

BAB 8: FUNGSI TRANSENDEN DAN METODE INTEGRAL PARSIAL

Metode Integral Parsial

Metode integral parsial, didasarkan pada aturan turunan untuk perkalian. Misalnya diberikan $u = u(x)$ dan $v = v(x)$ adalah fungsi yang mempunyai turunan

$$D_x(u(x).v(x)) = u(x)'v(x) + u(x)v'(x)$$

$$\Leftrightarrow u(x)v'(x) = D_x(u(x).v(x)) - u(x)'v(x)$$

Apabila kedua ruas diintegralkan, maka:

$$\begin{aligned}\int u(x)v'(x) dx &= \int D_x(u(x).v(x)) dx - \int u(x)'v(x) dx \\ &= (u(x).v(x)) - \int v(x)u(x)' dx\end{aligned}$$

Karena $v'(x)dx = \frac{dv}{dx}dx = dv$ dan $u(x)'dx = \frac{du}{dx}dx = du$, maka:

$$\begin{aligned}\int u(x)v'(x) dx &= (u(x).v(x)) - \int v(x)u(x)' dx \\ \Leftrightarrow \int u(x)dv &= (u(x).v(x)) - \int v(x) du\end{aligned}$$

Biasanya ditulis dengan:

$$\int u dv = (u.v) - \int v du$$

Contoh 6:

Tentukan:

$$\int x e^x dx$$

Misalkan $u = x \Leftrightarrow du = dx$

$$dv = e^x dx \Leftrightarrow \int dv = \int e^x dx \Leftrightarrow v = e^x$$

Maka:

$$\int x e^x dx = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C$$

BAB 8: FUNGSI TRANSENDEN DAN METODE INTEGRAL PARSIAL

Contoh 7:

Tentukan hasil dari:

$$\int x^2 \sin x \, dx$$

Dari contoh ini, diketahui bahwa penyelesaian integral parsial itu bisa lebih dari satu kali.

1. Misal $u = x^2 \Leftrightarrow du = 2x dx$

$$dv = \sin x \, dx \Leftrightarrow \int dv = \int \sin x \, dx \Leftrightarrow v = -\cos x$$

Dari sini dapat diperoleh hasil integral:

$$\begin{aligned} \int x^2 \sin x \, dx &= x^2(-\cos x) - \int -\cos x \cdot 2x \, dx \\ &= -x^2 \cdot \cos x + \int 2x \cos x \, dx \end{aligned}$$

2. Misal $u = 2x \Leftrightarrow du = 2 \, dx$

$$dv = \cos x \, dx \Leftrightarrow \int dv = \int \cos x \, dx \Leftrightarrow v = \sin x$$

$$\begin{aligned} \int x^2 \sin x \, dx &= -x^2 \cos x + \int 2x \cos x \, dx \\ &= -x^2 \cos x + \left\{ 2x \sin x - \int \sin x \cdot 2 \, dx \right\} \\ &= -x^2 \cos x + \{ 2x \sin x - 2(-\cos x) + C \} \\ &= -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C \\ &= (2 - x^2) \cos x + 2x \sin x + C \end{aligned}$$