
BAB 4. INTERGAL TAK TENTU (Antiderivatif)

MATERI INTEGRAL TAK TENTU Dibuat Oleh :

NAMA : SYIFA DESTA RUMAISHA

KELAS : MATEMATIKA E

NIM : 22305141020

CAKUPAN MATERI MELIPUTI DIANTARANYA:

- Defini Integral tak tentu
- Sifat- sifat integral tak tentu
- Integral tak tentu fungsi aljabar, trigonometri, eksponensial, logaritma, dan komposisi fungsi
- Visualisasi dan kurva fungsi

1. Definisi Intergal Tak Tentu

Integral tak tentu (indefinite integral) adalah integral yang

tidak memiliki batas-batas nilai tertentu, sehingga hanya diperoleh fungsi umumnya saja disertai suatu konstanta C .

Misalkan diketahui suatu fungsi $F(x)$ yang merupakan fungsi umum

yang bersifat $F'(x)=f(x)$, maka integral tak tentu merupakan himpunan anti turunan $F(x)$ dari $f(x)$ pada interval negatif tak hingga sampai tak hingga yang dinotasikan :

$$F(x) = \int f(x) dx + C$$

```
>$F(x)=( 'integrate(f(x),x)+c)
```

$$F(x) = \int f(x) dx + c$$

Definisi kurva fungsi antiderifatif

Kurva fungsi antiderivatif adalah kurva yang menggambarkan

hubungan antara suatu fungsi dan antiderivatifnya. Antiderivatif, juga dikenal sebagai integral tak tentu. Dalam integral, fungsi antiderivatif dapat dianggap sebagai "anti turunan" dari fungsi aslinya.

Contoh :

$$\int 3x^2 dx$$

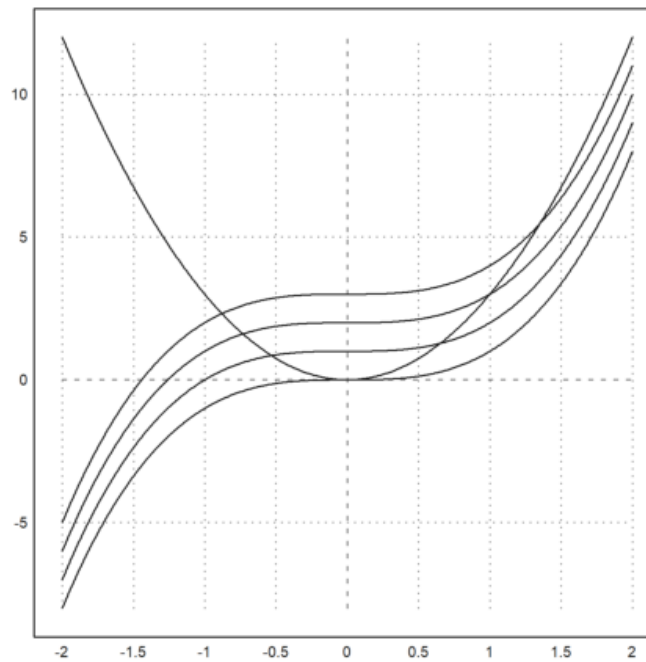
```
>$F(x)=( 'integrate(3*x^2,x)+c)
```

$$F(x) = 3 \int x^2 dx + c$$

```
>$showev('integrate(3*x^2,x)+c)
```

$$3 \int x^2 dx + c = x^3 + c$$

```
>plot2d(["3*x^2","x^3","x^3+1","x^3+2","x^3+3"]): //grafik fungsinya, hasil integral, penambahan seb
```



