解 35. $m=1$时, $P(m=1)=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9}\frac{1}{i}$

$m=2$时, $P(m=2)=\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{9}\sum_{i=2}^{9}\frac{1}{i}$

$\vdots$

$m=9$时, $P(m=9)=\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{9}\sum_{i=9}^{9}\frac{1}{i}$

则$m=k$时, $P(m=k)=\frac{1}{9}\sum_{i=k}^{9}\frac{1}{i}$

解 37. 设一次随机拨号得到的号码最后一位为偶数对应的事件为A, 随机拨号不超过3次接通所需拨的电话号码为事件B, 且B_i为第$i(1\le i\le 3)$次随即拨号接通电话号码所对应的事件. 则$B=B_1\cup B_2\cup B_3$, 且B_1,B_2,B_3互不相容.则

$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=P(B_1)+P(B_2)+P(B_3)=\frac{1}{10}+\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{9}+\frac{9}{10}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{1}{8}=\frac{3}{10}$. 而在已知最后一位为偶数时, 样本空间变为$\{0,2,4,6,8\}$, 则

$P(B|A)=P(B_1|A)+P(B_2|A)+P(B_3|A)=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{3}{5}$

解 40. 用(x,y)代表两次掷骰子的结果，其中x为第一次掷骰子的结果，y为第二次掷骰子的结果. 记$|x-y|<2$对应的事件为A, $x+y>6$对应的事件为B.

$P(A)=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$, $P(AB)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$, 故$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{9}{16}$

解 45. 设第一次所取出的球为白球所对应的事件为A, 袋中两个球都为白球所对应的事件为B. 则在已取出一个球为白球的前提下, 取出第二个球为白球对应的事件为$B|A$, 且易知有$B\subset A$.

$P(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$, $P(B)=\frac{1}{2}$, 则$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(B)}{P(A)}=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$

解 49. 设报警器1有效对应的事件为A, 报警器2有效对应的事件为B. 则由题意得:

$P(\bar{A})=0.05$, $P(\bar{B})=0.1$, $P(\bar{B}|\bar{A})=0.86$.

则$P(A\bar{B}+\bar{A}B+AB)=1-P(\bar{A}\bar{B})=1-P(\bar{B}|\bar{A})P(\bar{A})=1-0.86\times 0.05=0.957$

解 56. 由全概率公式:

$P(A)=P(A|C)P(C)+P(A|\bar{C})P(\bar{C})=0.9\times 0.5+0.2\times 0.5=0.55$

$P(B)=P(B|C)P(C)+P(B|\bar{C})P(\bar{C})=0.9\times 0.5+0.1\times 0.5=0.5$

由于A,B关于C条件独立, 则有:

$$\begin{aligned}P(AB)&=P(AB|C)P(C)+P(AB|\bar{C})P(\bar{C})\\&=P(A|C)P(B|C)P(C)+P(A|\bar{C})P(B|\bar{C})P(\bar{C})\\&=0.9\times 0.9\times 0.5+0.2\times 0.1\times 0.5=0.415\end{aligned}$$

而$P(A)P(B)=0.55\times 0.5=0.275\neq P(AB)$, 故$A,B$不独立.

解 61. 记A_i为该同学从家到学校碰到i个红灯, B_i为该同学在第i个路口碰到红灯. 则$A_i,A_j(0\le i\neq j\le 4)$互不相容, $B_i,B_j(1\le i\neq j\le 4)$相互独立. 则

$P(A_2+A_3+A_4)=1-P(\overline{A_2+A_3+A_4})=1-P(A_0+A_1)=1-P(A_0)-P(A_1)$

$P(A_0)=P(\bar{B}_1\bar{B}_2\bar{B}_3\bar{B}_4)=P(\bar{B}_1)P(\bar{B}_2)P(\bar{B}_3)P(\bar{B}_4)=0.4^2\times 0.6^2=0.0576$

$$\begin{aligned}P(A_1)&=P(B_1\bar{B}_2\bar{B}_3\bar{B}_4)+P(\bar{B}_1B_2\bar{B}_3\bar{B}_4)+P(\bar{B}_1\bar{B}_2B_3\bar{B}_4)+P(\bar{B}_1\bar{B}_2\bar{B}_3B_4)\\&=P(B_1)P(\bar{B}_2)P(\bar{B}_3)P(\bar{B}_4)+P(\bar{B}_1)P(B_2)P(\bar{B}_3)P(\bar{B}_4)+\\&\quad P(\bar{B}_1)P(\bar{B}_2)P(B_3)P(\bar{B}_4)+P(\bar{B}_1)P(\bar{B}_2)P(\bar{B}_3)P(B_4)\\&=0.4^3\times 0.6\times 2+0.6^3\times 0.4\times 2\\&=0.2496\end{aligned}$$

