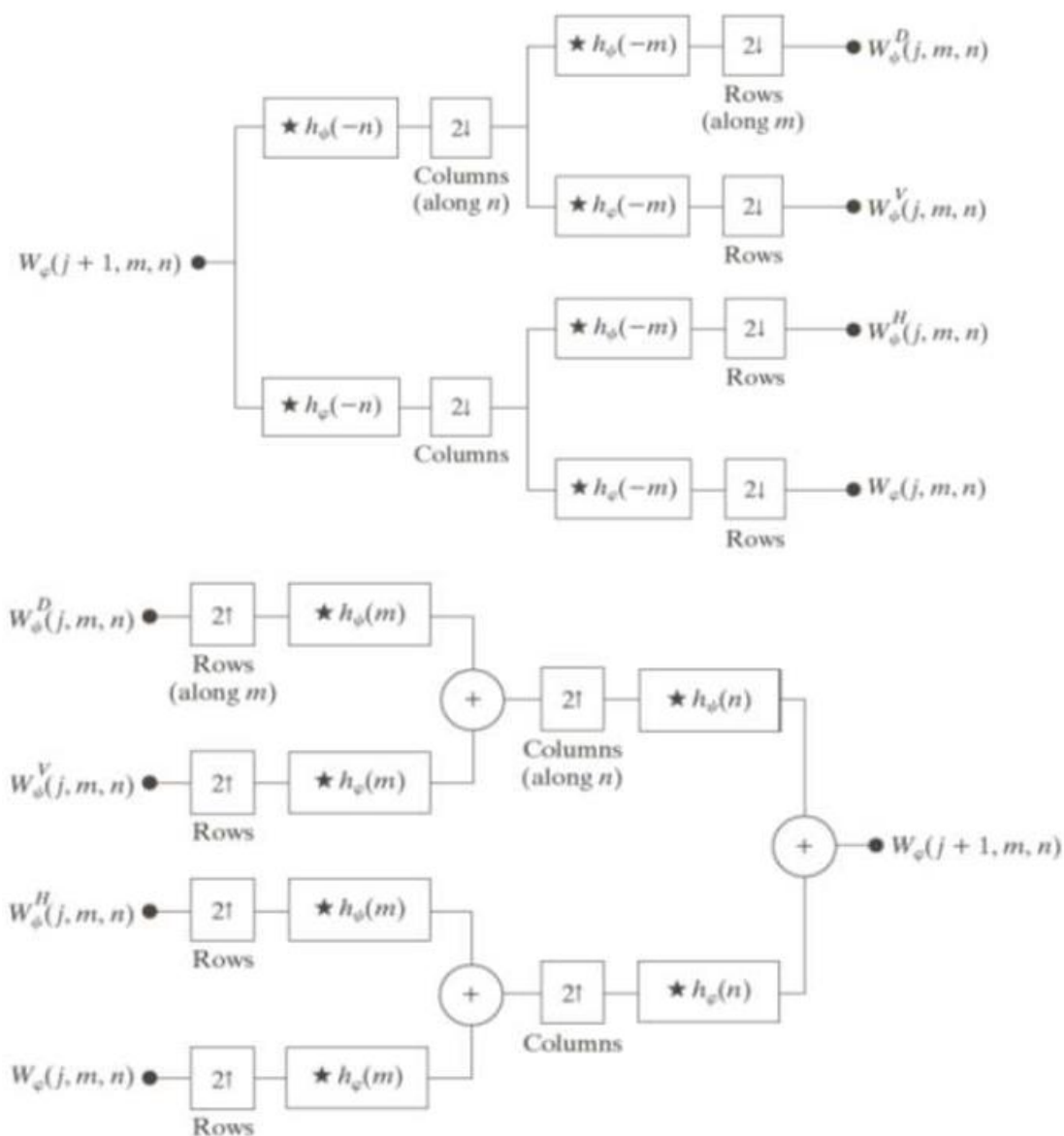
- 步骤一：计算第  $j$  级输入图像分辨率降低的近似
- 步骤二：由步骤一产生的分辨率降低的近似，创建第  $j$  级输入图像的一个估计
- 步骤三：计算步骤二的预测图像和步骤一的输入之间的差



