Maths Lectures

Uwaga :

Poniższe slajdy są oparte na Tłumaczu Google. Więc jeśli uważasz, że napisałem coś nie tak, to zdecydowanie nie tak :P

Analiza wektorowa

- wektor to wielkość mająca :

  i)wielkość

  ii) kierunek

- można go zdefiniować w różnych układach współrzędnych

- będziemy badać współrzędne kartezjańskie

znaczenie wektorów

- odległość między dwoma punktami
- Wielkości fizyczne można łatwo wyrazić w postaci wektorów
- przemieszczenie, siła, pole elektryczne, pole magnetyczne, przyspieszenie….

Komponenty wektorowe i iloczyn wektorów

- wektory jednostkowe

❖ Iloczyn skalarny wektorów
❖ iloczyn krzyżowy wektorów
❖ potrójny produkt

★ Wyznaczniki ???

wektory w przyszłości

- rachunek wektorowy

- liniowa przestrzeń wektorowa

- Od trzech do czterech wymiarów

  wektory reprezentujące przestrzeń trójwymiarową => wektory reprezentujące czterowymiarową przestrzeń i czas

Wybór układu współrzędnych

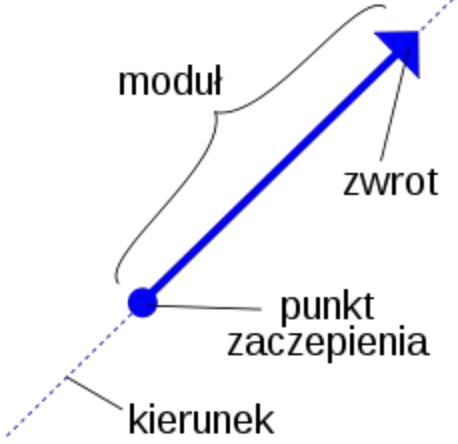
i) Wybór pochodzenia

ii) Wybór osi

iii) Wybór kierunku dodatniego dla każdej osi

iv) Wybór wektorów jednostkowych w każdym punkcie przestrzeni

wersja wektora



- wektory ułatwiają fizykę
- składowe wektorów są ważne
- wektory we współrzędnych kartezjańskich

Podstawowe własności [edytuj | edytuj kod]

W tej sekcji wykorzystywany jest układ współrzędnych kartezjańskich z wektorami bazowymi

$$\mathbf{e}_1 = (1,0,0),\ \mathbf{e}_2 = (0,1,0),\ \mathbf{e}_3 = (0,0,1),$$

przy czym przyjmuje się, że wszystkie wektory mają początek układu za wspólny punkt zaczepienia. Wektor $\mathbf{a}$ będzie zapisywany jako

$$\mathbf{a} = a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2 + a_3\mathbf{e}_3.$$

Równość [edytuj | edytuj kod]

Dwa wektory są równe, jeżeli mają równe wartości i kierunki (wraz ze zwrotami). Równoważnie będą one równe, jeśli odpowiadające współrzędne tych wektorów będą równe. Tak więc dwa wektory

$$\mathbf{a} = a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2 + a_3\mathbf{e}_3.$$

oraz

wektory są zapisywane w postaci wektorów jednostkowych

$$\mathbf{b} = b_1\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + b_3\mathbf{e}_3.$$

są równe, jeżeli

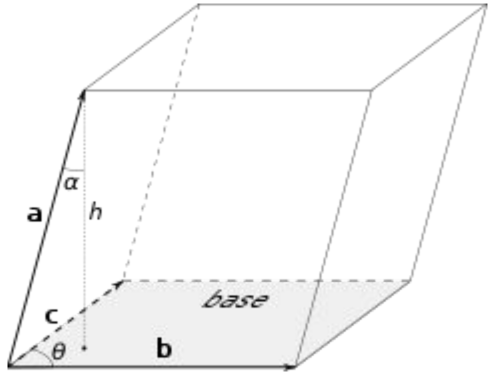
$$a_1 = b_1,\quad a_2 = b_2,\quad a_3 = b_3.$$

Triple product / **potrójny produkt**

scalar triple product
/potrójny produkt skalarny

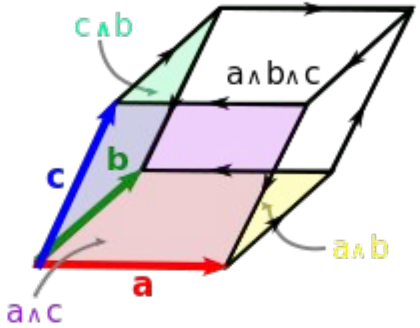
interpretacja geometryczna

Volume of parallelepiped/
objętość równoległościanu



- If the scalar triple product is equal to zero, then the three vectors **a**, **b**, and **c** are coplanar, since the parallelepiped defined by them would be flat and have no volume.

wektor potrójny produkt



Współrzędne biegunowe/Polar coordinates

- kąt dodatni jest miarą od osi x, obrócony w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara

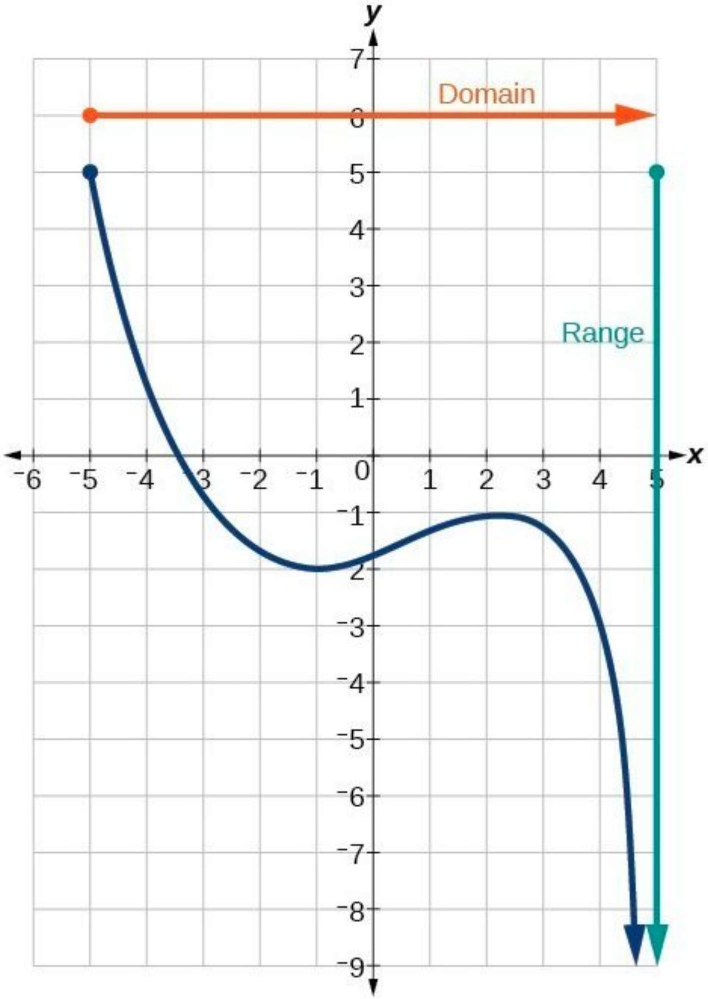
- Istnieje wiele współrzędnych pojedynczego punktu we współrzędnych biegunowych

Nieskończoność kontra niezdefiniowana

- Kiedy pracujesz z granicami, powiedzenie, że granica nie jest zdefiniowana, oznacza, że granica nie istnieje, równoważnie, granica nie jest zbieżna do liczby.

Dziedzina i zakres funkcji

- domena odnosi się do zbioru możliwych wartości wejściowych(x-axis)
- zakres to zbiór możliwych wartości wyjściowych(y-axis)
- domena i zakres są zawsze zapisywane od niższych do wyższych wartości



Korzystanie z instrumentów pochodnych

- Znajdowanie maksimów minimów funkcji

- Szereg funkcji Taylora to nieskończona suma wyrazów wyrażonych jako pochodne funkcji w jednym punkcie.

The Taylor series of a real or complex-valued function $f(x)$ that is infinitely differentiable at a real or complex number a is the power series

$$f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots,$$

where $n!$ denotes the factorial of n. In the more compact sigma notation, this can be written as

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n,$$

where $f^{(n)}(a)$ denotes the nth derivative of f evaluated at the point a. (The derivative of order zero of f is defined to be f itself and $(x-a)^0$ and $0!$ are both defined to be 1.) When $a = 0$, the series is also called a Maclaurin series.[1]

POCHODNE FUNKCJI **ZŁOŻONYCH*** (REGULA ŁAŃCUCHOWA)

$$\boxed{\text{Let } y = f(t) \text{ and } t = g(x). \text{ Then, } \frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx}\right)}$$

