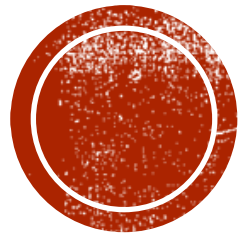


# ЯЗЫКИ ПРИКЛАДНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Лекция 14





# ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ



# ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

- **Интерполяция** – приближенное нахождение промежуточных значений по имеющемуся дискретному набору известных значений.
- Интерполяция использует значения некоторой функции, заданные в ряде точек, чтобы предсказать значения функции между ними.
- Графически задача заключается в том, чтобы построить такую интерполирующую функцию, которая бы проходила через все узлы интерполирования.



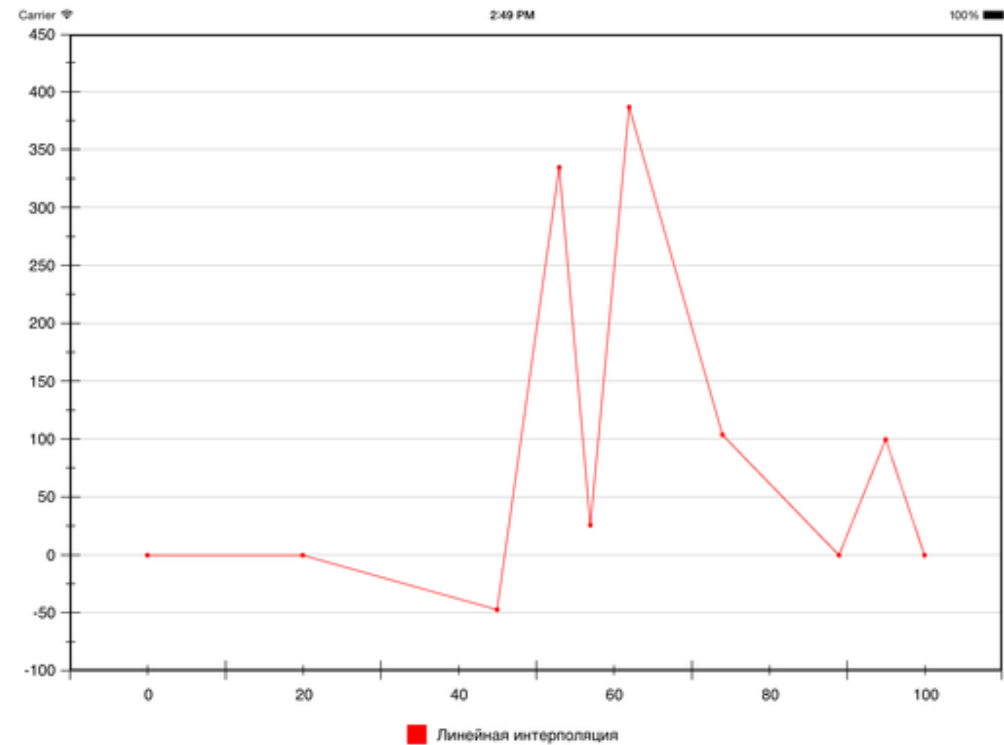
# ИНТЕРПОЛЯЦИЯ, МЕТОДЫ

- Линейная интерполяция
- Интерполяция кубическими сплайнами
- Интерполяция многочленом Лагранжа
- И другие...

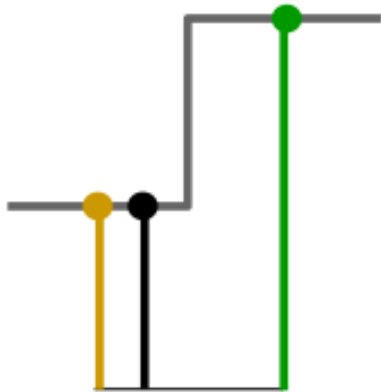


# ЛИНЕЙНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

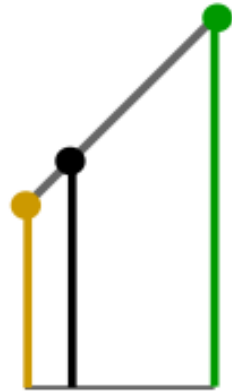
- Известные точки соединяются прямолинейными отрезками
- функцию  $y(x)$  можно приближенно представить в виде ломаной.



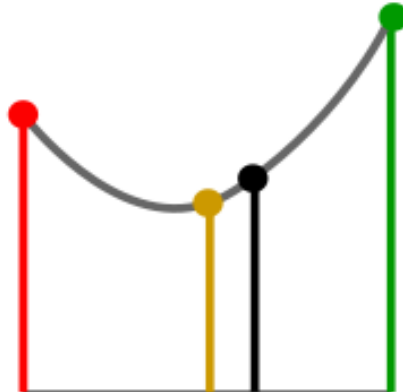
# КВАДРАТИЧНАЯ, КУБИЧЕСКАЯ...