图像经过连续的降采样（这里是图像的像素大小降低一半）得到的图像一层层从小到大排列形成金字塔的形状，就形成了图像金字塔。如果在图像降采样（即图像缩小）的过程中不进行滤波那么得到的金字塔为取样金字塔，如果进行滤波（先滤波再降采样）又可以有领域滤波得到平均金字塔，高斯滤波得到高斯金字塔等等。

b) 实验二：快速小波变换以及图像复原：

快速小波变换（英语：Fast wavelet transform）是利用数学的演算法则用来转换在时域的波形或信号变成一系列的以正交基底构成的小而有限的波、小波。本身可以很轻易地扩增维度以符合各种不同的需求，例如图像压缩、复原等。



## 二、 代码分析

a) code.m %该函数为近似金字塔与预测残差金字塔的具体实现

```
%% 近似金字塔和预测残差金字塔
im = imread('demo-1.jpg');
im = im2double(rgb2gray(im));
sigma = 1;
gausFilter = fspecial('gaussian', [5,5], sigma); %高斯滤波
im_f1 = imfilter(im, gausFilter, 'replicate');
im_f1 = DSampling(im_f1); %下采样函数
im_1 = myBilinear(im_f1);
sub_1 = im - im_1;
subplot(241); imshow(im);
subplot(242); imshow(im_f1);
subplot(245); imshow(mat2gray(sub_1));

im_f2 = imfilter(im_f1, gausFilter, 'replicate');
im_f2 = DSampling(im_f2); %下采样函数
im_2 = myBilinear(im_f2);
sub_2 = im_f1 - im_2;
subplot(243); imshow(im_f2);
subplot(246); imshow(mat2gray(sub_2));

im_f3 = imfilter(im_f2, gausFilter, 'replicate');
im_f3 = DSampling(im_f3); %下采样函数
im_3 = myBilinear(im_f3);
sub_3 = im_f2 - im_3;
subplot(244); imshow(im_f3);
subplot(247); imshow(mat2gray(sub_3));
subplot(248); imshow(mat2gray(sub_3));
```

具体方法如下：

1. 高斯滤波
2. 下采样
3. 双线性插值
4. 作差求残差

b) code2.m %该函数为快速小波变换以及图像复原的具体实现

FWT :

1. 行卷积, 列下采样
2. 列卷积, 行下采样
3. 得到四个子图: 对角线子带, 垂直子带, 水平子带, 低频子带
4. 低频子带作为输入, 进行下一级分解

```
function [w_d,w_row,w_col,w_hor] = filter_analysis(im,h0,h1)
[M,N] = size(im);
for i = 1:M
    temp0(i,:) = conv(im(i,:), h0, 'same');
    temp1(i,:) = conv(im(i,:), h1, 'same');
    for j = 1:floor(N/2)
        temp0_s(i,j) = temp0(i,2*j);
        temp1_s(i,j) = temp1(i,2*j);
    end
end %完成行卷积、列采样

for j = 1:floor(N/2)
    temp00(:,j) = conv(temp0_s(:,j), h0, 'same');
    temp01(:,j) = conv(temp0_s(:,j), h1, 'same');
    temp10(:,j) = conv(temp1_s(:,j), h0, 'same');
    temp11(:,j) = conv(temp1_s(:,j), h1, 'same');
    for i = 1 : floor(M/2)
        w_d(i,j) = temp00(i*2,j);
        w_row(i,j) = temp01(i*2,j);
        w_col(i,j) = temp10(i*2,j);
        w_hor(i,j) = temp11(2*i,j);
    end
end
end
```

IFWT :