$(i)\ (ax+b)^m$ $(ii)\ (2x+3)^5$ $(iii)\ \sqrt{ax^2+2bx+c}$

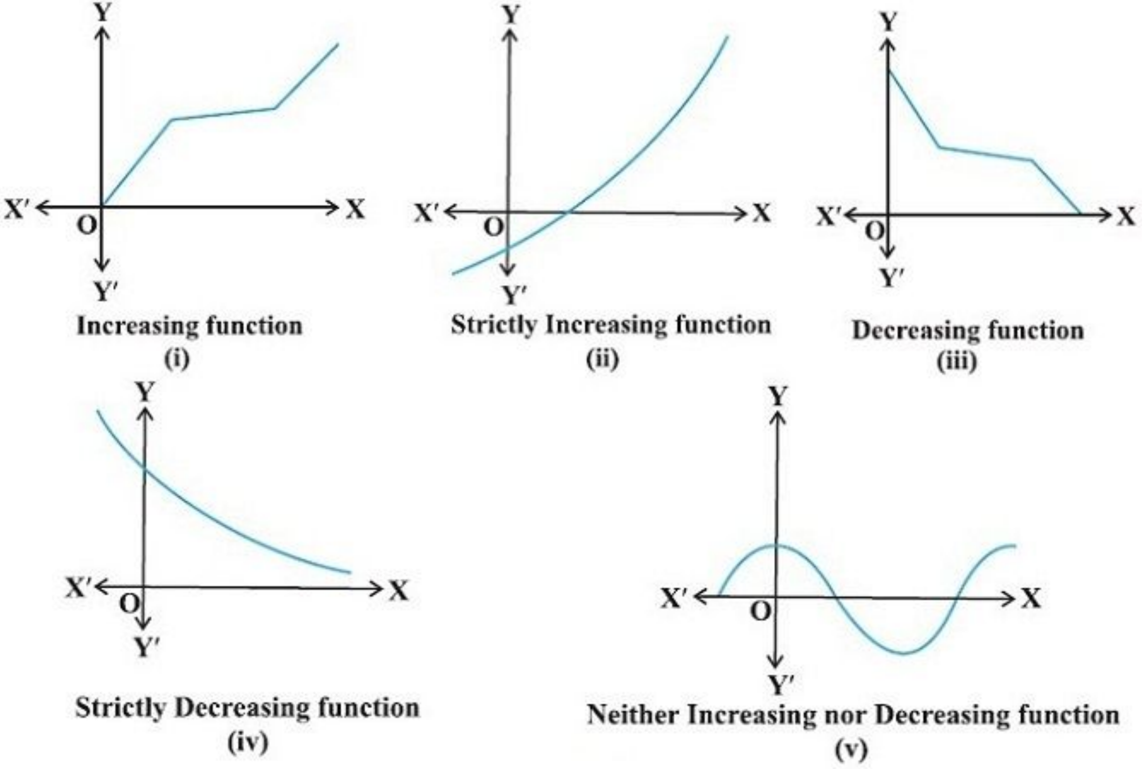
If $y = \sin\left(\sqrt{\sin x + \cos x}\right)$, *find* $\frac{dy}{dx}$

If $y = \sin(\cos x^2)$, *find* $\frac{dy}{dx}$

If $y = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, *find* $\frac{dy}{dx}$.

Differentiate $\sqrt{\frac{1-\tan x}{1+\tan x}}$ *w.r.t. x.*

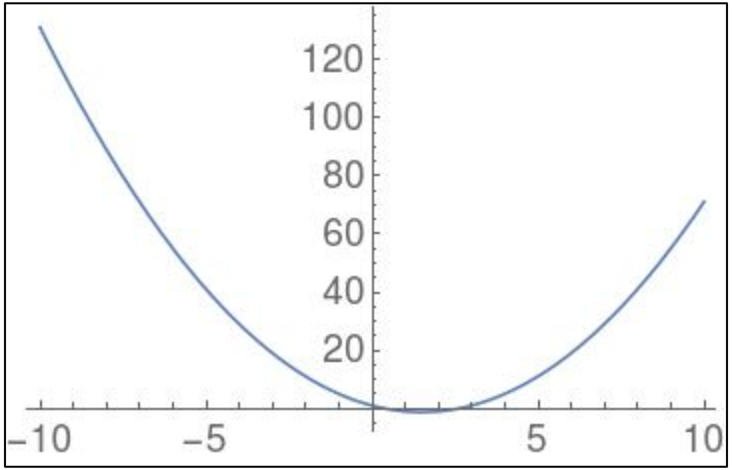
Zwiększanie i zmniejszanie funkcji



Znajdź zakres, w którym funkcja rośnie lub maleje

f(x)=x^2-3x+1

f(x)=x^3-9x^2+24x

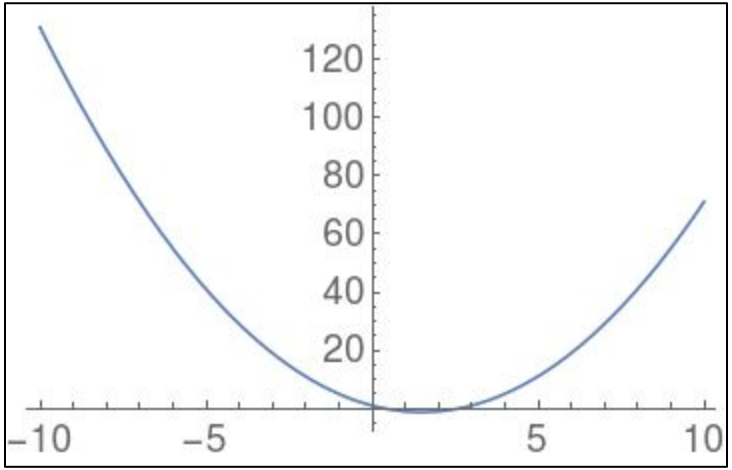


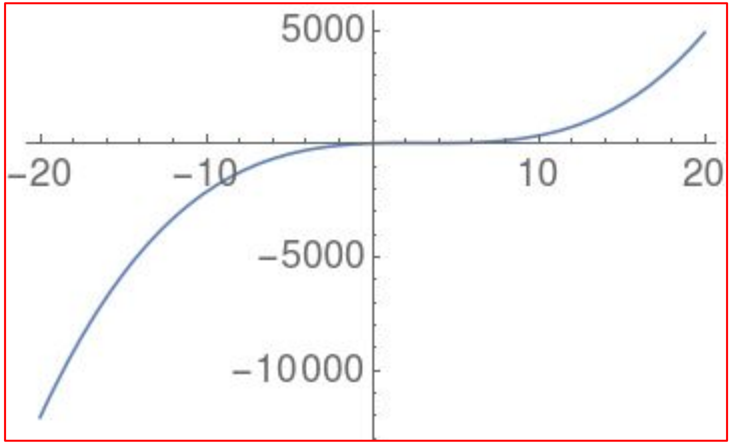
Znajdź zakres, w którym funkcja rośnie lub maleje

$f(x)=x^2-3x+1$

$f(x)=x^3-9x^2+24x$

???





Pierwszy test różniczkowy dla ekstremów lokalnych

- Jeśli pochodna funkcji zmienia znak wokół punktu krytycznego, mówi się, że funkcja ma w tym punkcie ekstremum lokalne (względne).

- Jeżeli pochodna zmienia się z dodatniej (funkcja rosnąca) na ujemną (funkcja malejąca), funkcja ma lokalne (względne) maksimum w punkcie krytycznym.

- Jeśli jednak pochodna zmienia się z ujemnej (malejąca funkcja) na dodatnią (rosnąca funkcja), funkcja ma lokalne (względne) minimum w punkcie krytycznym.

Test drugiej pochodnej dla ekstremów lokalnych

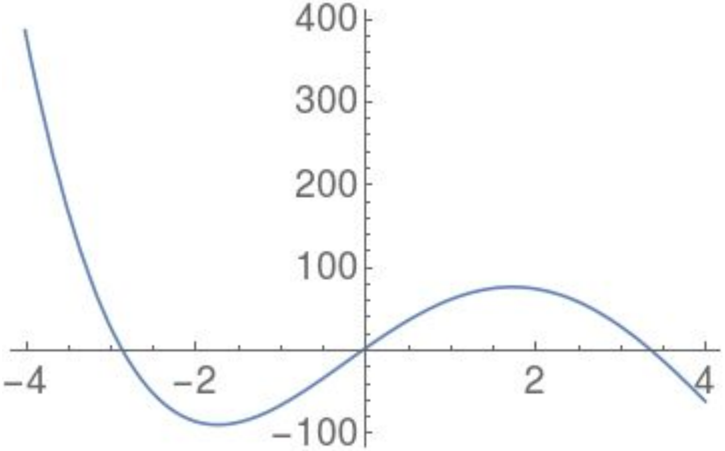
- Druga pochodna może być użyta do określenia lokalnych ekstremów funkcji w określonych warunkach.
- Jeśli funkcja ma punkt krytyczny, w którym $f'(x) = 0$ i druga pochodna jest w tym punkcie dodatnia, to f ma tutaj lokalne minimum.
- Jeśli jednak funkcja ma punkt krytyczny, w którym $f(x) = 0$, a druga pochodna jest w tym punkcie ujemna, wtedy f ma tutaj lokalne maksimum.

Znajdź interwały, w jakich zwiększa się ta funkcja.

$$f(x) = x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 72x + 1$$

Znajdź interwały, w jakich zwiększa się ta funkcja.

$$f(x) = x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 72x + 1$$



Physics Lectures

Uwaga :

Poniższe slajdy są oparte na Tłumaczu Google. Więc jeśli uważasz, że napisałem coś nie tak, to zdecydowanie nie tak :P

A river is flowing from west to east at a speed of 5 metre per minute. A man on the south bank of the river, capable of swimming at 10 metre per minute in still water, wants to swim across the river in the shortest time. He should swim in a direction.

a) due north b) 30° east of north
c) 30° west of north d) 60° east of north

A particle is moving eastwards with a velocity of 5m/s. In 10s the velocity changes to 5m/s northwards. The average acceleration in this time is [1982-3 marks]

a) zero

b) $\frac{1}{\sqrt{2}} m/s^2$ towards north-west

c) $\frac{1}{\sqrt{2}} m/s^2$ towards north -east

d) $\frac{1}{\sqrt{2}} m/s^2$ towards north-west

The co-ordinates of a particle moving in a plane are given by $x(t) = a\cos(pt)$ and $y(t) = b\sin(pt)$ where a, b ($< a$) & p are positive constants of appropriate dimensions. Then :

a) the path of the particle is an ellipse

b) the velocity & acceleration of the particle are normal to each other at $t = \pi/(2p)$

c) the acceleration of the particle is always directed towards a focus

d) the distance travelled by the particle in time interval $t = 0$ to $t = \pi/(2p)$ is a.