Penyelesaiannya dengan memasukan sebarang nilai C

Contoh :

$$\int x^5 dx$$

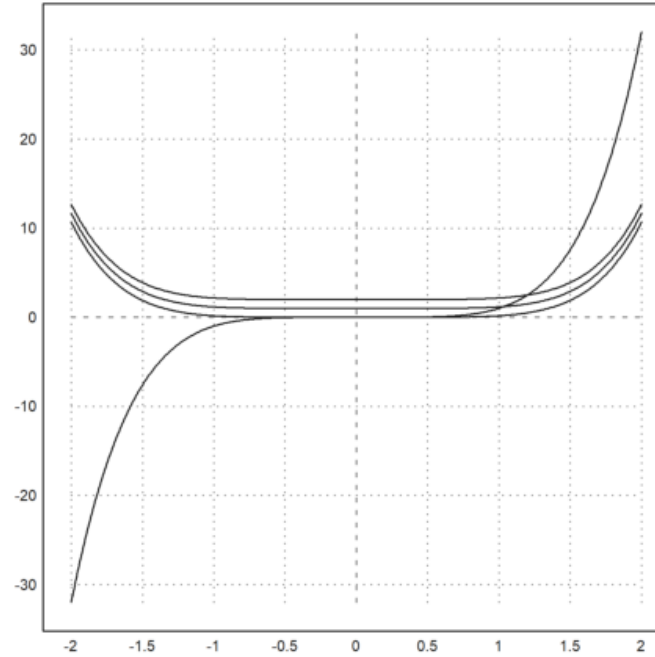
```
>$F(x)=( 'integrate(x^5,x) +c)
```

$$F(x) = \int x^5 dx + c$$

```
>$showev('integrate(x^5,x)+c)
```

$$\int x^5 dx + c = \frac{x^6}{6} + c$$

```
>plot2d(["x^5", "x^6/6", "(x^6/6)+1", "(x^6/6)+2"]):
```



2. Sifat-sifat Integral Tak Tentu

Dalam perhitungan, integral tak tentu memiliki sifat-sifat yang

dapat digunakan. Ada tiga sifat integral tak tentu yaitu sebagai berikut:

a. Sifat Pangkat

$$\int x^n dx + c = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

```
>$showev('integrate(x^n,x)+c)
```

Answering "Is n equal to -1?" with "no"

$$\int x^n dx + c = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

b. Penjumlahan dan Pengurangan

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

```
>function f(x) &&= f(x)
```

f(x)

```
>function g(x) &&= g(x)
```

g(x)

Penjumlahan

```
>$('integrate([f(x)+g(x)],x))=('integrate(f(x),x))+('integrate(g(x),x))
```

$$\int [g(x) + f(x)] dx = \int g(x) dx + \int f(x) dx$$

Pengurangan

```
>$('integrate([f(x)+g(x)],x))=('integrate(f(x),x))-('integrate(g(x),x))
```

$$\int [g(x) + f(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

c. Konstanta

$$\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$$

```
>$('integrate(kf(x),x))=(k*'integrate(f(x),x))
```

$$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$$

3. INTEGRAL TAK TENTU FUNGSI ALJABAR

A. Definisi

Integral tak tentu fungsi aljabar merupakan sebuah operasi

matematika yang menghasilkan fungsi lain yang turunan parsialnya akan sama dengan fungsi asal. Dalam konteks fungsi aljabar, integral tak tentu biasanya melibatkan fungsi-fungsi seperti polinomial, eksponensial, dan trigonometri, dan menghasilkan fungsi yang mewakili daerah di bawah kurva fungsi asal terhadap variabel independen.

B. Rumus-rumus integral fungsi aljabar

Bentuk pertama

$$\int dx = x + C$$

Dalam bentuk pertama bukan berarti tidak ada konstanta yang terlibat dalam integral tak tentu, tapi ada konstanta yaitu angka 1, di dalam matematika biasanya angka 1 sebagai konstanta tidak dituliskan.

Bentuk kedua

$$\int k dx = kx + C$$

k merupakan konstanta yang berupa sebarang bilangan.

Bentuk ketiga

$$\int kx^n dx = \frac{k}{n+1} x^{n+1} + C$$

k dan n merupakan sebarang bilangan bulat, dengan k adalah konstanta dan n adalah pangkat dari x dengan syarat n tidak sama dengan -1.

