

4.18. 【T】

已知接收到的汉明码（按配偶原则配置）为：1100100,1100111,1100000,1100001则上述代码是否出错？第几位出错？

解：上述的四条数据都是接收到的数据，其中已经加了校验位。数据总共 7 位，其中从左往右第 1，2，4 位为校验码位，将四条数据分别列举如下：

① 1100100：

数据	1	1	0	0	1	0	0	
位标	C1	C2	D1	C4	D2	D3	D4	
位数	1	2	3	4	5	6	7	
P1	P1		P1		P1		P1	0
P2		P2	P2			P2	P2	1
P3				P3	P3	P3	P3	1

这种情况下，三个校验位对应三组，记为P1 ,P2, P3. 因为数据按配偶配置，因此检查每一组中的 1 的个数是否为偶数。P1包括第1,3,5,7位，P2包括第2,3,6,7位，P3包括第4,5,6,7位，

校验位的值为 $P3 \ P2 \ P1 = 110 = (6)_D$ ，因此数据第 6 位出错，正确数据应为(0110)_B。

② 1100111：

数据	1	1	0	0	1	1	1	
位标	C1	C2	D1	C4	D2	D3	D4	
位数	1	2	3	4	5	6	7	
P1	P1		P1		P1		P1	1
P2		P2	P2			P2	P2	1
P3				P3	P3	P3	P3	1

这种情况下，三个校验位对应三组，记为P1 ,P2, P3. 因为数据按配偶配置，因此检查每一组中的 1 的个数是否为偶数。P1包括第1,3,5,7位，P2包括第2,3,6,7位，P3包括第4,5,6,7位，

校验位的值为 $P3 \ P2 \ P1 = 111 = (7)_D$ ，因此数据第 7 位出错，正确数据应为(0110)_B。

③ 1100000：

数据	1	1	0	0	0	0	0	
位标	C1	C2	D1	C4	D2	D3	D4	
位数	1	2	3	4	5	6	7	
P1	P1		P1		P1		P1	1
P2		P2	P2			P2	P2	1
P3				P3	P3	P3	P3	0

这种情况下，三个校验位对应三组，记为P1 ,P2, P3. 因为数据按配偶配置，因此检查每一组中的 1 的个数是否为偶数。P1包括第1,3,5,7位，P2包括第2,3,6,7位，P3包括第4,5,6,7位，

校验位的值为 $P3 \ P2 \ P1 = 011 = (3)_D$ ，因此数据第 3 位出错，正确数据应为(1000)_B。

④ 1100001：

数据	1	1	0	0	0	0	1	
位标	C1	C2	D1	C4	D2	D3	D4	
位数	1	2	3	4	5	6	7	
P1	P1		P1		P1		P1	0
P2		P2	P2			P2	P2	0
P3				P3	P3	P3	P3	1

这种情况下，三个校验位对应三组，记为P1 ,P2, P3. 因为数据按配偶配置，因此检查每一组中的 1 的个数是否为偶数。P1包括第1,3,5,7位，P2包括第2,3,6,7位，P3包括第4,5,6,7位，

校验位的值为 $P3 \ P2 \ P1 = 100 = (4)_D$ ，因此数据第 4 位出错, 第四位为校验数。数据无误, 为(0001)_B。

4.20. 【T】

欲传送的二进制代码为 1001101, 用奇校验确定其对应的汉明码。若在第六位出错, 说明纠错过程。

解：先说明这个数据产生对应的奇校验汉明码的过程：

① 确定需要的校验位位数：

需要传输的数据为 7 位， $n = 7$ ，所以需要 k 位校验位，需要满足 $2^k > k + n = k + 7$

因此 $k = 4$ ，即需要四位校验位。

② 列表，将校验位填入第 1,2,4,8 个位置，其余从左到右填入待传输的数据的高位至低位：

将数据都划归为C1,C2,C3,C4四个校验数组中，每组所含元素在表中标出。

数据	C1	C2	1	C3	0	0	1	C4	1	0	1	
位标	C1	C2	D1	C3	D2	D3	D4	C4	D5	D6	D7	
位数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
C1	C1		C1		C1		C1		C1		C1	
C2		C2	C2			C2	C2			C2	C2	
C3				C3	C3	C3	C3					
C4								C4	C4	C4	C4	

③ 根据 C1,C2,C3,C4 每组中 1 的个数，若是偶数则校验位填 1，若是奇数则填 0，以确保每一组中 1 的个数为奇数（连校验数一起）。于是数据行变更为：

数据	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--

至此，原数据的汉明码已经产生，产生后的码字为：

10100011101

以下说明若传输过程中第六位发生错误，汉明码的纠错过程：

10100011101 → 10100111101

将数据列于下表，收到数据为 10100111101，写入下表并计算 P1,P2,P3,P4：

凡是一组中有奇数个 1 的，则这组无误， $P_i = 0$ ，若有偶数个 1，则这组出错 $P_i = 1$

数据	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	
位标	C1	C2	D1	C3	D2	D3	D4	C4	D5	D6	D7	
位数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
P1	P1		P1		P1		P1		P1		P1	0
P2		P2	P2			P2	P2			P2	P2	1
P3				P3	P3	P3	P3					1
P4								P4	P4	P4	P4	0

再将校验数排成一列，得到 $P_4 P_3 P_2 P_1 = 0110 = (6)_B$

说明整个数据的第六位发生错误，由于是二进制数据，只需将第六位取反则完成纠错：

10100111101 → 10100011101

4.22. 【T】

有一个(7,4)码，生成多项式 $G(x) = x^3 + x + 1$ ，写出代码 1001 的循环冗余校验码。

解：(7,4) 码，即 CRC 码为 7 位，信息码为 4 位

- ① 首先把生成多项式转换成二进制数，由 $G(x) = x^3 + x + 1$ ，可以知道，它一共是 4 位（总位数等于最高位的幂次加 1），然后根据多项式各项的含义（多项式只列出二进制值为 1 的位），可得它的二进制比特串为 1011.
- ② 生成多项式的位数为 4，得知 CRC 校验码的位数为 3（校验码的位数比生成多项式的位数少 1）。因为原数据帧1001，将它左移三位以空出校验码位，得到1001000，然后把这个数以“模 2 除法”方式除以 1001生成多项式，得到的余数(必须为 3 位，不足用 0 补齐)，即 CRC 校验码。

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc} & & & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \\
 \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \bigg| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \\
 \begin{array}{cccc} & & & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cccc} & & & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \\
 \begin{array}{cccc} & & & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cccc} & & & & 1 & 1 & 0 \end{array}
 \end{array}$$

因此代码 1001 的循环冗余校验码为 1001110