1. Two trains of length 150 m and 170 m respectively are running at the speed of 40 km/hr and 32 km/hr on parallel tracks in opposite directions. In what time will they cross each other?

2. Two trains 163 m and 187 m long are running on parallel tracks in the opposite directions with a speed of 47 km/hr and 43 km/hr in. How long will it take to cross each other?

Transformacja Galileusza

Mechanics describes the motion of interacting particles by means of equations governing the particle world-lines.

These equations of motion, together with the initial conditions, yield the coordinates of particles as functions of time: x(t),y(t),z(t)

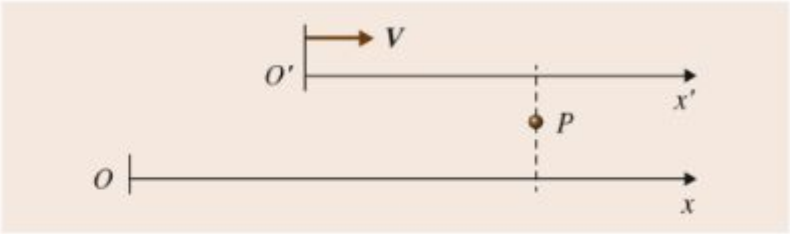


Fig. 1.1 Frames S and S' moving at the relative velocity V

To write the equations of motion we combine the laws of dynamics with the laws of the interactions. Both types of laws must have the same form in all the inertial frames.

This is the principle of relativity in mechanics, which expresses that all the inertial frames are on an equal footing.

Que.1 A passenger TP in a train moving at 20 m/s passes a man standing on a platform at t=t'=0. After 30 sec train passes him, the man on the platform observes a bird flying along the tracks in the same direction as the train is 900 m away. What are the coordinate of the bird as determined by the passenger TP.

Que.2 A sample of radioactive material, at rest in the laboratory, ejects two electrons in opposite directions. One electron has a speed of 0.6 c and other has a speed of 0.7c, as observed by a laboratory observer. According classical velocity transformations find the speed of one electron as measured by other.

speed of light in vacuum, commonly denoted c,

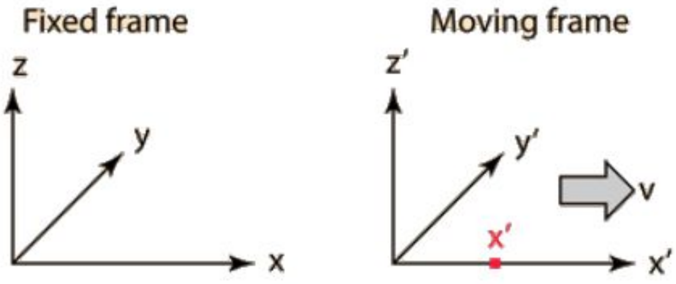
Que.3 TLK express has velocity (6i-7j+8k) m/s relative to IC express moving with velocity (3i-4j) m/s relative to an observer on the ground. Calculate the velocity of TLK express relative to observer on ground.

Newton's principle of relativity and Galilean transformation

The principle of relativity was first stated by Galileo Galilei in 1632, and later by Newton in one of his corollaries to the laws of motion:

- *"The motions of bodies included in a given space are the same among themselves, whether that space is at rest or moves uniformly forward in a straight line."*

At the time of Newton the relation of the coordinates between two systems in motion with relative velocity v, was defined by the Galilean transformation of motion:



$$\begin{aligned} x' &= x - v\,t \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \mathbf{r}' &= \mathbf{r} - \mathbf{v}t \\ t' &= t \end{aligned}$$

with $\mathbf{r} = (x, \quad y, \quad z)$.

wolny schemat ciała????

Problem 1: A block sits on a horizontal, frictionless table. A force of 100 N pushes horizontally on the block, to the right.

(a) Draw a free-body diagram for the block. What are the x- and y-components of the net force?

(b) If the block accelerates with $\vec{a} = 2.5\,\hat{x}$ m/s^2, what is the mass of the block?

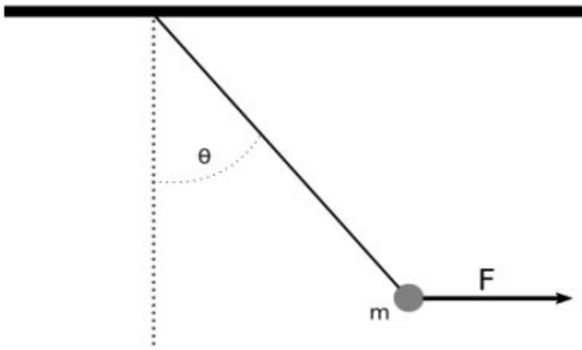
(c) The force is now removed and the table is slanted. At what angle θ must the table be inclined for the block to have the same acceleration as in part (b)?

Problem 2: A 5000 kg spaceship floats at rest in deep space, far away from any other object. The ship's computer suddenly malfunctions, causing three of the ship's thrusters to randomly fire. The thrusters push with the following forces:

$$\vec{F}_1 = (5500\,\hat{x} + 1200\,\hat{y})\,\mathrm{N},$$
$$\vec{F}_2 = (-3300\,\hat{x} - 2600\,\hat{y})\,\mathrm{N},$$
$$\vec{F}_3 = (-2000\,\hat{x} + 4000\,\hat{y})\,\mathrm{N}.$$

It takes the astronaut on board 90 s to fix the computer malfunction. What is the magnitude of the ship's displacement when the computer is fixed?

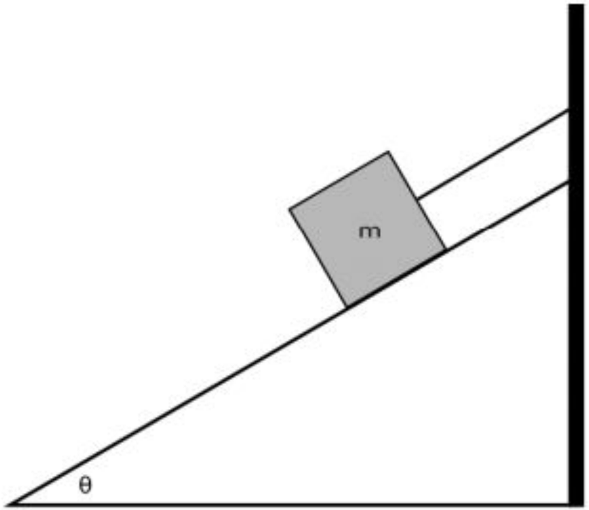
Problem 3 A ball of mass $m = 3.0$ kg hangs from a massless string. A force $F = 45$ N pushes on the ball horizontally, such that the ball hangs motionless as in the figure below:



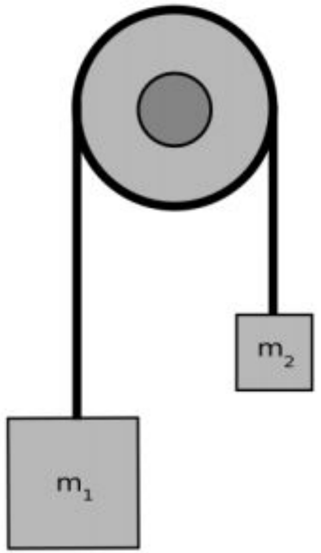
(a) Find the tension in the string.

(b) What is the angle θ?

Problem 4 A block, weighing 600 N, sits tied to a wall on a frictionless incline. The rope tying the block to the wall can support a maximum tension $T_{\max} = 400$ N before it snaps. What is the maximum allowed angle of inclination, θ, before the string breaks? Assume that the tension is parallel to the incline.



Problem 5 The Atwood machine (pictured below) is a useful tool for comparing the masses of two objects; two objects hang from a massless string around a massless, frictionless pulley, and are released from rest. When $m_1 = m_2$, the system remains at rest. When the masses are unbalanced, the system accelerates. Assume for this problem that $m_1 = 12$ kg and $m_2 = 5$ kg.

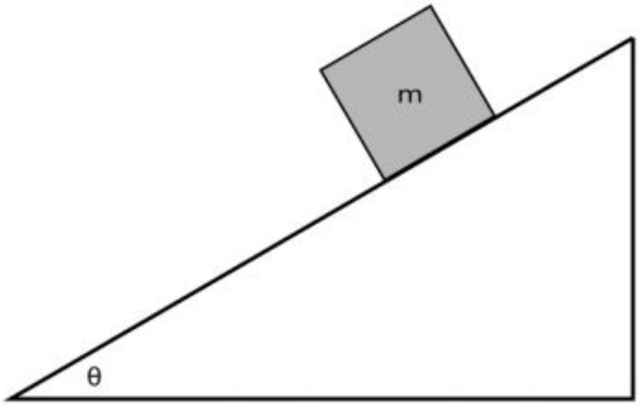


(a) Draw a free-body diagram for each mass, and write the net force equations for each.

(b) Find the acceleration of the system. What direction does each mass accelerate?