Bentuk keempat

$$\int k.f(x)dx = k \int f(x)dx$$

Dengan k merupakan sebarang bilangan bulat.

Bentuk kelima

$$\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

Bentuk keenam

$$\int k(ax + b)^n dx = \frac{k}{a(n+1)}(ax + b)^{n+1} + C$$

Dalam bentuk integral keenam hanya berlaku jika angka pada pangkat x

adalah 1.

C. Contoh Soal & Kurva

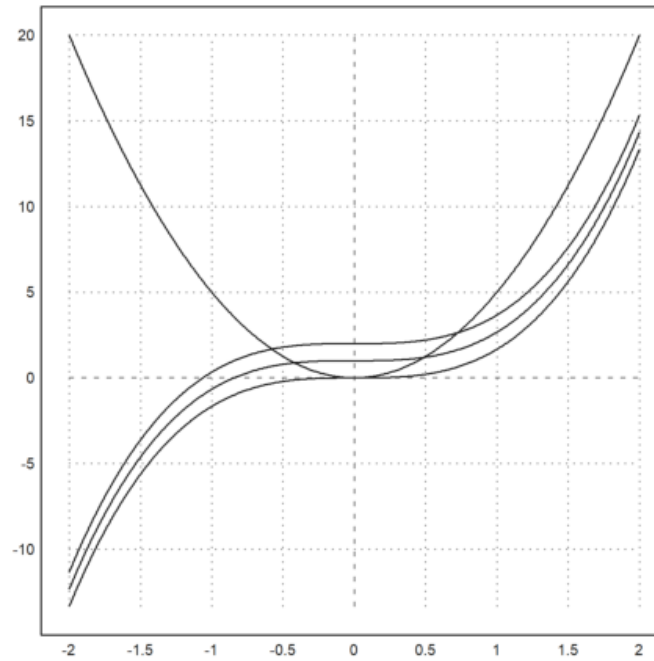
Soal 1

$$\int 5x^2 dx$$

```
>$showev('integrate(5*x^2,x)+c)
```

$$5 \int x^2 dx + c = \frac{5x^3}{3} + c$$

```
>plot2d(["5*x^2","(5*x^3/3)","(5*x^3/3)+1","(5*x^3/3)+2"]):
```



Soal 2

$$f(x) = 4x + 2, g(x) = 2x + 1$$

```
>function f(x) &&= 4*x+2
```

$$4x + 2$$

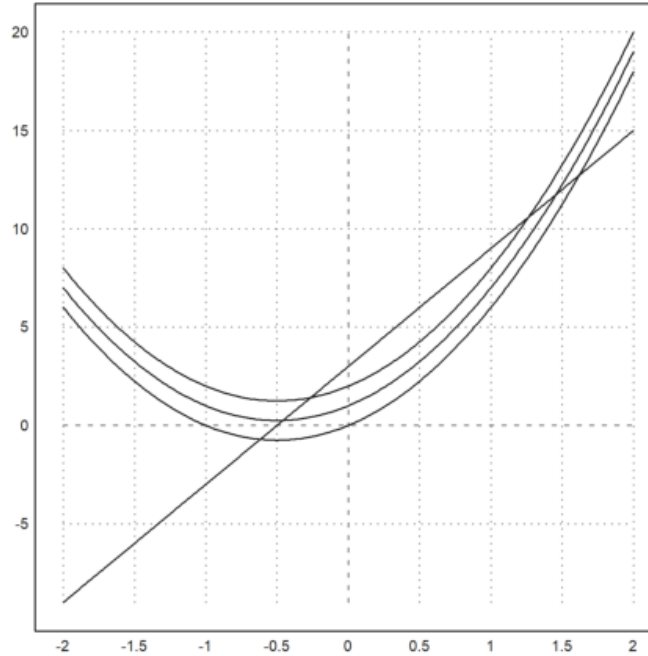
```
>function g(x) &&= 2*x+1
```

$$2x + 1$$

```
>$showev('integrate(f(x)+(g(x)),x)+c)
```

$$\int 6x + 3 \, dx + c = 3x^2 + 3x + c$$

```
>plot2d(["6*x+3", "3*x^2+3*x", "(3*x^2+3*x)+1", "(3*x^2+3*x)+2"]):
```