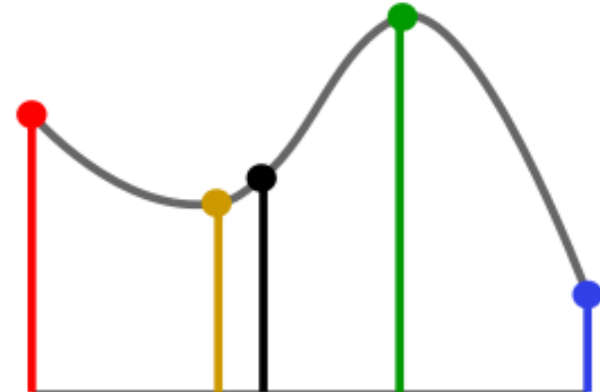
Одномерная по  
ближайшему  
соседу



Линейная



Квадратичная



Кубическая



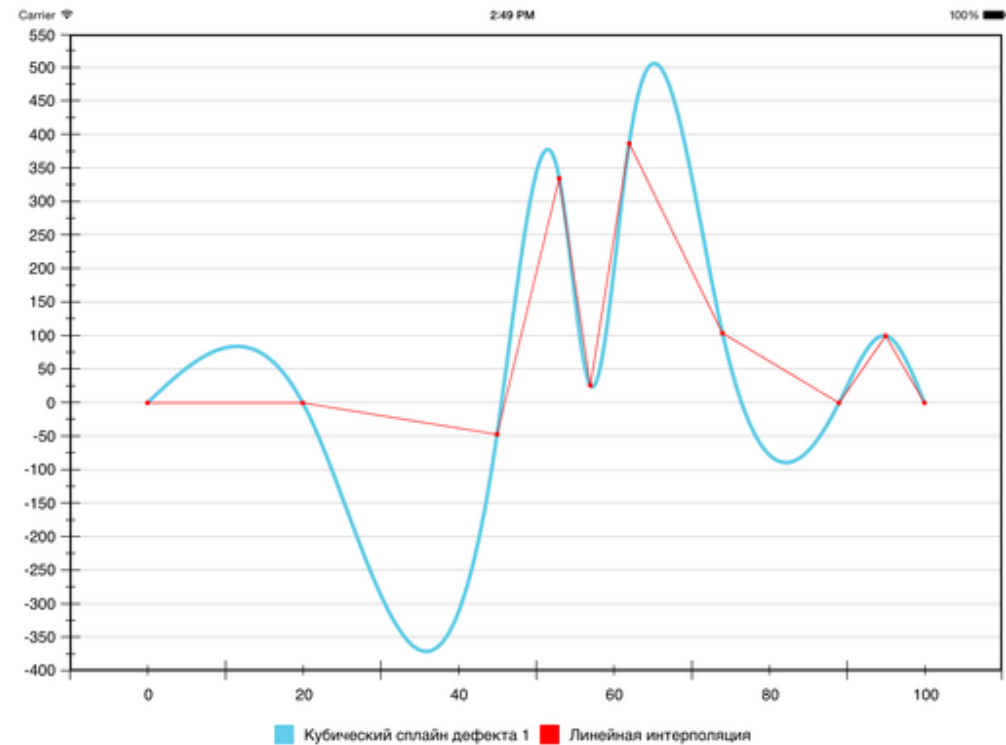
# ИНТЕРПОЛЯЦИЯ КУБИЧЕСКИМИ СПЛАЙНАМИ

- Сплайн – функция, которая вместе с несколькими производными непрерывна на всем заданном отрезке  $[a,b]$ , а на каждом частичном отрезке  $[x_i, x_{i+1}]$  в отдельности является некоторым алгебраическим многочленом.
- Степенью сплайна называется максимальная по всем частичным отрезкам степень многочленов, а дефектом сплайна - разность между степенью сплайна и порядком наивысшей непрерывной на  $[a,b]$  производной.
- Например, непрерывная ломанная является сплайном степени 1 с дефектом 1 (так как сама функция – непрерывна, а первая производная уже разрывна).



# ИНТЕРПОЛЯЦИЯ КУБИЧЕСКИМИ СПЛАЙНАМИ

- Ложные экстремумы (появились из-за слишком сильного искривления, которое было призвано обеспечить гладкость интерполяционной функции)