(c) What is the tension in the string connecting the two masses?

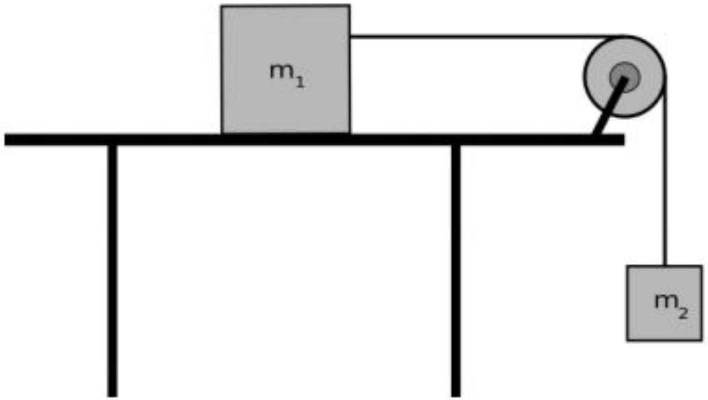
Problem 6: A cereal box of mass m rests on an incline, $\theta = 30°$. The coefficients of static and kinetic friction between the cereal box and incline are $\mu_s = 0.55$ and $\mu_k = 0.3$, respectively.



(a) What amount of cereal (i.e. what mass m of the box) will cause the box to slip down the incline? Will it ever slip on its own? Explain your answer.

(b) The box has now been pushed and is sliding down the ramp. If the box has a mass $m = 50$ kg (lots of cereal!), what is its acceleration down the incline?

Problem 7 Two masses, $m_1 = 7$ kg and $m_2 = 13$ kg, are tied together by a massless rope run over a massless, frictionless pulley. Mass m_1 sits on a rough, horizontal table surface (not frictionless!). Both masses are released from rest. If mass m_2 falls a distance of 1.5 m in 0.7 s, what is the coefficient of friction between m_1 and the table? Is it static or kinetic?

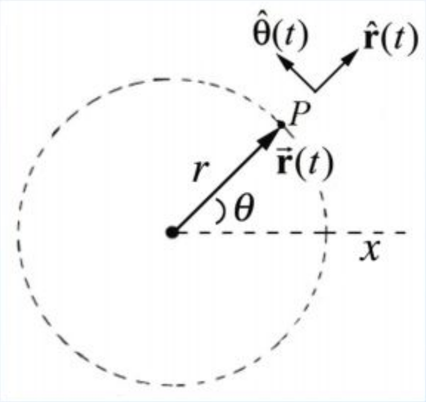


kinematyka
w ruchu
kołowym

wybierz dobry układ współrzędnych

Polar Coordinate System

Coordinates (r, θ)

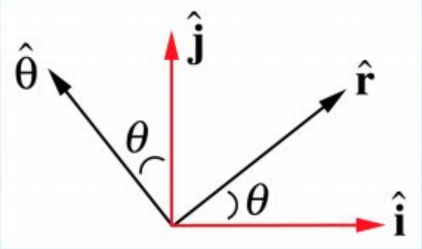


Unit vectors $(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\boldsymbol{\theta}})$

Relation to Cartesian Coordinates

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \hat{\mathbf{r}} = \cos\theta\,\hat{\mathbf{i}} + \sin\theta\,\hat{\mathbf{j}}$$

$$\theta = \tan^{-1}(y/x) \qquad \hat{\boldsymbol{\theta}} = -\sin\theta\,\hat{\mathbf{i}} + \cos\theta\,\hat{\mathbf{j}}$$



łańcuchowa zasada różnicowania

Chain Rule of Differentiation

Recall that when taking derivatives of a differentiable function $f = f(\theta)$ whose argument is also a differentiable function $\theta = g(t)$ then $f = f(g(t)) = h(t)$ is a differentiable function of *t* and

$$\frac{df}{dt} = \frac{df}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}$$

Examples:

$$\frac{d}{dt}\cos\theta(t) = -\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\sin\theta(t) = \cos\theta\frac{d\theta}{dt}$$

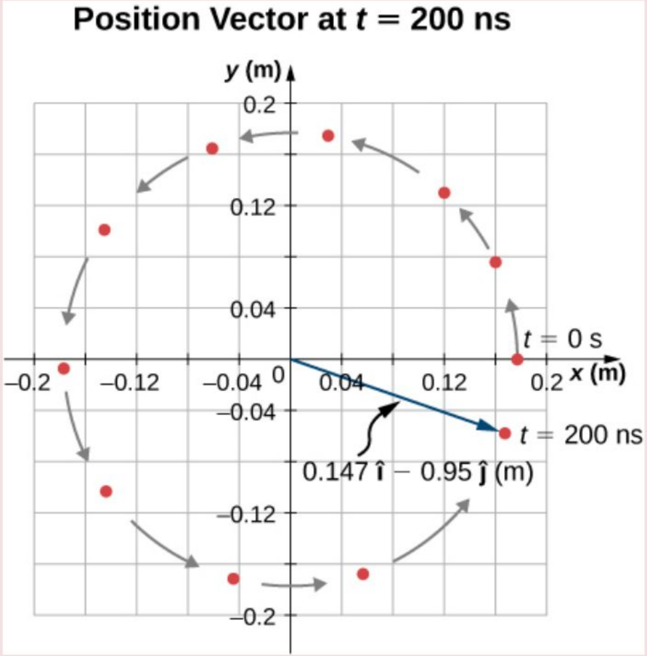
Circular Motion of a Proton

A proton has speed $5 \times 10^6\,\mathrm{m/s}$ and is moving in a circle in the *xy* plane of radius $r = 0.175$ m. What is its position in the *xy* plane at time $t = 2.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{s} = 200\,\mathrm{ns}$? At $t = 0$, the position of the proton is $0.175\,\mathrm{m}\,\hat{\imath}$ and it circles counterclockwise. Sketch the trajectory.

Circular Motion of a Proton

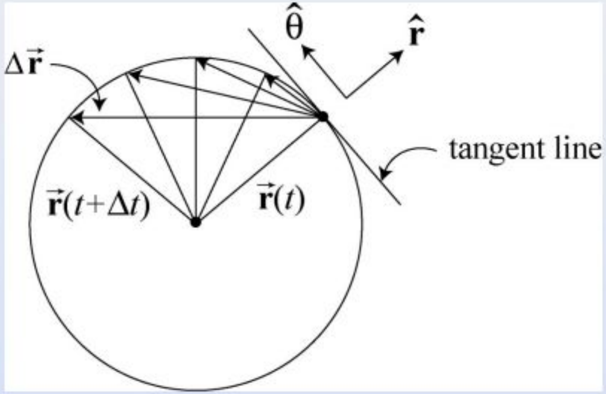
A proton has speed $5 \times 10^6\,\mathrm{m/s}$ and is moving in a circle in the *xy* plane of radius *r* = 0.175 m. What is its position in the *xy* plane at time $t = 2.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{s} = 200\,\mathrm{ns}$? At *t* = 0, the position of the proton is $0.175\,\mathrm{m}\,\hat{i}$ and it circles counterclockwise. Sketch the trajectory.

From this result we see that the proton is located slightly below the *x*-axis. This is shown in (Figure).

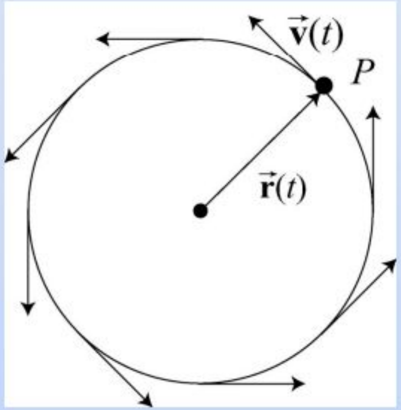


Direction of Velocity

Sequence of chord $\Delta\vec{r}$ directions approach direction of velocity as Δt approaches zero.



The direction of velocity is perpendicular to the direction of the position and tangent to the circular orbit.

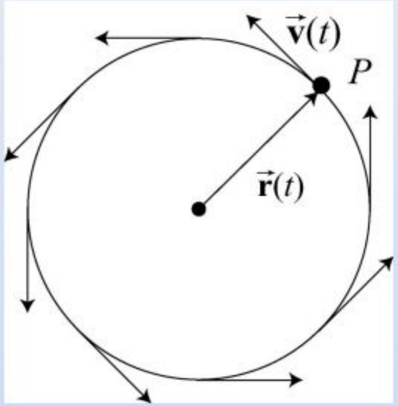


Direction of velocity is constantly changing.

Acceleration and Circular Motion

When an object moves in a circular orbit, the direction of the velocity changes and the speed may change as well.