Soal 3

```
>$showev('integrate(x*sqrt(x+2),x))
```

$$\int x \sqrt{x+2} \, dx = \frac{2 (x+2)^{\frac{5}{2}}}{5} - \frac{4 (x+2)^{\frac{3}{2}}}{3}$$

4. INTEGRAL TAK TENTU FUNGSI NON ALJABAR (transenden)

4.1 Integral Tak Tentu Fungsi Trigonometri

A. Definisi

Integral tak tentu fungsi trigonometri merupakan operasi

matematika yang digunakan untuk mencari fungsi asal sebelumnya (biasanya ditambahkan dengan konstanta) yang ketika diambil turunan akan menghasilkan fungsi trigonometri tersebut.

Secara umum, integral tak tentu fungsi trigonometri seperti

$\sin(x)$, $\cos(x)$, atau $\tan(x)$ melibatkan berbagai rumus dan teknik integral yang berbeda tergantung pada jenis fungsi trigonometri yang terlibat.

B. Rumus-rumus integral fungsi trigonometri

No.	Fungsi $f(x) = y$	Turunan	Integral
1	$y = \sin x$	$\cos x$	$\int \cos x \, dx = \sin x + c$
2	$y = \cos x$	$-\sin x$	$\int \sin x \, dx = -\cos x + c$
3	$y = \tan x$	$\sec^2 x$	$\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$
4	$y = \cot x$	$-\csc^2 x$	$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c$
5	$y = \sec x$	$\tan x \cdot \sec x$	$\int \tan x \cdot \sec x \, dx = \sec x + c$
6	$y = \csc x$	$-\cot x \cdot \csc x$	$\int \cot x \cdot \csc x \, dx = -\csc x + c$
7	$y = \frac{1}{a} \sin(ax + b)$	$\cos(ax + b)$	$\int \cos(ax + b) \, dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + c$
8	$y = -\frac{1}{a} \cos(ax + b)$	$\sin(ax + b)$	$\int \sin(ax + b) \, dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + c$
9	$y = \frac{1}{a} \tan(ax + b)$	$\sec^2(ax + b)$	$\int \sec^2(ax + b) \, dx = \frac{1}{a} \tan(ax + b) + c$
10	$y = -\frac{1}{a} \cot(ax + b)$	$\csc^2(ax + b)$	$\int \csc^2(ax + b) \, dx = -\frac{1}{a} \cot(ax + b) + c$
11	$y = -\frac{1}{a} \sec(ax + b)$	$\tan(ax + b) \cdot \sec(ax + b)$	$\int \tan(ax + b) \cdot \sec(ax + b) \, dx = -\frac{1}{a} \sec(ax + b) + c$
12	$y = -\frac{1}{a} \csc(ax + b)$	$\cot(ax + b) \cdot \csc(ax + b)$	$\int \cot(ax + b) \cdot \csc(ax + b) \, dx = -\frac{1}{a} \csc(ax + b) + c$