- 1.对对角线子带, 垂直子带, 水平子带, 低频子带分别作 行上采样, 列卷积
- 2.列上采样, 行卷积, 相加
- 3.得到原图

```

function [im] = filter_reconstruct(w_d,w_row,w_col,w_hor,g0,g1)
[M,N] = size(w_d);
for j = 1: N
    for i = 1: 2*M
        if mod(i,2) == 0
            temp_d(i,j) = w_d(i/2,j);
            temp_row(i,j) = w_row(i/2,j);
            temp_col(i,j) = w_col(i/2,j);
            temp_hor(i,j) = w_hor(i/2,j);
        else
            temp_d(i,j) = 0;
            temp_row(i,j) = 0;
            temp_col(i,j) = 0;
            temp_hor(i,j) = 0;
        end
        temp_d(:,j) = conv(temp_d(:,j), g0, 'same');
        temp_row(:,j) = conv(temp_row(:,j), g1, 'same');
        temp_col(:,j) = conv(temp_col(:,j), g0, 'same');
        temp_hor(:,j) = conv(temp_hor(:,j), g1, 'same');
    end %完成 行上采样 & 列卷积

    temp1 = temp_d + temp_row;
    temp2 = temp_col + temp_hor;
    for i = 1 : 2* M
        for j = 1 : 2*N
            if mod(j,2) == 0
                temp11(i,j) = temp1(i,j/2);
                temp22(i,j) = temp2(i,j/2);
            else
                temp11(i,j) = 0;
                temp22(i,j) = 0;
            end
        end
        temp11(i,:) = conv(temp11(i,:), g0, 'same');
        temp22(i,:) = conv(temp22(i,:), g1, 'same');
    end %列上采样, 行卷积
    im = temp11 + temp22;
end