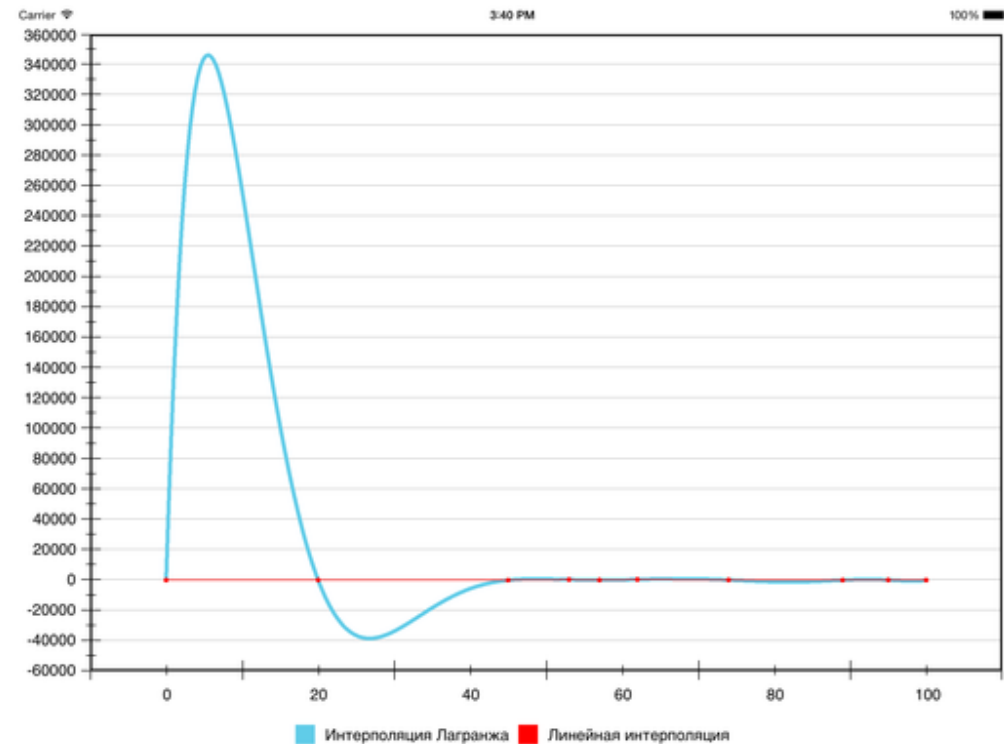




# ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ЛАГРАНДЖА

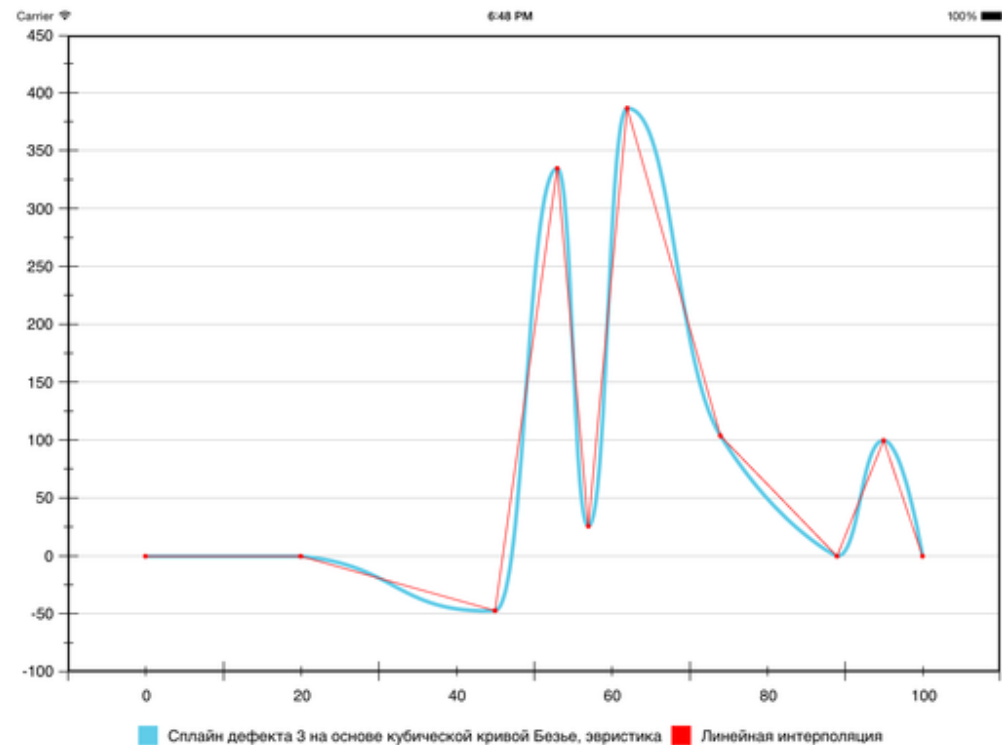
- Вся последовательность описывается одним полиномом
- Интерполяционный многочлен Лагранжа - это многочлен минимальной степени, который принимает данные значения в данном наборе точек.

