

JOBSHEET MATEMATIKA DISKRIT

PERTEMUAN : 11

MATERI : Kombinatorial 1

TUJUAN : Mahasiswa mampu memahami tentang definisi kombinatorial dan mampu melakukan perhitungan kombinatorial matematika

A. DEFINISI KOMBINATORIAL

Kombinatorial adalah cabang ilmu matematika yang membahas pengaturan objek-objek. Solusi yang ingin kita dapatkan adalah jumlah cara pengaturan objek-objek tertentu di dalam himpunannya (Munir, 2010).

Contoh kasus yang berkaitan dengan kombinatorial:

- ▶ Berapa jumlah kombinasi kelompok yang terdiri dari 3 orang pada kelas yang terdiri dari 27 orang?
- ▶ Berapakah jumlah kata yang bisa dibentuk dari huruf-huruf yang membentuk kata MATEMATIKA?
- ▶ Berapa kombinasi nomor telepon yang dapat disediakan oleh operator seluler, yang terdiri atas 12 bilangan yang diawali nomor 0855?
- ▶ Berapa kali kode program dalam loop bersarang dieksekusi?
- ▶ Berapa jumlah identifier yang bisa digunakan dalam Bahasa Pemrograman Java?

B. PERCOBAAN (*EXPERIMENT*)

Percobaan adalah suatu proses fisik yang mempunyai sejumlah hasil percobaan (*outcomes*) yang dapat diamati.

Contoh:

- ▶ Melemparkan 2 buah dadu.
- ▶ Mengambil 4 buah kartu dari tumpukan kartu bridge.
- ▶ Mengambil bola berwarna dari kantong.
- ▶ Melemparkan 2 keping uang logam.

C. KAIDAH PENJUMLAHAN

Bila sebuah percobaan memiliki x hasil dan percobaan lain memiliki y hasil, maka berdasarkan kaidah penjumlahan, kedua percobaan tersebut akan menghasilkan $x + y$ hasil percobaan.

Contoh 1:

Terdapat 6 kelompok pengajar di Program Studi YZ yang masing-masing terdiri atas 8 anggota. Maka, berapakah jumlah kemungkinan pemilihan seorang Ketua Program Studi dari para pengajar yang ada?

Jawaban:

Jumlah kemungkinan Ketua Program Studi yang terpilih adalah:

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = \underline{48 \text{ kemungkinan}}$$

Kasus ini menggunakan kaidah penjumlahan karena tidak mungkin ada lebih dari satu pengajar yang terpilih menjadi Ketua Program Studi secara bersamaan.

Contoh 2:

Bila di dalam sebuah kelas ada 10 mahasiswa dan 12 mahasiswi, berapakah jumlah kemungkinan mahasiswa/mahasiswi yang dapat terpilih sebagai Ketua Kelas?

Jawaban:

$$\text{Jumlah : } 10 + 12 = \underline{22 \text{ kemungkinan}}$$

Karena Ketua Kelas yang akan terpilih hanya 1 orang dari mahasiswa atau mahasiswi, maka solusi dari kasus tersebut bisa diperoleh dengan menerapkan kaidah penjumlahan.

D. KAIDAH PERKALIAN

Bila sebuah percobaan memiliki x hasil dan percobaan kedua memiliki y hasil, maka berdasarkan kaidah perkalian, percobaan itu akan menghasilkan $x \times y$ hasil percobaan.

Contoh:

Operator Seluler ABC mengatur semua nomor ponsel yang bisa terbentuk dari 12 digit angka, yang diawali dengan 08556 dan diakhiri dengan 21. Maka, berapakah jumlah kombinasi nomor ponsel yang bisa terbentuk?

Jawaban:

Digit angka:	0	8	5	5	6	a	B	c	d	E	2	1
Banyaknya kemungkinan:	1	1	1	1	1	10	10	10	10	10	1	1

Jadi, dengan kaidah perkalian, dapat dihitung jumlah kombinasi nomor ponsel yang akan terbentuk, yaitu:

$$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 1 \times 1 = \underline{100.000 \text{ kombinasi}}$$

E. KOMBINATORIAL DASAR

Contoh 1:

Sebuah brankas dikunci dengan sandi yang terdiri dari 3 digit angka 1 sampai 4. Berapakah kombinasi sandi yang mungkin terbentuk?