故$P(A_2+A_3+A_4)=1-P(A_0)-P(A_1)=0.6928$

解 65.(4). 系统若要工作，则D_1,D_2必须正常工作，且A,B,C中至少有一个正常工作.
A,B,C中至少有一个正常工作的概率为$P(A+B+C)=1-P(\bar{A}\bar{B}\bar{C})=1-(1-p_A)(1-p_B)(1-p_C)$
则系统正常工作的概率为$P=p_D^2P(A+B+C)=p_D^2(1-(1-p_A)(1-p_B)(1-p_C))$

解 65.(5). 当元件C故障时，系统若要正常工作，则A_1B_1,A_2B_2中至少有一条线路正常工作．此时系统正常工作的概率为：

$$\begin{aligned}P_1&=(1-p_C)P(A_1B_1+A_2B_2)\\&=(1-p_C)(P(A_1B_1)+P(A_2B_2)-P(A_1B_1A_2B_2))\\&=(1-p_C)(2p_Ap_B-p_A^2p_B^2)\end{aligned}$$

当元件C正常工作时，系统若要正常工作，则A_1,A_2中至少有一个正常工作，B_1,B_2中至少有一个正常工作．则此时系统正常工作的概率为：

$$\begin{aligned}P_2&=p_CP(A_1+A_2)P(B_1+B_2)\\&=p_C(1-P(\bar{A}_1\bar{A}_2)(1-P(\bar{B}_1\bar{B}_2)))\\&=p_C(1-(1-p_A)^2)(1-(1-p_B)^2)\end{aligned}$$

此答案 同 $2p_A(1-p_A)[1-(1-p_B)(1-p_Bp_C)]+p_A^2[1-(1-p_B)^2]$

故系统能正常工作的概率为$P=P_1+P_2=(1-p_C)(2p_Ap_B-p_A^2p_B^2)+p_C(1-(1-p_A)^2)(1-(1-p_B)^2)$

解 73. 记某人从北京飞抵芝加哥对应的事件为A，且选择从北京直飞芝加哥为事件B_1，选择从达拉斯转机为事件B_2．易知B_1,B_2为样本空间的一个分割.
$P(A|B_1)=1-(1-p)^2$，$P(A|B_2)=[1-(1-p)^2][1-(1-p)^3]$
$P(B_1)=1-(1-p)^2$，$P(B_2)=(1-p)^2$
由$Bayes$:

$$\begin{aligned}P(B_1|A)&=\frac{P(A|B_1)P(B_1)}{P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)}\\&=\frac{[1-(1-p)^2]^2}{[1-(1-p)^2]^2+[1-(1-p)^2][1-(1-p)^3](1-p)^2}\\&=\frac{1-(1-p)^2}{1-(1-p)^2+(1-p)^2[1-(1-p)^3]}\end{aligned}$$

解 76. *(1).* 设抽中有10份报名表的地区为事件A_1，抽中有15份报名表的地区为事件A_2，抽中有25份报名表的地区为事件A_3．记抽中女生报名表为事件B．则由全概率公式：
$P(B)=P(B|A_1)P(A_1)+P(B|A_2)P(A_2)+P(B|A_3)P(A_3)=\frac{3}{10}\times\frac{1}{3}+\frac{7}{15}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{29}{90}$
(2). 记抽中男生报名表为事件C，则$P(C)=1-P(B)$．要求$P(B|C)$．由贝叶斯公式：
$P(B|C)=\frac{P(BC)}{\sum_{i=1}^{3}P(C|A_i)P(A_i)}$
而$P(BC)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}+\frac{1}{3}\times\frac{7}{15}\times\frac{8}{14}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{20}{24}=\frac{2}{9}$，则$P(B|C)=\frac{20}{61}$

解 83. 记收到信号为"0"为事件A，真实信号为"0"事件B．则要求$P(B|A)$.

$$P(B|A)=\frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B)+P(A|\bar{B})P(\bar{B})}=\frac{0.98\times\frac{2}{3}}{0.98\times\frac{2}{3}+0.01\times\frac{1}{3}}=0.995$$