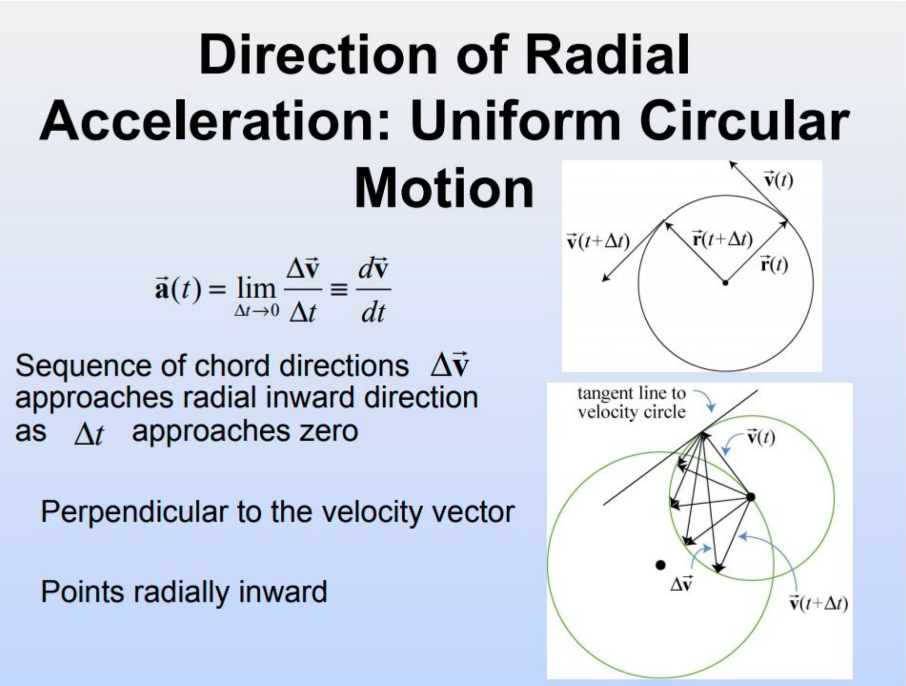
$$\vec{\mathbf{a}}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}$$



For circular motion, the acceleration will always have a non-positive radial component (a_r) due to the change in direction of velocity, (it may be zero at the instant the velocity is zero).

The acceleration may have a tangential component if the speed changes (a_t). When a_t =0, the speed of the object remains constant.

Ruch okrężny ze stałą prędkością: Przyspieszenie dośrodkowe

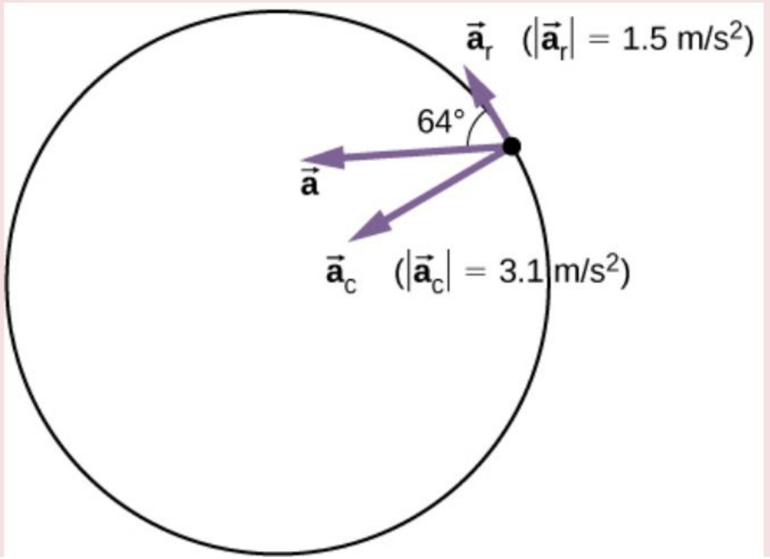


Total Acceleration during Circular Motion

A particle moves in a circle of radius $r = 2.0$ m. During the time interval from $t = 1.5$ s to $t = 4.0$ s its speed varies with time according to

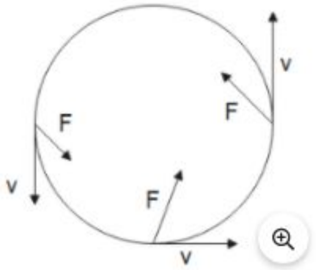
$$v(t) = c_1 - \frac{c_2}{t^2}, \ c_1 = 4.0\,\mathrm{m/s}, \ c_2 = 6.0\,\mathrm{m \cdot s}.$$

What is the total acceleration of the particle at $t = 2.0$ s?

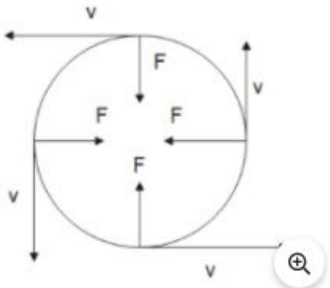


Niejednostajny ruch okrężny vs ruch okrężny

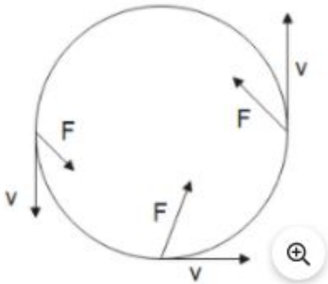
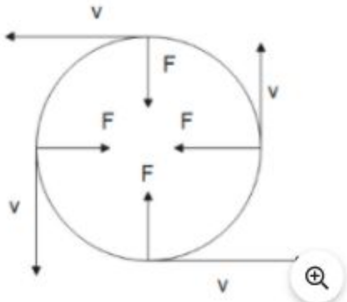
<table>
<tr><td>Non-uniform circular motion implies the movement of an object along a circular path with variable speed.</td><td>Uniform circular motion implies the movement of an object along a circular path with constant speed.</td></tr>
<tr><td>Angular and tangential acceleration are non-zero.</td><td>Angular and tangential acceleration are zero.</td></tr>
<tr><td>Linear speed and angular speed of the particle vary with time.



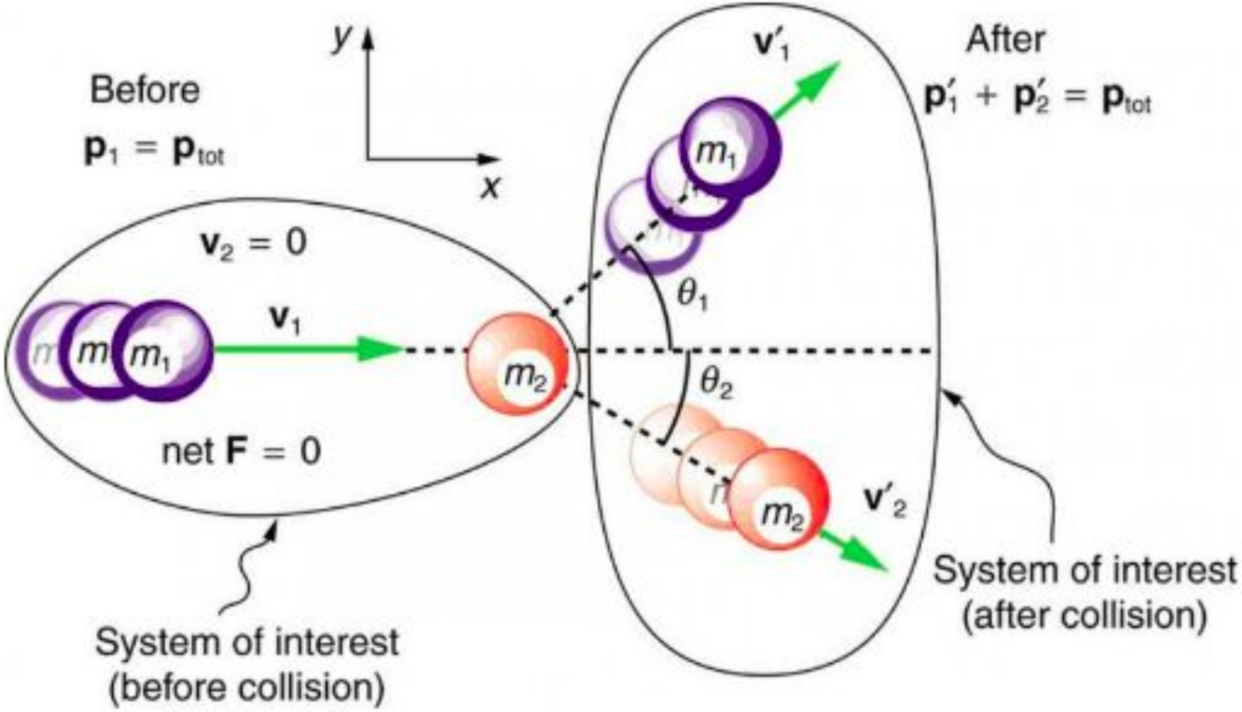
</td><td>Linear speed and angular velocity of the particle remains constant.



</td></tr>
<tr><td>Kinetic energy of the particle varies with time.</td><td>Kinetic energy of the particle remains constant.</td></tr>
<tr><td>The net linear acceleration of the particle is not radial.</td><td>The net linear acceleration of the particle is radially inwards.</td></tr>
</table>

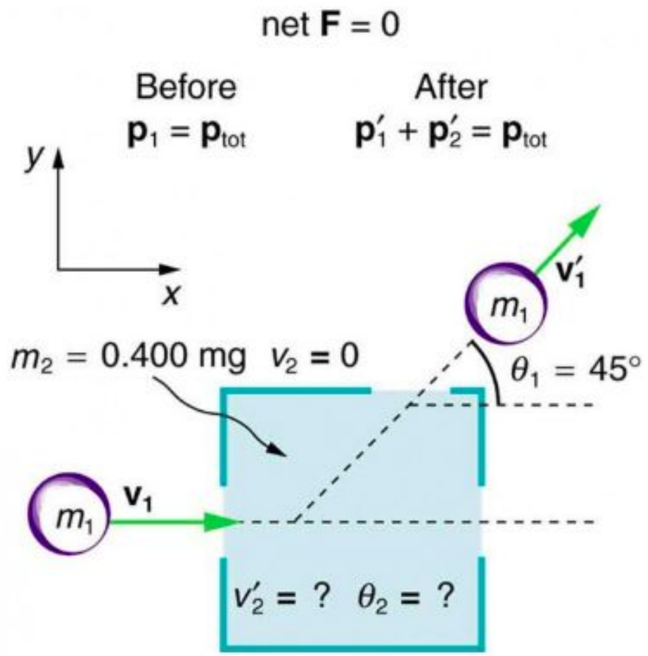
Linear speed and angular speed of the particle vary with time. 	Linear speed and angular velocity of the particle remains constant. 
Kinetic energy of the particle varies with time.	Kinetic energy of the particle remains constant.
The net linear acceleration of the particle is not radial.	The net linear acceleration of the particle is radially inwards.
The magnitude of centripetal force is not constant.	The magnitude of centripetal force is constant.
The magnitude of centripetal acceleration in a non-uniform circular motion is not constant.	The magnitude of centripetal acceleration in a uniform circular motion is constant.
Example: Motion of a body on vertical circle, vertical circle with a string and bob, roller coaster, etc.	Example: Motion of the Earth around the Sun, second, minute and hour hands of watch, motion of cyclists on a circular track etc.