$$\Phi_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

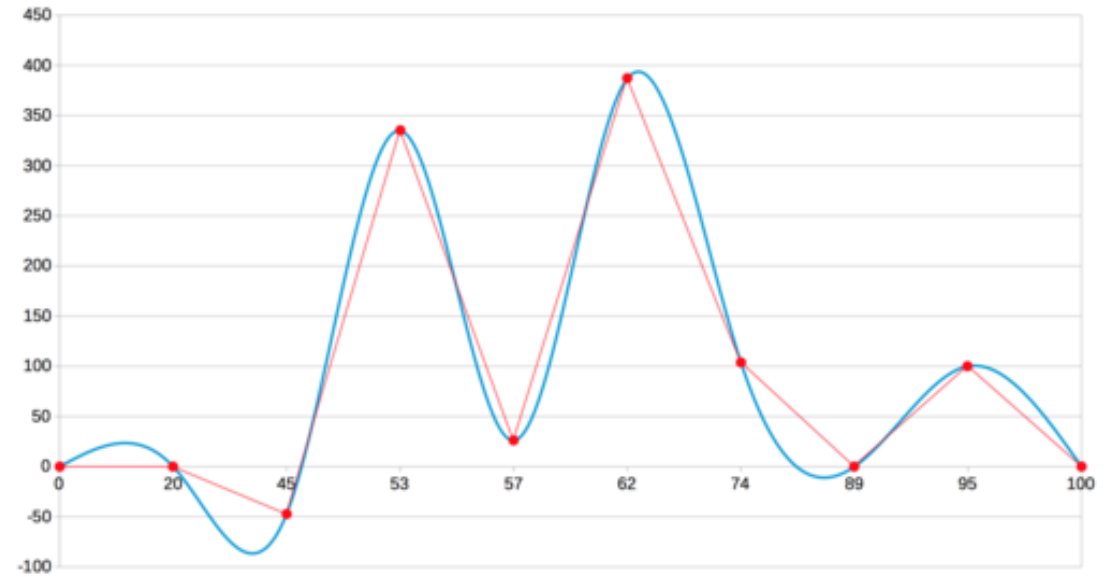
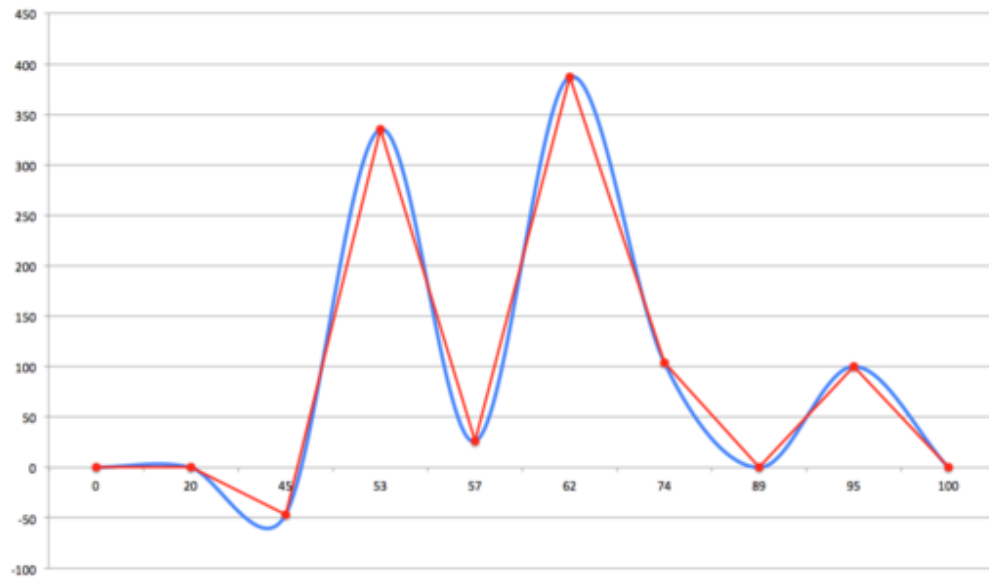


