

Práctica 7

Apéndice A

Figuras de Lissajous

Las curvas de Lissajous se obtienen cuando se representan gráficamente una frente a otra (una en el eje x y la otra en el eje y) dos señales de la forma:

$$x = A_x \sin(\omega_x t + \varphi_x)$$

$$y = A_y \sin(\omega_y t + \varphi_y)$$

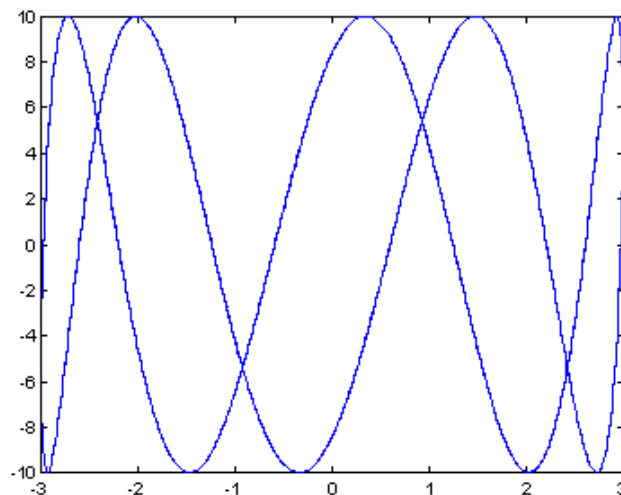
Se dice que las dos ecuaciones anteriores constituyen la representación paramétrica de dichas curvas. Variando los valores de

$$A_x, A_y, \omega_x, \omega_y, \varphi_x, \varphi_y$$

se obtienen las distintas curvas de la familia. Por ejemplo, para

$$A_x = 3, A_y = 10, \omega_x = 2 \text{ rad/s}, \omega_y = 10 \text{ rad/s}, \varphi_x = 0 \text{ rad}, \varphi_y = 1 \text{ rad}$$

se obtiene la curva de la siguiente figura:



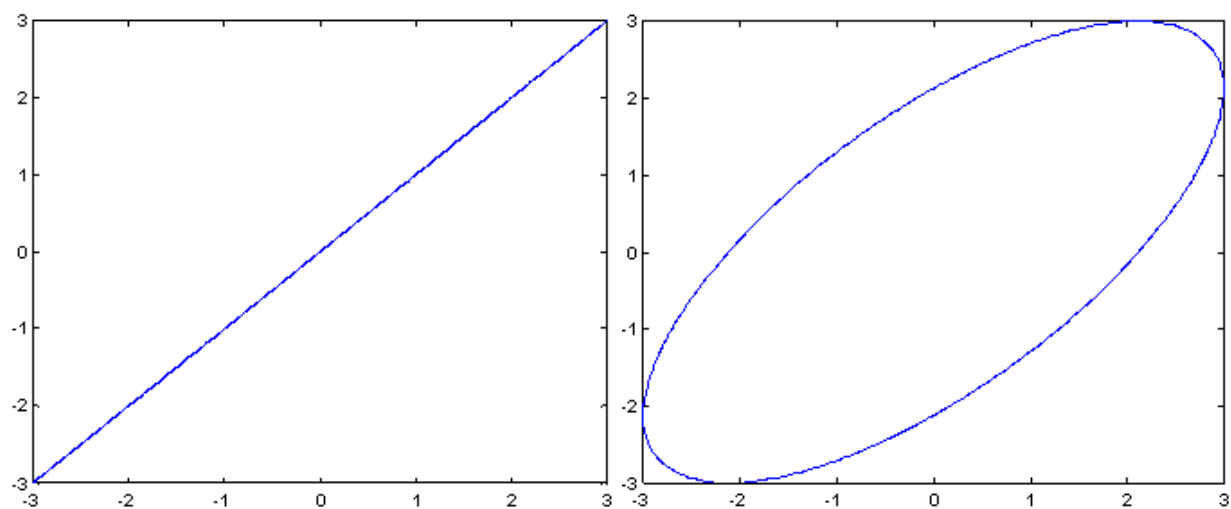
En nuestro caso, podemos considerar que la señal de entrada a la planta (x) y la señal salida (y) en régimen permanente son de la forma:

$$x = A_x \sin(\omega t)$$

$$y = A_y \sin(\omega t + \varphi)$$

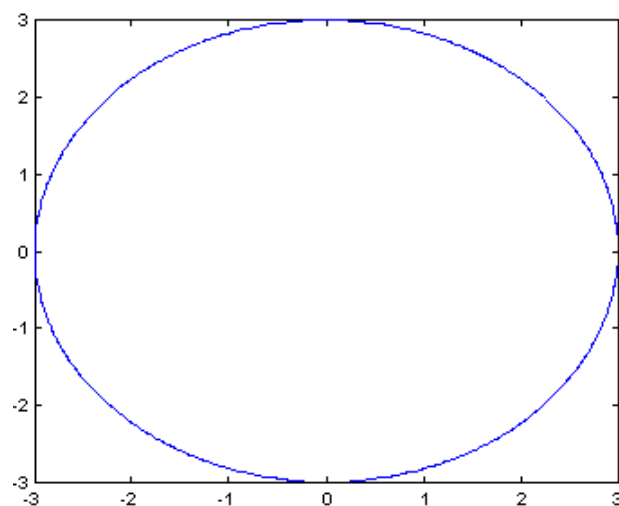
ya que la frecuencia de la señal de salida es igual a la de la señal de entrada y lo que nos

interesa es el desfase relativo entre las dos señales. En la siguiente figura se muestran, para amplitudes iguales y una frecuencia determinada, las curvas para diferentes desfases:

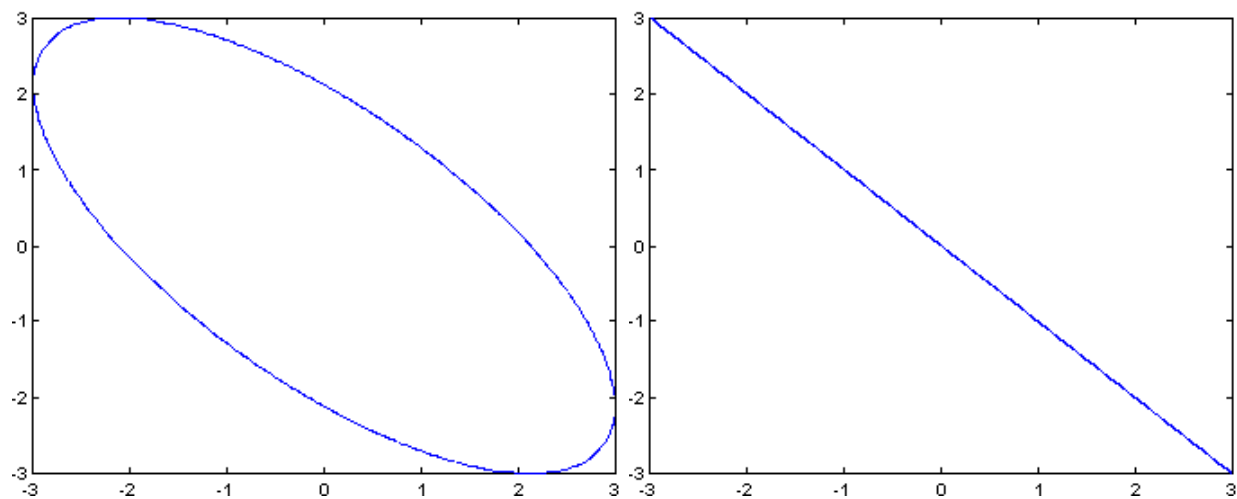


$\varphi = 0 \text{ rad}$

$\varphi = \pi / 4 \text{ rad}$



$\varphi = \pi / 2 \text{ rad}$



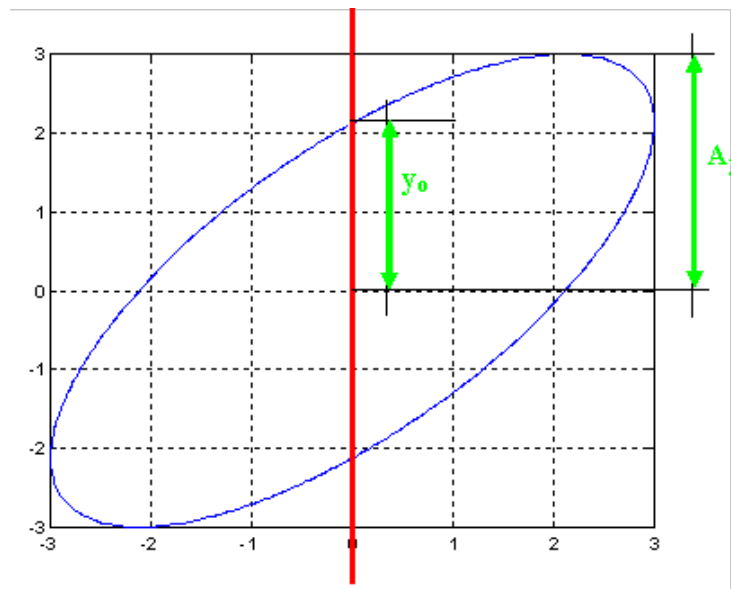
$$\varphi = 3\pi / 4 \text{ rad}$$

$$\varphi = \pi \text{ rad}$$

Estas figuras se pueden obtener directamente presentando la entrada del sistema frente a la salida bien:

- dentro del proyecto Simulink, utilizando un bloque XY Graph (perteneciente a la librería Sinks de Simulink).
- utilizando la función `plot(x,y)` si se guarda los resultados de la toma de datos en una variable en el Workspace.

El desfase es fácilmente calculable, tomando los cortes de la figura con el eje x ($y=0$) o con el eje y ($x=0$). La siguiente figura muestra cómo calcular el desfase relativo con el corte de la gráfica con el eje y. En el caso de almacenar los datos en una variable en el Workspace, una vez desechados los valores del transitorio, para obtener y_0 es suficiente con buscar los puntos de las x cuyo valor es cero y observar el valor correspondiente de la y:



$$\varphi = \arcsen (y_0 / A_y)$$

Es importante tener en cuenta que la expresión para el desfase solo da valores en el intervalo $[0,90]$ grados (no da ni el signo ni cubre el rango $[0,360]$). Por lo tanto, a la hora de calcular el desfase final para el diagrama de Bode hay que comparar si la señal de entrada adelanta o retrasa a la de salida, y hacer las correcciones necesarias.