C. Contoh Soal & Kurva

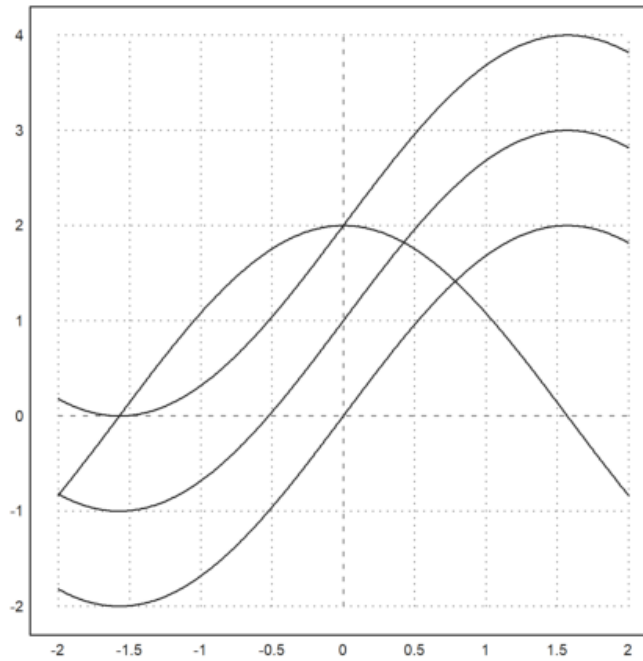
Soal 1

$$\int 2\cos x \, dx$$

```
>$showev('integrate(2*cos(x),x)+c)
```

$$2 \int \cos x \, dx + c = 2 \sin x + c$$


```
>plot2d(["2*cos(x)", "2*sin(x)", "2*sin(x)+1", "2*sin(x)+2"]):
```



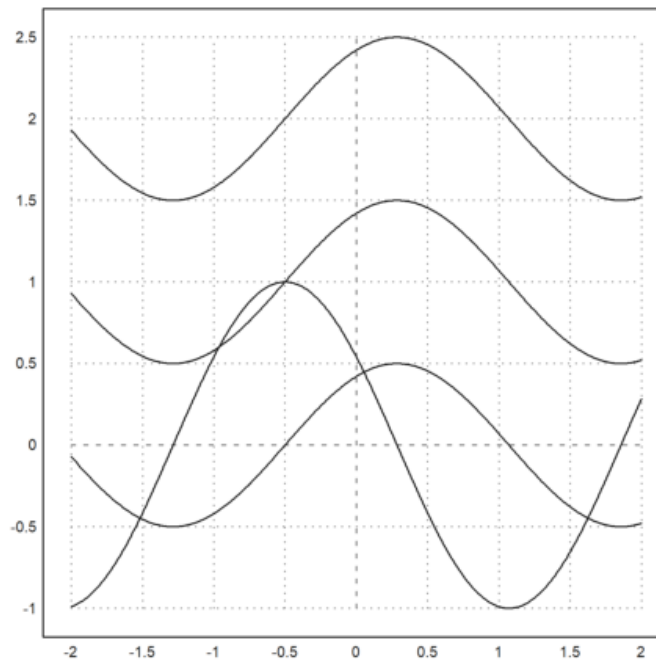
Soal 2

$$\int \cos(2x + 1) dx$$

```
>$showev('integrate(cos(2*x+1),x)+c)
```

$$\int \cos(2x+1) dx + c = \frac{\sin(2x+1)}{2} + c$$

```
>plot2d(["cos(2*x+1)","sin(2*x+1)/2","(sin(2*x+1)/2)+1","(sin(2*x+1)/2)+2"]):
```



4.2 Integral Tak Tentu Fungsi Eksponensial

A. Defnisi

Integral dari fungsi eksponensial adalah operasi matematika yang

digunakan untuk menemukan area di bawah kurva fungsi eksponensial tertentu. Integral fungsi eksponensial merupakan proses untuk menemukan fungsi yang, ketika di turunkan, akan menghasilkan fungsi eksponensial tersebut.

B. Rumus-rumus integral fungsi eksponensial

Secara umum, integral dari fungsi eksponensial e^x adalah:

$$\int e^x dx = e^x + c$$

```
>$showev('integrate((E^x),x)+ c)
```

$$\int e^x dx + c = e^x + c$$

di mana "C" adalah konstanta integrasi. Ini berarti hasil dari integral ini adalah fungsi eksponensial e^x itu sendiri ditambah dengan konstanta integrasi.