# А ЛУЧШЕ ТО МОЖНО?

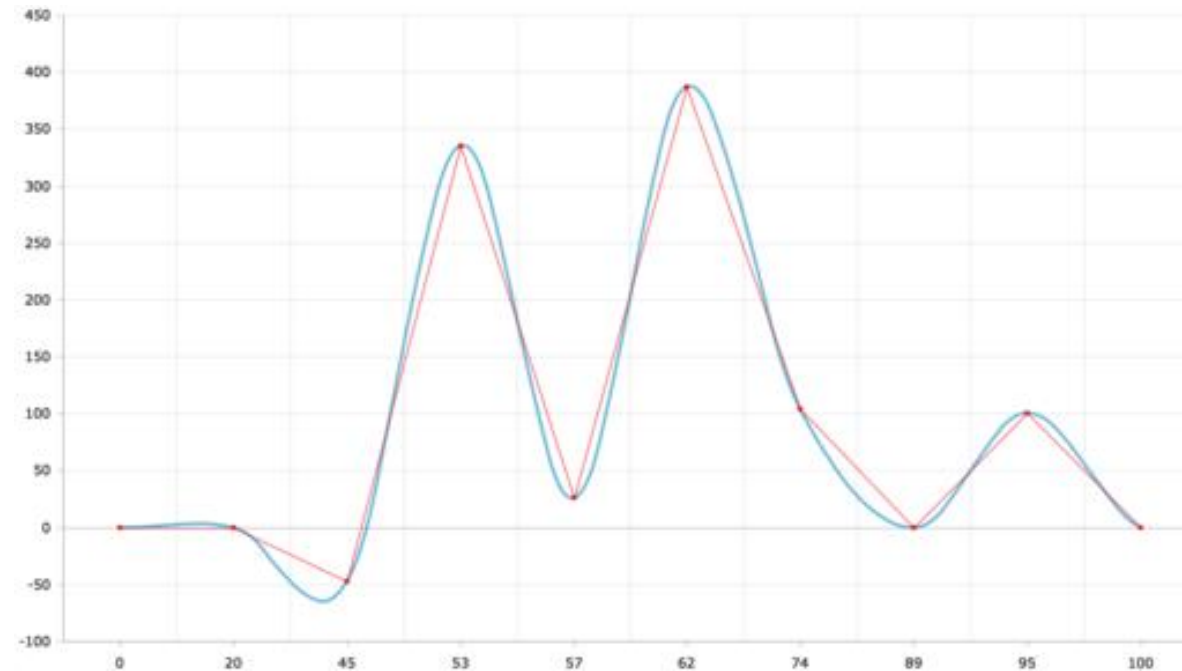
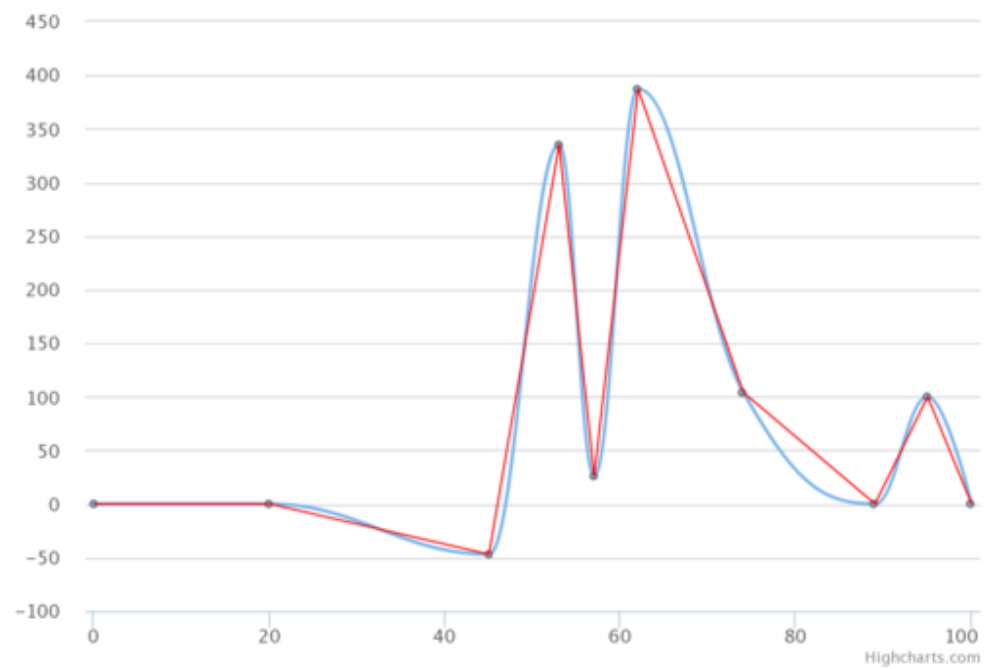
- Можно, но сложно, подробнее читайте [тут](#).
- Кратко:
  - Строим сплайны дефекта 3 на основании кривых Безье
  - Добавляем «прижимающих» эвристик