Zderzenia mas punktowych w dwóch wymiarach



Suppose the following experiment is performed. A 0.250-kg object (m_1) is slid on a frictionless surface into a dark room, where it strikes an initially stationary object with mass of 0.400 kg (m_2). The 0.250-kg object emerges from the room at an angle of 45.0° with its incoming direction.

The speed of the 0.250-kg object is originally 2.00 m/s and is 1.50 m/s after the collision. Calculate the magnitude and direction of the velocity (v'_2 and θ_2) of the 0.400-kg object after the collision.



Note : przekonasz się, że wewnętrzna energia kinetyczna jest mniejsza po zderzeniu, więc zderzenie jest nieelastyczne.

A smooth sphere A of mass m collides elastically with an identical sphere B at rest. The velocity of A before collision is $8m/s$ in a direction making 60° with the line of centres at the time of impact, Then

The sphere A comes to rest after collision.

The sphere B will move with a speed of $8m/s$ after collision

The directions of motion A and B after collision are at right angles.

The speed of B after collision is $4m/s$

Coefficient of restitution/Współczynnik restytucji (e) : stosunek końcowej prędkości względnej do początkowej prędkości względnej między dwoma obiektami po ich zderzeniu.

Zderzenie sprężyste to zderzenie dwóch ciał, w którym całkowita energia kinetyczna obu ciał pozostaje taka sama.

Napęd rakietowy - przypadek, w którym zmienia się masa obiektu.

- Rakieta przyspiesza spalając niesione przez nią paliwo i wyrzucając spalane spaliny.

- Jeśli szybkość spalania paliwa jest stała, a prędkość wyrzucania spalin jest również stała, jaka jest zmiana prędkości rakiety, gdy całe paliwo jest spalane?

Napęd rakietowy - przypadek, w którym zmienia się masa obiektu.

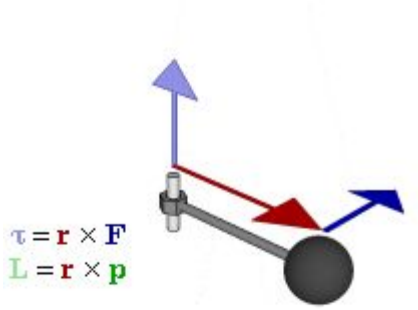
Analiza fizyczna :

- Kiedy silniki rakietowe pracują, nieustannie wyrzucają spalone gazy opałowe, które mają zarówno masę, jak i prędkość, a zatem pewien pęd.
- Ze względu na zachowanie pędu pęd rakiety zmienia się o tę samą wartość (z przeciwnym znakiem).
- Przyjmiemy, że spalone paliwo wyrzucane jest ze stałą prędkością, co oznacza, że szybkość zmiany pędu rakiety jest również stała.
- Jednak z biegiem czasu masa rakiety (w tym masa pozostałego paliwa) nadal spada.
- **Zatem całkowita zmiana prędkości rakiety będzie zależeć od ilości spalonej masy paliwa**
  => **zależność nie jest liniowa.**

A spacecraft is moving in gravity-free space along a straight path when its pilot decides to accelerate forward. He turns on the thrusters, and burned fuel is ejected at a constant rate of $2.0 \times 10^2 \, \text{kg/s}$, at a speed (relative to the rocket) of $2.5 \times 10^2 \, \text{m/s}$. The initial mass of the spacecraft and its unburned fuel is $2.0 \times 10^4 \, \text{kg}$, and the thrusters are on for 30 s.

1. What is the thrust (the force applied to the rocket by the ejected fuel) on the spacecraft?
2. What is the spacecraft's acceleration as a function of time?
3. What are the spacecraft's accelerations at $t = 0$, 15, 30, and 35 s?

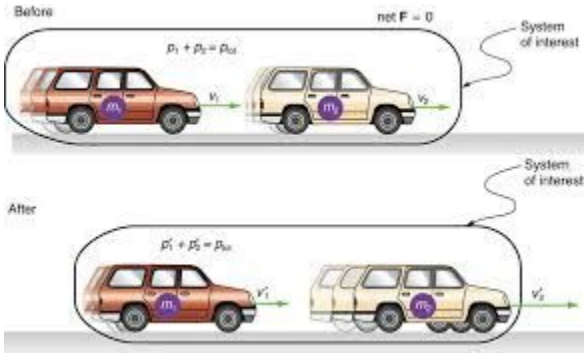
Moment obrotowy



moment obrotowy można traktować jako skręcanie przedmiotu wokół określonej osi

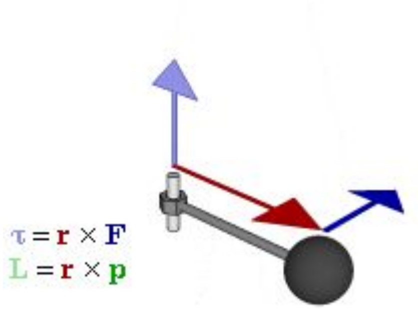
Tempo zmiany pędu to Siła ~ Wypadkowy moment działający na ciało określa tempo zmian momentu pędu ciała,

Czym jest pęd liniowy?



Moment obrotowy

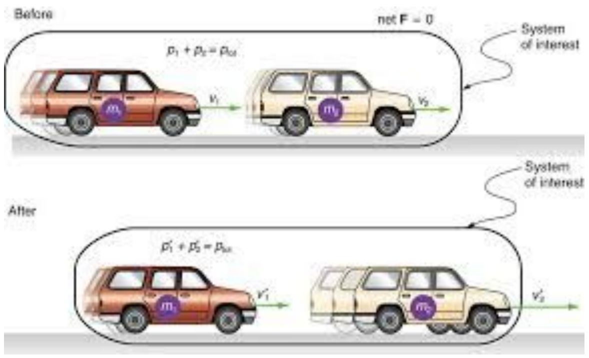
moment obrotowy można traktować jako skręcanie przedmiotu wokół określonej osi

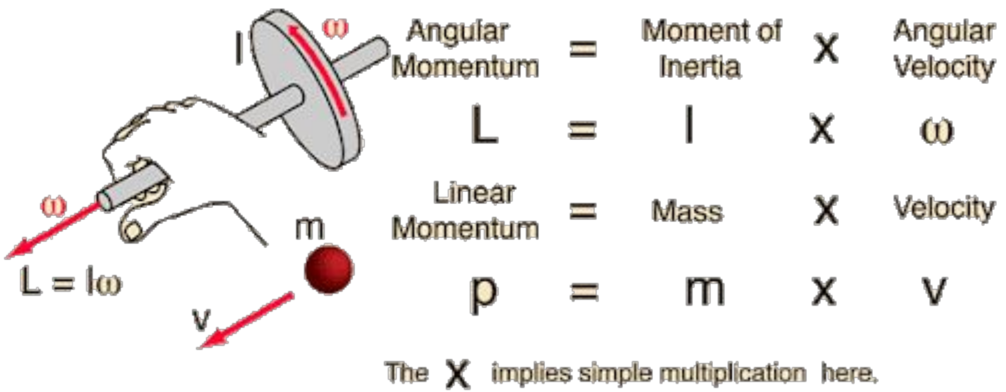


Tempo zmiany pędu to Siła ~ Wypadkowy moment działający na ciało określa tempo zmian momentu pędu ciała,

moment pędu jest obrotowym odpowiednikiem pędu liniowego.

Czym jest pęd liniowy?





Moment bezwładności

- moment bezwładności ciała sztywnego jest wielkością, która określa moment wymagany do uzyskania pożądanego przyspieszenia kątowego wokół osi obrotu

i) Gdy ciało może się swobodnie obracać wokół własnej osi, należy przyłożyć moment obrotowy, aby zmienić jego moment pędu.

ii)Wielkość momentu obrotowego potrzebna do wytworzenia danego przyspieszenia kątowego (szybkość zmiany prędkości kątowej) jest proporcjonalna do momentu bezwładności ciała.

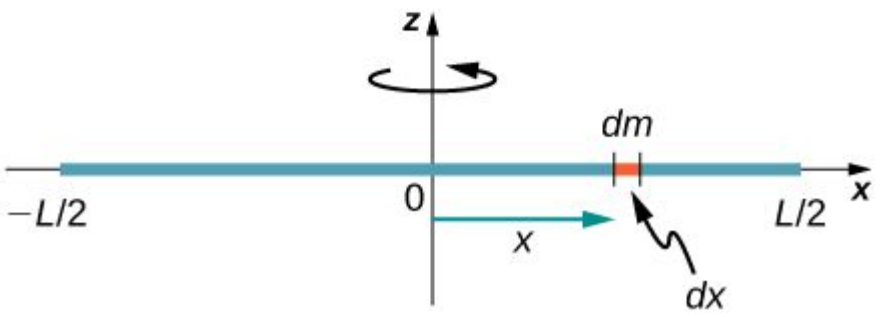
https://www.youtube.com/watch?v=VJiimwd7fx8&ab_channel=AmazingTalents-WeLoveSports

Jednolity cienki pręt z osią przechodzącą przez środek

Czy powinniśmy robić to właściwie?