C. Contoh Soal & Kurva

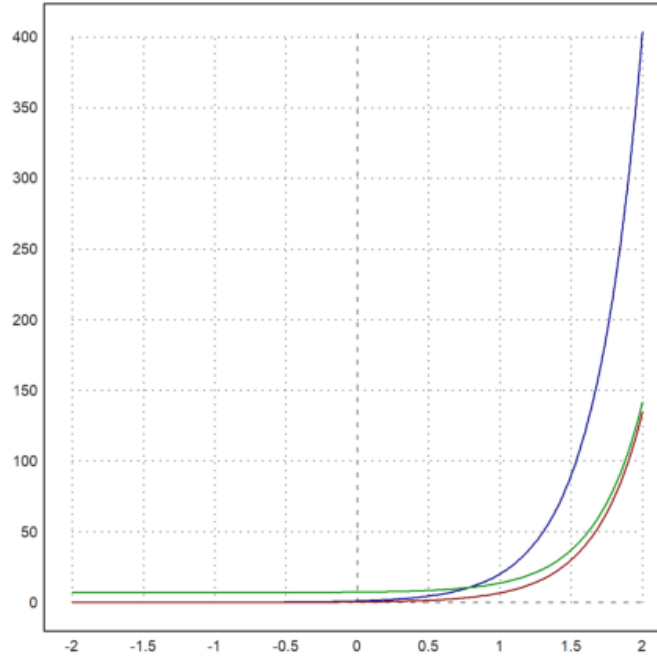
Soal 1

$$\int e^{3x} dx$$

```
>$showev('integrate((E^x)^3,x)+c)
```

$$\int e^{3x} dx + c = \frac{e^{3x}}{3} + c$$

```
> \plot2d(["(E^x)^3","((E^x)^3)/3","((E^x)^3)/3+7"],color=[blue,red,green]):
```



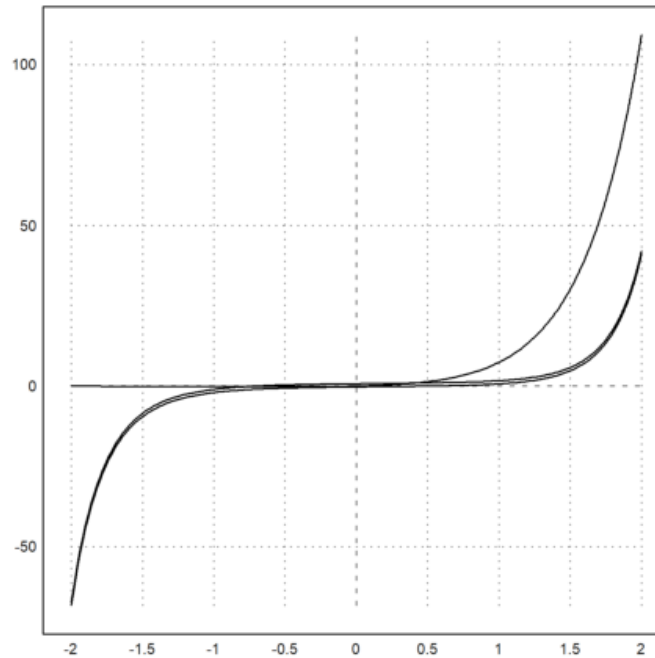
Soal 2

$$\int x e^{2x} dx$$

```
>$showev('integrate(x*(E^x)^2,x)+c)
```

$$\int x e^{2x} dx + c = \frac{(2x - 1) e^{2x}}{4} + c$$

```
>plot2d(["x*(E^x)^2", "((2*x-1)E^x^2)/4", "(2*x-1)E^x^2/4 +1"]):
```



4.3 Integral Tak Tentu Fungsi Logaritma

A. Defnisi

Integral dari fungsi logaritma adalah operasi matematika yang

digunakan untuk menemukan area di bawah kurva fungsi logaritma tertentu.