# MS EXCEL VS LIBREOFFICE CALC



# JS БИБЛИОТЕКИ



# ЧТО ИСПОЛЬЗОВАТЬ В PYTHON?

- <https://docs.scipy.org/doc/scipy/tutorial/interpolate.html>

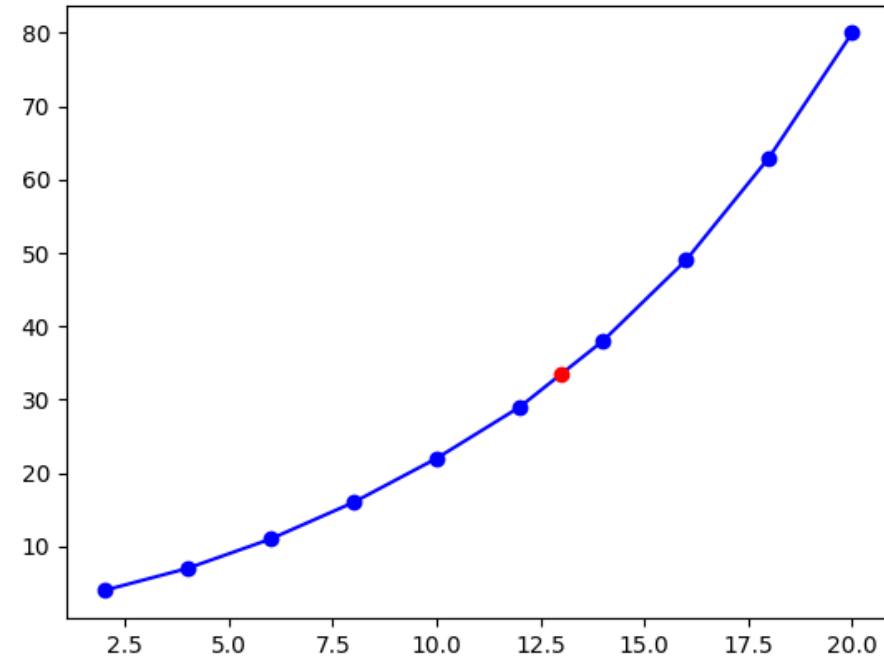
```
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.interpolate

x = [2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20]
y = [4, 7, 11, 16, 22, 29, 38, 49, 63, 80]

y_interp = scipy.interpolate.interp1d(x, y)
x_val = 13

#create plot of x vs. y
plt.plot(x, y, '-ob')

#add estimated y-value to plot
plt.plot(x_val, y_interp(x_val), 'ro')
print(y_interp(x_val))
plt.show()
```





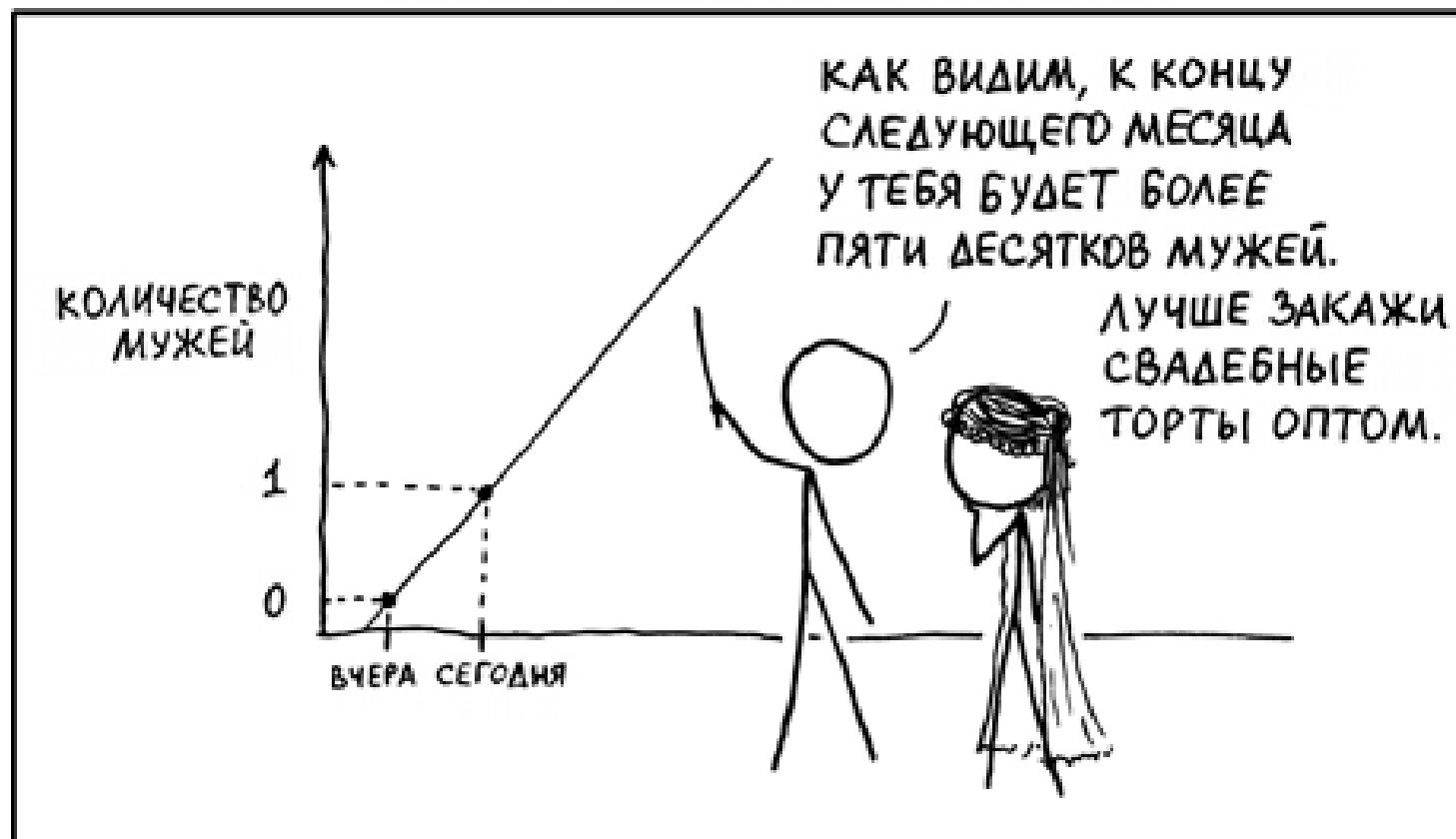
# ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ

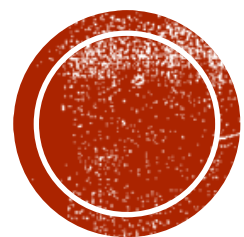
- **Экстраполяция** - приближенное нахождение последующих значений по имеющемуся дискретному набору известных значений.
- Это предсказание значений «в будущем» по имеющемуся набору данных в предположении что зависимость сохраняется.



# ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ, НЮАНСЫ

МОЁ ХОББИ: ЭКСТРАПОЛИРОВАТЬ



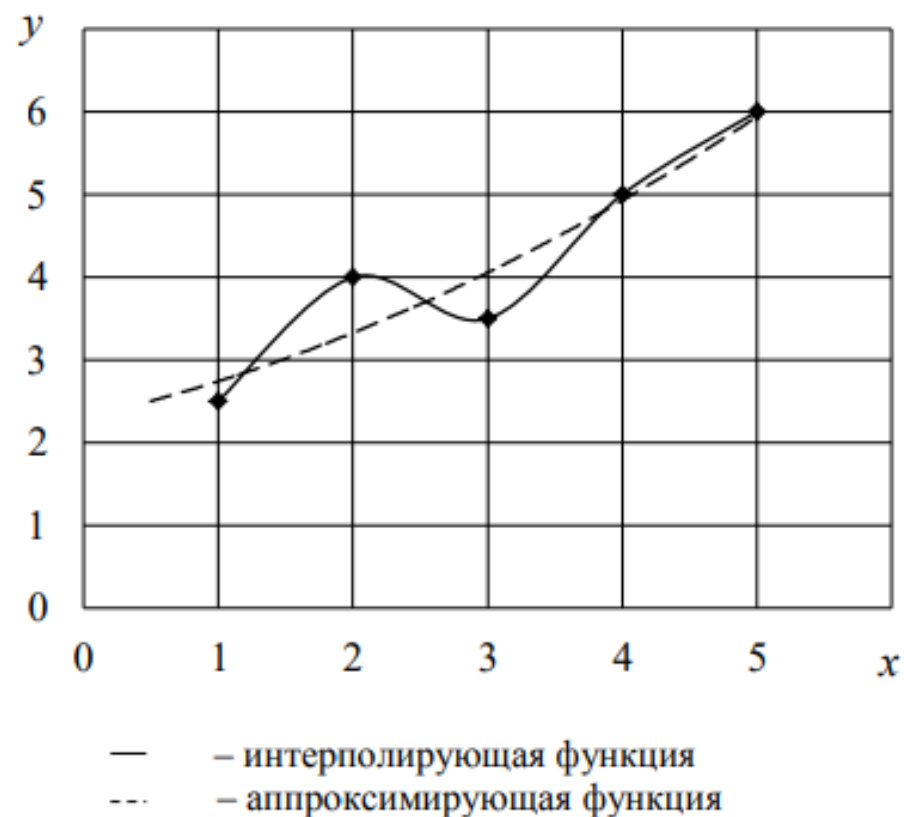


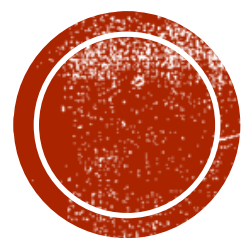
# АППРОКСИМАЦИЯ



# АППРОКСИМАЦИЯ

- **Аппроксимация** – замена одних математических объектов другими, в том или ином смысле близкими к исходным.
- способ выбрать из семейства «простых» функций приближение для «сложной» функции на отрезке, при этом ошибка не должна превышать определенного предела. Аппроксимацию используют, когда нужно получить функцию, похожую на данную, но более удобную для вычислений и манипуляций (дифференцирования, интегрирования и т.п).