```

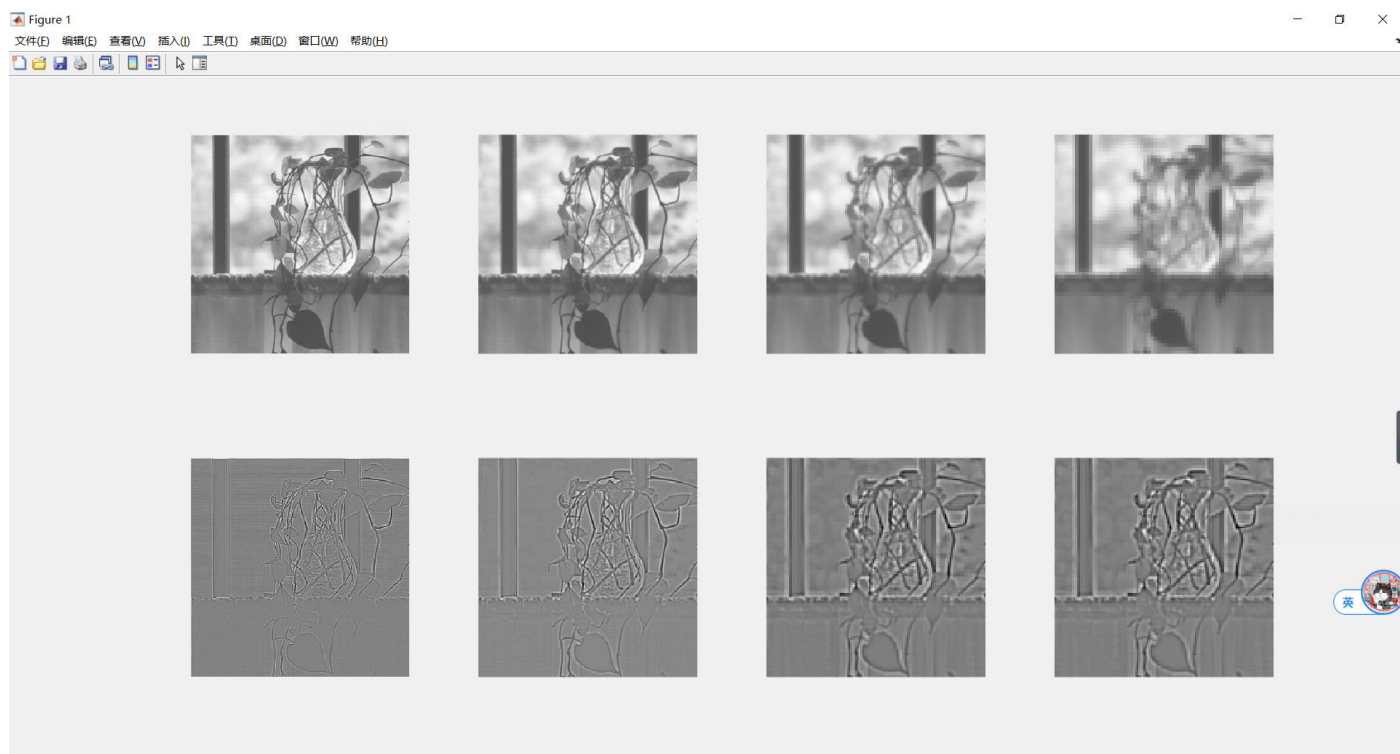
c) DSampling.m 该函数为下采样函数

d) merge.m %该函数为将四个子图合并为一个大图的具体实现，使结果更美观

e) myBilinear.m %双线性插值函数

### 三、 实验结果与分析

#### a) 实验一：

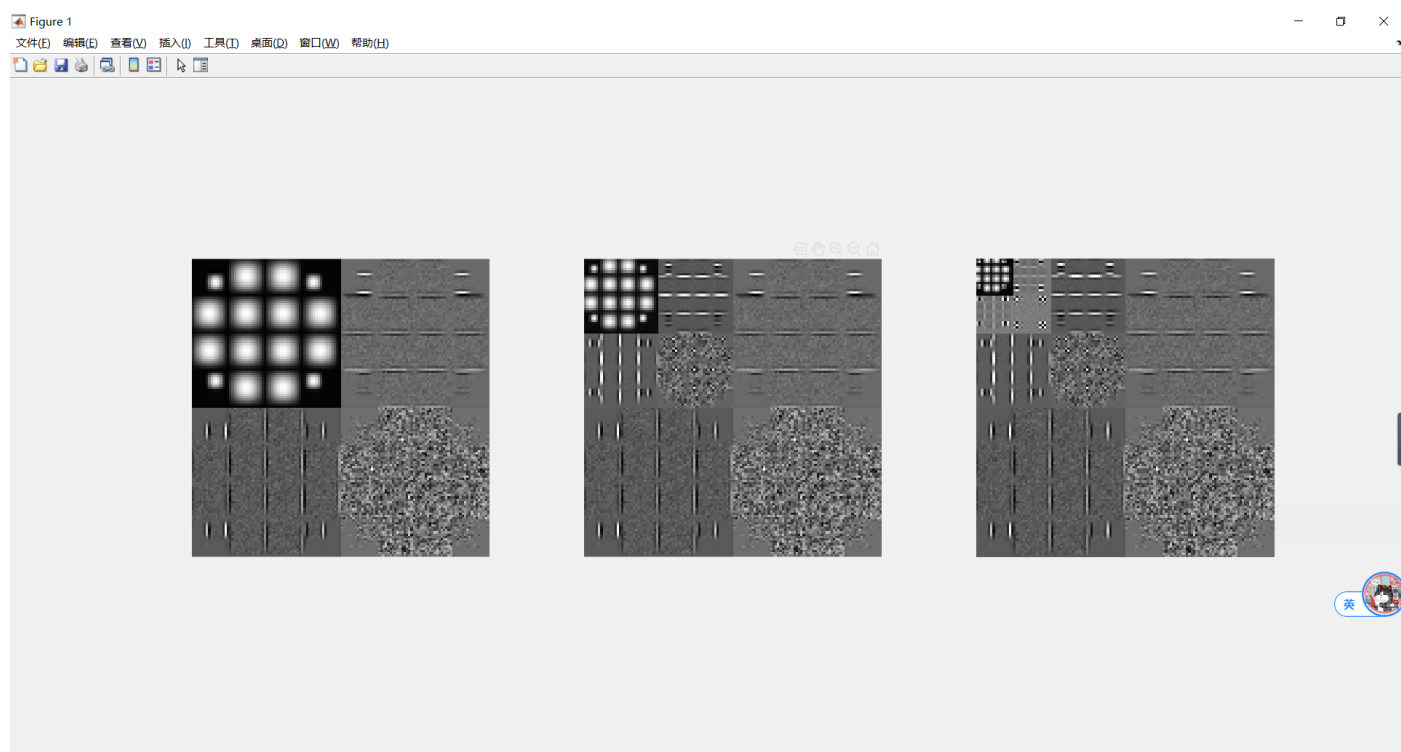