B. Rumus integral fungsi logaritma

$$\int \log(x) dx = x \log(x) - x + C$$

```
>$showev('integrate(ln(x),x)+c)
```

$$\int \log x \, dx + c = x \log x - x + c$$

C. Contoh Soal & Kurva

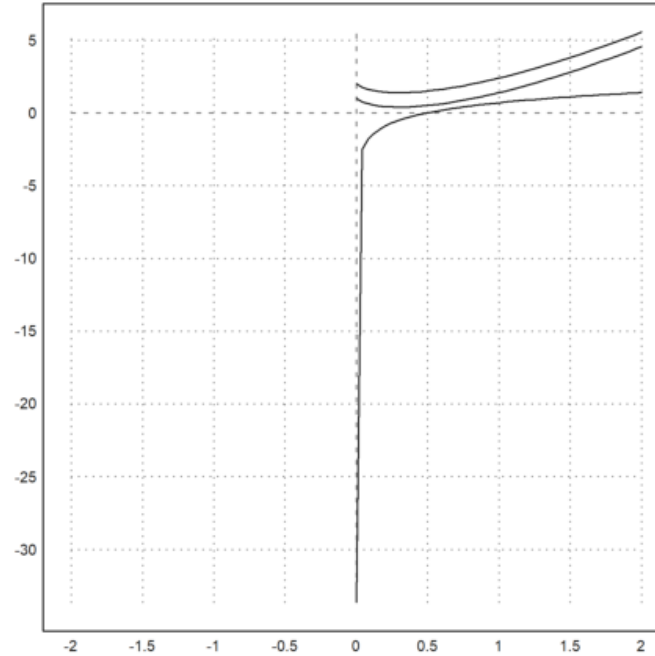
Soal 1

$$\int \log(2x) dx$$

```
>$showev('integrate(log(2*x),x)+c)
```

$$\int \log(2x) \, dx + c = \frac{2x \log(2x) - 2x}{2} + c$$

```
>plot2d(["log(2*x)","(2*x)log(2*x)-2*x/2 +1","(2*x)log(2*x)-2*x/2 +2"]):
```



5. INTEGRAL TAK TENTU FUNGSI KOMPOSISI

A. Defnisi

Integral tak tentu dari fungsi komposisi, juga dikenal sebagai

”integral tak tentu dari substitusi,” adalah teknik integral yang digunakan untuk mengintegrasikan fungsi yang merupakan hasil dari komposisi dua fungsi.

B. Contoh Soal dan kurva

Soal 1

$$f(x)=x+1, \quad g(x)=x+2$$

```
>function f(x) &= x+1
```

$$x + 1$$

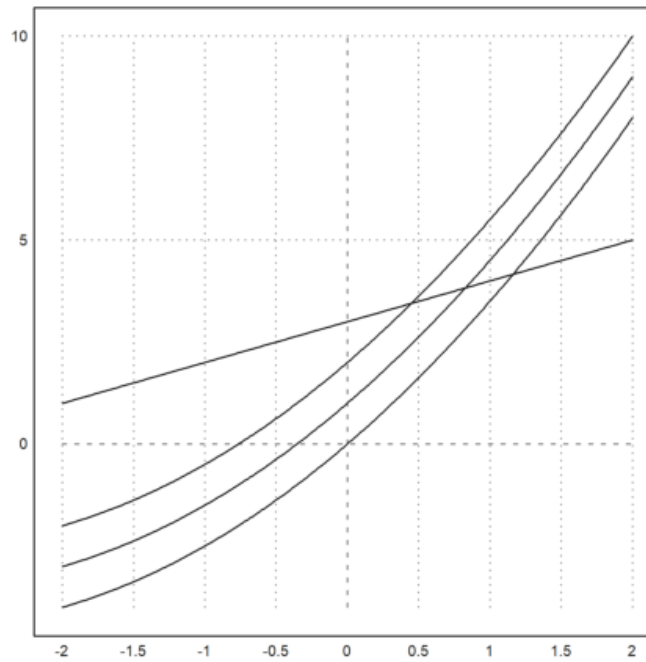
```
>function g(x) &= x+2
```

$$x + 2$$

```
>$showev('integrate(f(g(x)),x)+c)
```

$$\int x + 3 \, dx + c = \frac{x^2}{2} + 3x + c$$

```
>plot2d(["x+3", "(x^2)/2+3*x", "((x^2)/2)+3*x+1", "((x^2)/2)+3*x+2"]):
```



TERIMA KSIH

>
>