РЕГРЕССИЯ

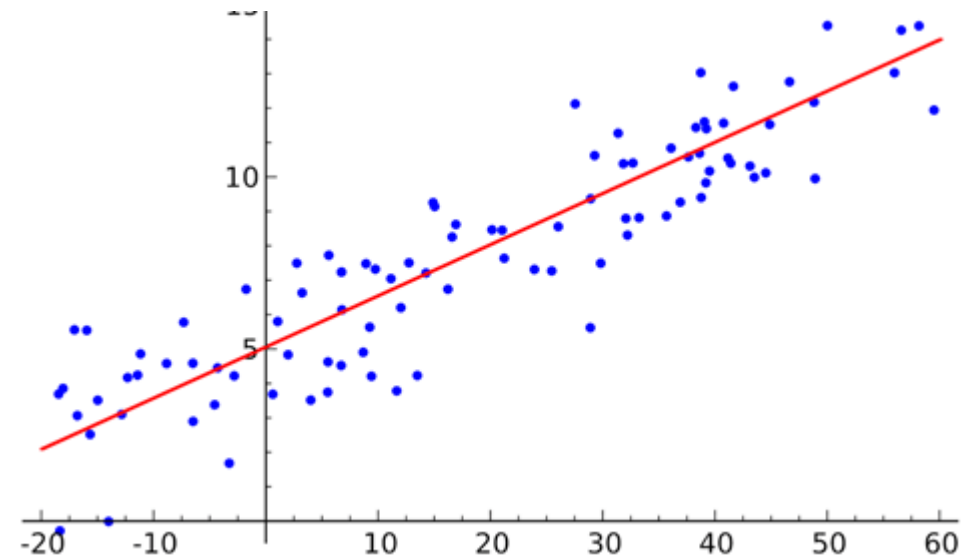


# РЕГРЕССИЯ

- Регрессия — способ выбрать из семейства функций ту, которая минимизирует функцию потерь.
- Функция потерь характеризует насколько сильно пробная функция отклоняется от значений в заданных точках.
- Если точки получены в эксперименте, они неизбежно содержат ошибку измерений, поэтому разумнее требовать, чтобы функция передавала общую тенденцию, а не точно проходила через все точки.
- В каком-то смысле регрессия — это «интерполирующая аппроксимация»: мы хотим провести кривую как можно ближе к точкам и при этом сохранить ее максимально простой чтобы уловить общую тенденцию.



# ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ



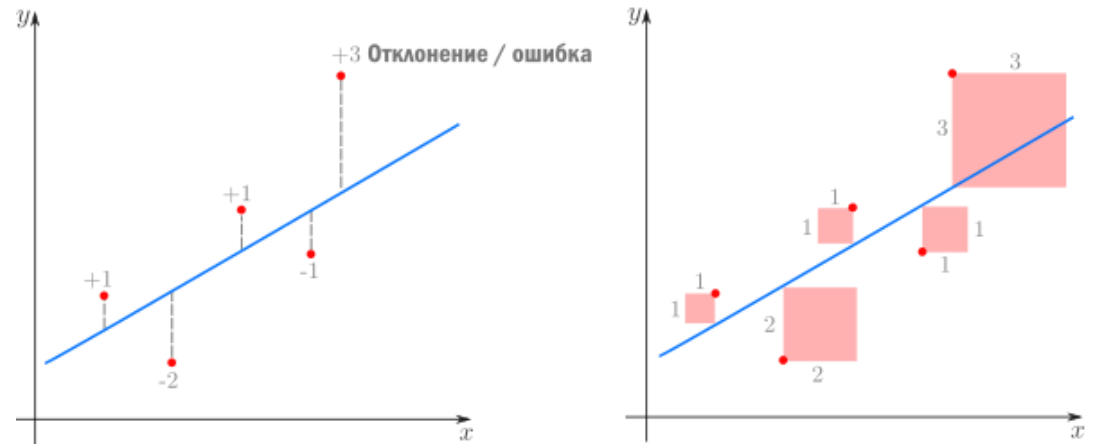
# ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ, МЕТОДЫ

- Метод наименьших квадратов
- Обобщенный метод наименьших квадратов
- Метод инструментальных переменных
- Метод максимального правдоподобия
- Метод моментов
- Обобщенный метод моментов
- Квантильная регрессия



# МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

- Критерий - сумма квадратов отклонений, подбираем прямую, которая минимизирует этот критерий.



# ЧТО ИЗУЧАТЬ?

- **Интерполяция:**

- <https://habr.com/ru/post/264191/>
- [https://help.fsight.ru/ru/mergedProjects/lib/03\\_transformations/uimodelling\\_interpolation.htm](https://help.fsight.ru/ru/mergedProjects/lib/03_transformations/uimodelling_interpolation.htm)
- [https://portal.tpu.ru/SHARED/m/MBB/uchebnaya\\_rabota/Model/Tab/Interp\\_app.pdf](https://portal.tpu.ru/SHARED/m/MBB/uchebnaya_rabota/Model/Tab/Interp_app.pdf)
- [http://aco.ifmo.ru/el\\_books/numerical\\_methods/lectures/glava3.html](http://aco.ifmo.ru/el_books/numerical_methods/lectures/glava3.html)

- **Регрессия:**

- <https://pythobyte.com/linear-regression-in-python-with-scikit-learn-bc1b4512/>
- <https://habr.com/ru/post/514818/>
- <http://statistica.ru/theory/osnovy-lineynoy-regressii/>
- <https://blog.skillfactory.ru/glossary/linejnaya-regressiya/>
- <https://neurohive.io/ru/osnovy-data-science/linejnaja-regressija/>