由于高频分量基本都在残差图中，残差图中存在更多的细节

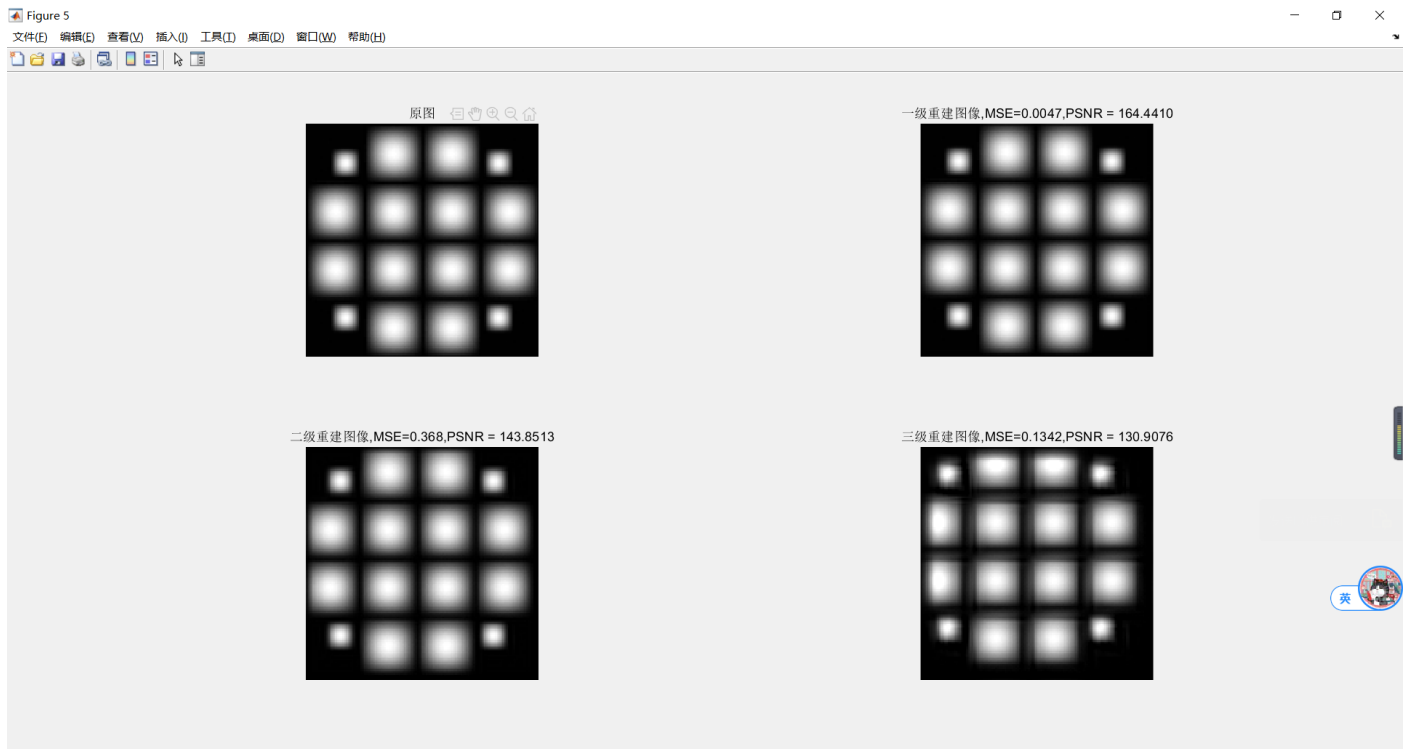
此外，残差图的量级很小，属于稀疏矩阵，可以压缩存储，从而节约空间。

#### b) 实验二：

FWT：



## IFWT:

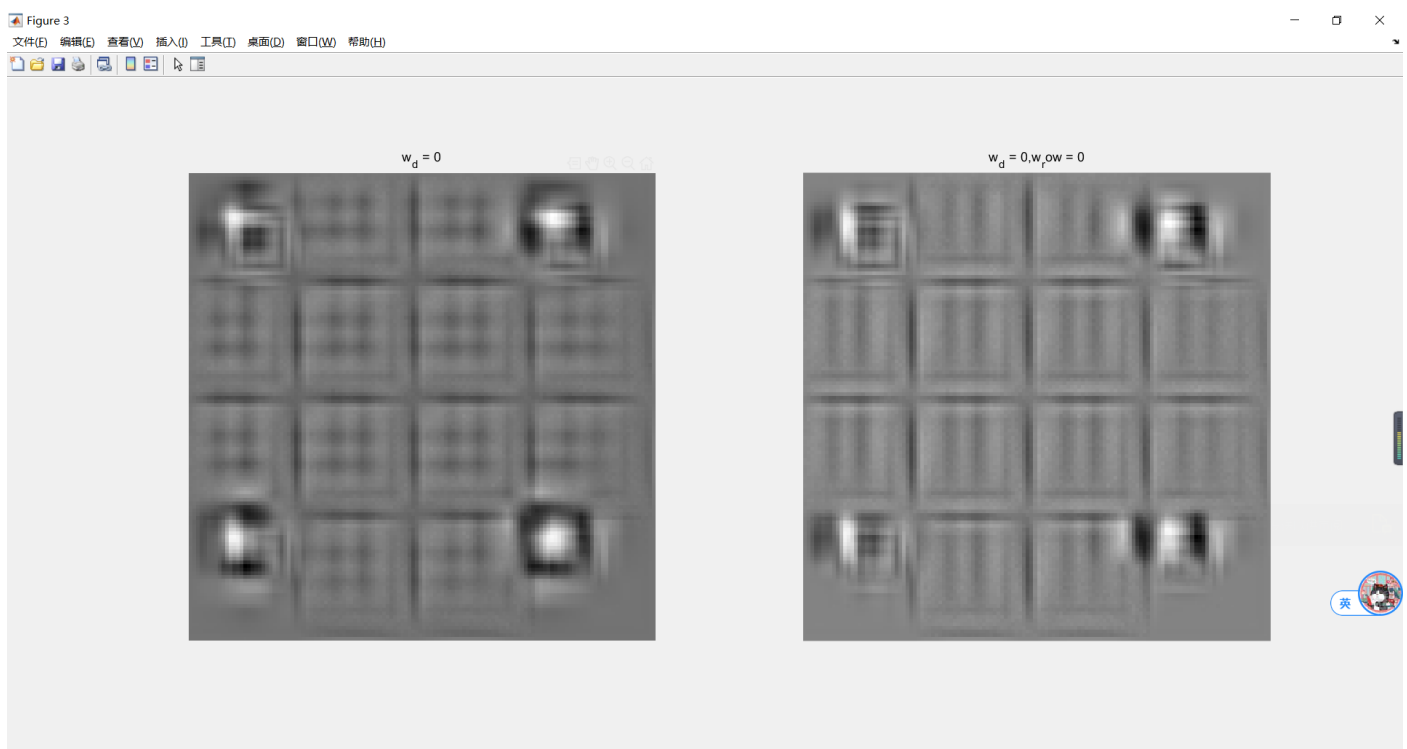


MSE = 0.0047/ 0.368/ 0.1342

PSNR = 164.4410/ 143.8515/ 130.9076

可以看出，分解级数越少，复原能力越好，PSNR 越大。反之亦然。

### c) 边缘检测:



小波变换的子带贮存了不同的信息，可以利用子带进行边缘检测；

边缘信息属于高频信息，因此，即使去除了低频子带，边缘信息仍很好的保存了下来。