Bila menggunakan cara enumerasi, kita bisa memperoleh kombinasi sandi, yaitu: 111, 112, 113, 114, 121, 122, 123, 124, 131, dst.

Akan tetapi, cara ini cukup sulit dan butuh ketelitian tinggi. Solusi lainnya adalah dengan menggunakan konsep kombinatorial dasar.

Kita dapat melihat sandi pada kasus tersebut sebagai 3 tempat yang masing-masing akan diisi dengan angka 1 hingga 5.

Digit angka:	a	b	c
Banyaknya kemungkinan:	5	5	5

Apabila hal itu kita hitung dengan kaidah perkalian, maka hasilnya:
Jumlah kombinasi = **Percobaan 1** x **Percobaan 2** x **Percobaan 3**
= $5 \times 5 \times 5 = \underline{125}$ kombinasi

Bila masing-masing tempat tidak boleh diisi dengan angka yang sama, maka kemungkinan jumlah angka yang bisa mengisi tiap tempat adalah:

Digit angka:	a	b	c
Banyaknya kemungkinan:	5	4	3

Apabila hal itu kita hitung dengan kaidah perkalian, maka hasilnya:
Jumlah kombinasi = **Percobaan 1** x **Percobaan 2** x **Percobaan 3**
= $5 \times 4 \times 3 = \underline{60}$ kombinasi

Perhitungan tersebut menunjukkan bahwa bila ada n objek yang berbeda, maka jumlah kombinasi susunan dari objek-objek tersebut adalah:

$$\begin{aligned}\text{Jumlah kombinasi} &= n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 1 \\ &= \mathbf{n!}\end{aligned}$$

Operasi faktorial ini adalah operasi dasar dari kombinatorial.

Contoh 2:

Berapa banyak kata yang bisa terbentuk dari huruf yang menyusun kata MATEMATIKA?

Pada kata tersebut ada beberapa huruf yang berulang, yaitu M (2 kali), A (3 kali), dan T (2 kali). Dengan demikian, total percobaan harus dibagi dengan beberapa percobaan yang memungkinkan terjadinya perulangan.

$$\text{Jumlah kombinasi} = \frac{1!}{2! \times 3! \times 2!} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 8}{2} = \underline{\underline{151.200 \text{ kombinasi}}}$$

TUGAS

1. Misalkan barang-barang di suatu pabrik diberi nomor kode yang terdiri dari 2 huruf dan 3 angka (misalnya: IH259). Maka hitunglah berapa jumlah barang yang dapat diberi kode yang berbeda, jika:
 - a. Huruf saja boleh diulangi penggunaannya.
 - b. Angka saja boleh diulangi penggunaannya.
 - c. Huruf maupun angka tidak boleh diulangi penggunaannya.
 - d. Kode harus diawali huruf "JY" dan angka boleh diulangi penggunaannya.
2. Di kelas 3D terdapat 10 mahasiswa dan 12 mahasiswi. Tentukan jumlah kemungkinan pasangan yang dapat terbentuk, jika:
 - a. Dipilih 3 perwakilan kelas yang terdiri dari 1 orang mahasiswa dan 2 orang mahasiswi.
 - b. Dipilih 1 perwakilan kelas, boleh berjenis kelamin laki-laki maupun perempuan.
 - c. Dipilih 2 perwakilan kelas, 1 laki-laki dan 1 perempuan.
 - d. Dipilih 4 orang perwakilan kelas, 2 laki-laki dan 2 perempuan, Dian dan Dani harus termasuk di antaranya.
 - e. Dipilih 4 orang perwakilan kelas, 2 laki-laki dan 2 perempuan, Dian dan Dani tidak boleh ada di antaranya.
3. Jika sebuah dadu merah dan sebuah dadu biru dilemparkan, ada berapa macam cara untuk memperoleh:
 - a. Angka 7?
 - b. Angka 5?
 - c. Angka 4 atau 7?
4. Dalam suatu kartu bridge lengkap, berapa macam cara untuk mengambil:
 - a. Sebuah As atau jantung (heart)?
 - b. Sebuah As atau King?
 - c. Sebuah kartu bernomor 2 hingga 5?