Będzie to wymagało pewnej wiedzy integracyjnej.

W przeciwnym razie mogę po prostu zapewnić ekspresję.

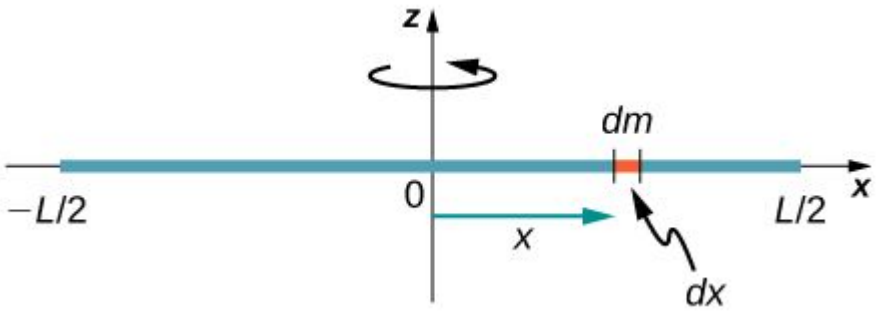


Jednolity cienki pręt z osią przechodzącą przez środek

Czy powinniśmy robić to właściwie?

Będzie to wymagało pewnej wiedzy integracyjnej.

W przeciwnym razie mogę po prostu zapewnić ekspresję.



dm ma być elementem małej masy,
z którego składa się wędka

$$\int_a^b f(x)\,dx.$$

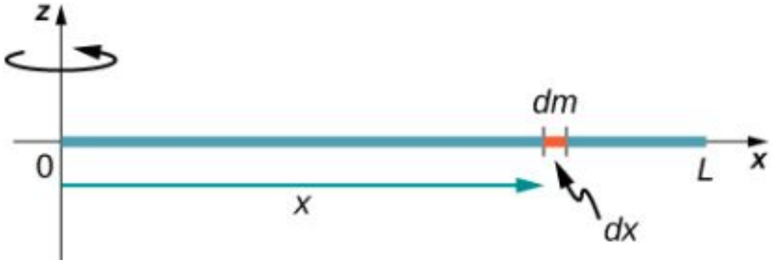
całka przypisuje liczby do funkcji w sposób, który opisuje przemieszczenie, powierzchnię, objętość i inne pojęcia, które wynikają z łączenia nieskończenie małych danych.

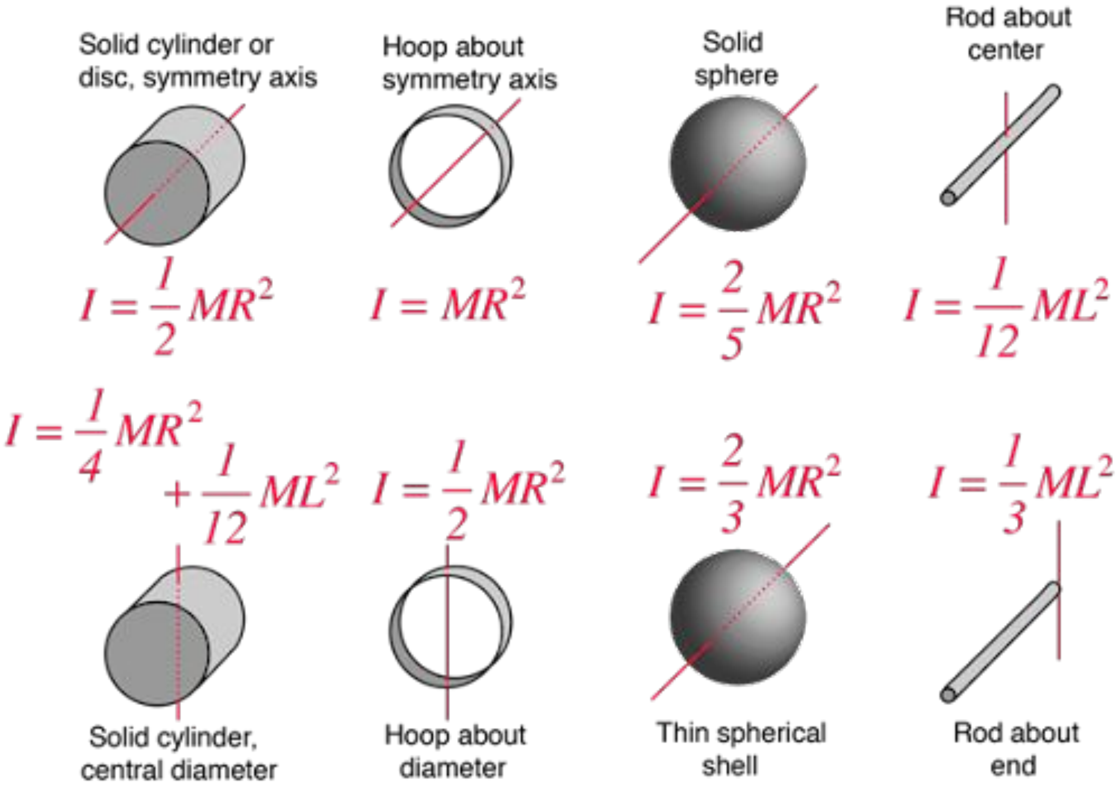
Jednolity cienki pręt z osią przechodzącą przez środek

Czy powinniśmy robić to właściwie?

Będzie to wymagało pewnej wiedzy integracyjnej.

W przeciwnym razie mogę po prostu zapewnić ekspresję.




Solid cylinder or disc, symmetry axis
$I = \frac{1}{2}MR^2$
Hoop about symmetry axis
$I = MR^2$
Solid sphere
$I = \frac{2}{5}MR^2$
Rod about center
$I = \frac{1}{12}ML^2$
$I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$
Solid cylinder, central diameter
$I = \frac{1}{2}MR^2$
Hoop about diameter
$I = \frac{2}{3}MR^2$
Thin spherical shell
$I = \frac{1}{3}ML^2$
Rod about end

1. A 5kg disk with a radius of 1.3m is spinning at an angular speed of 15 rad/s. (a) What is the inertia of the solid disk? (b) What is the rotational kinetic energy of the disk?

2. A sphere rolls down a 20 incline starting from rest at a height of 50m. How fast will it be moving forward when it reaches the bottom of the incline?

3. A 20kg solid disk / pulley is attached to a hanging 10kg block which is released from rest 500m above the ground. How fast will the block be moving just before it hits the ground?

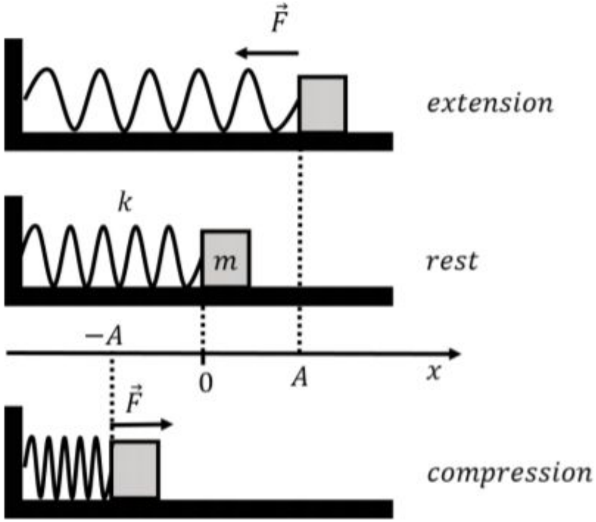
Życie polega na utrzymywaniu tempa

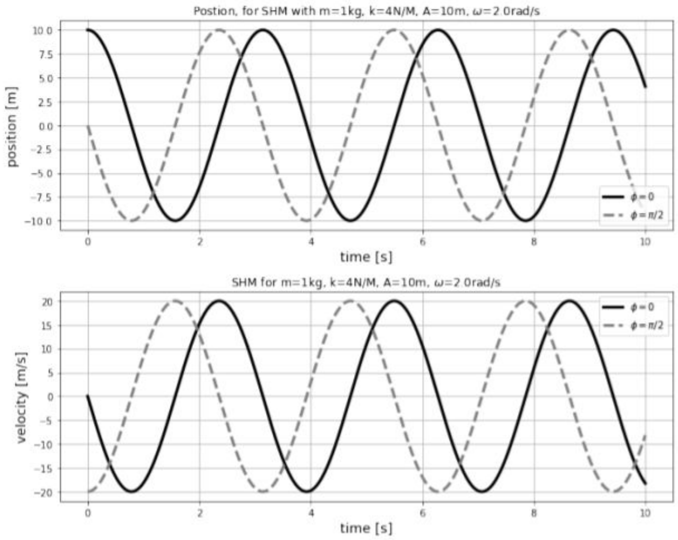
Suppose a star the size of our Sun, but with mass 3.0 times as great, were rotating at a speed of 1.0 revolution every 11 days. If it were to undergo gravitational collapse to a neutron star of radius 15 km, losing three-quarters of its mass in the process, what would its rotation speed be

Assume that the star is a uniform sphere at all times, and that the lost mass carries off no angular momentum.

Zachowanie momentu pędu

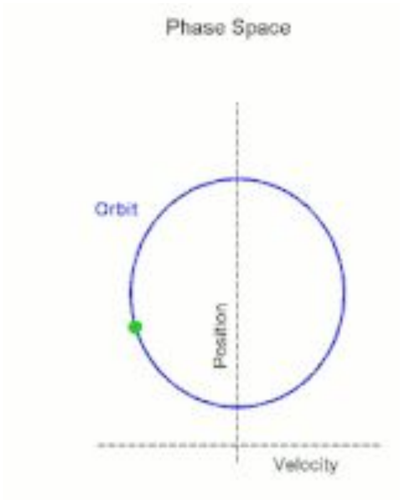
Układ mas sprężynowych jako przykład Simple Harmonic Motion

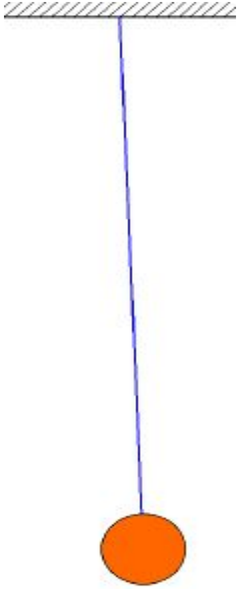




specjalny rodzaj ruchu okresowego, w którym siła przywracająca działająca na poruszający się obiekt jest wprost proporcjonalna do wielkości przemieszczenia obiektu i działa w kierunku położenia równowagi obiektu

Układ mas sprężynowych jako przykład Simple Harmonic Motion





specjalny rodzaj ruchu okresowego, w którym siła przywracająca działająca na poruszający się obiekt jest wprost proporcjonalna do wielkości przemieszczenia obiektu i działa w kierunku położenia równowagi obiektu

The escape velocity from the Earth is about $11 kms^{-1}$. The escape velocity from a planet having twice the radius and the same mean density as the earth is

A. $22 kms^{-1}$

B. $11 kms^{-1}$

C. $5.5 kms^{-1}$

D. $15.5 kms^{-1}$

The International Space Station

Determine the orbital speed and period for the **International Space Station** (ISS).

Strategy

Since the ISS orbits $4.00 \times 10^2 \mathrm{km}$ above Earth's surface, the radius at which it orbits is $R_{\mathrm{E}} + 4.00 \times 10^2 \mathrm{km}$.

The International Space Station

Determine the orbital speed and period for the **International Space Station** (ISS).

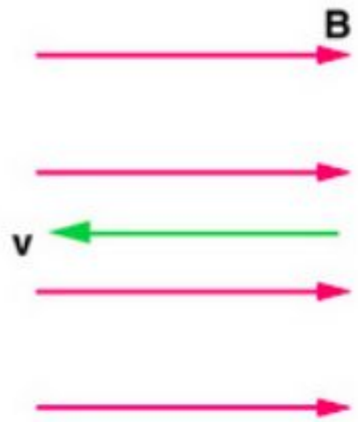
Strategy

Since the ISS orbits $4.00 \times 10^2 \mathrm{km}$ above Earth's surface, the radius at which it orbits is $R_{\mathrm{E}} + 4.00 \times 10^2 \mathrm{km}$.

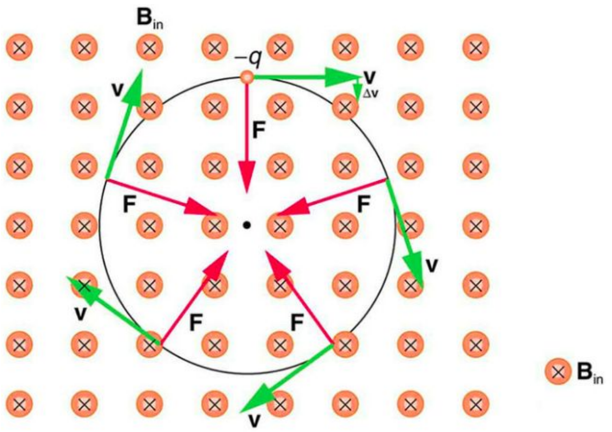
Let's revisit **(Figure)**. Assume that the Milky Way and Andromeda galaxies are in a circular orbit about each other. What would be the velocity of each and how long would their orbital period be? Assume the mass of each is 800 billion solar masses and their centers are separated by 2.5 million light years.

Ruch naładowanej cząstki w polu magnetycznym

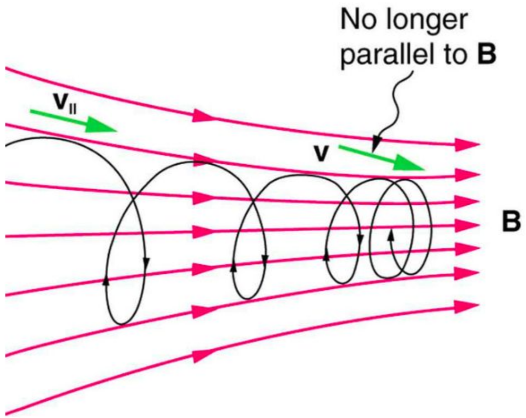
naładowana cząstka poruszająca się równolegle do pola magnetycznego

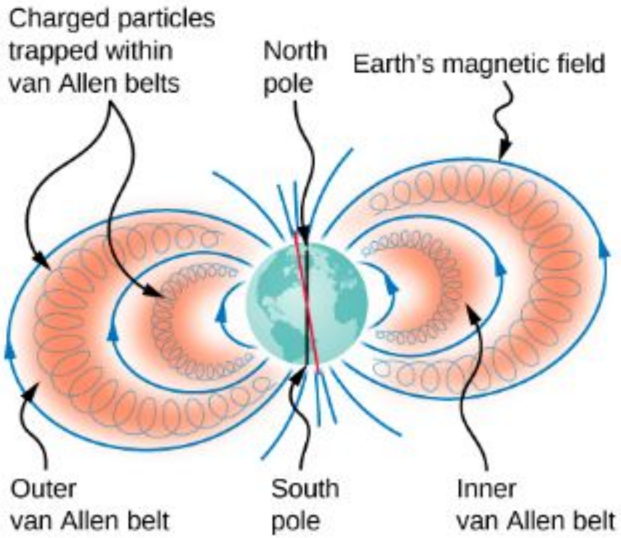


ruch kołowy naładowanej cząstki w polu magnetycznym



Ruch spiralny występuje, gdy wektor prędkości nie jest prostopadły do wektora pola magnetycznego.





Helical Motion in a Magnetic Field A proton enters a uniform magnetic field of $1.0\ \ 10^{-4}\mathrm{T}$ with a speed of $5\ \ 10^5\ \mathrm{m/s}$. At what angle must the magnetic field be from the velocity so that the pitch of the resulting helical motion is equal to the radius of the helix?

Extra

Problem 1: A cannon can fire a cannonball at a speed of 40 m/s. You're trying to take down a castle with the cannon from a distance of 80 m. The cannonball will be fired from the same height as the base of the castle. What is the range of angles (measured from the horizontal) at which you can fire the cannonball in order to achieve this? Find the minimum and maximum allowed angles. Notice that if the angle is too small or too large, the shot won't reach the castle. The castle is tall enough that you don't have worry about the cannonball going over the it. You may find the trignometric identity "$2\sin\theta\cos\theta = \sin(2\theta)$", and the graph of sine curve useful.

Problem 2: In the same situation as the previous problem, you decide to fire at an angle of $30°$ above the horizontal. [$30°$ lies in the allowed range of angles.]

(a) At what height above the ground does the cannonball strike the castle wall?

(b) When it strikes the wall, is the cannonball on its way up, or on its way down?

A boat's speed in still water is $\mathbf{v}_{bw}$ = 1.85m/s. If the boat is to travel directly across a river whose current has a speed $\mathbf{v}_{ws}$ = 1.20m/s, at what upstream angle must the boat head?

A canoeist can paddle at 1 m/s in still water. He wants to cross a river 20 m wide. The river is flowing at 1.5 m/s due east between straight parallel banks. He heads upstream in a direction making an angle of 60° with the bank. Find

(a) his resultant velocity

(b) the time taken for the crossing, to the nearest second.

A boat's speed in still water is $\mathbf{v}_{bw} = 1.85$m/s. If the boat is to travel directly across a river whose current has a speed $\mathbf{v}_{ws} = 1.20$m/s, at what upstream angle must the boat head?

Two airplanes take off from an airport at the same time. One flies at 800 km/h directly north and the other flies at 1000 km/h 30° west of south, both velocities measured with respect to the ground.

(a) After 5 hours of continuous flying, find the displacements (including the direction) of both the airplanes. Using this, find the distance between them.

(b) What is the speed of the second airplane relative to the first? Use this relative speed to find the distance between them after 5 hours of flying (since take off). Compare with your answer to (a).

Q. A particle of mass m is moving in a circular orbit given by $x = R\cos\omega t$; $y = R\sin(\omega t)$, as observed in an inertial frame S_1. Another inertial frame S_2 moves with uniform velocity $\vec{v} = \omega R\hat{i}$ with respect to S_1.S_2 are related by Galilean transformation, such that the origins coincide at $t = 0$. The magnitude of the angular momentum of the particle at $t = \frac{2\pi}{\omega}$, as observed in S_2 about its origin is expressed as $(mR^2\omega)x$. Then x is ______.

(Specify your answer upto two digits after the decimal point)