$$\frac{\partial u}{\partial y} + a(x,y)u = 0$$

$$\left(\frac{\partial u}{u} = -a(x,y)\,\partial y\right) \quad \frac{\partial y}{\partial y} \quad \frac{dy}{dy}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{u} = -a(x,y)\,dy \qquad \frac{du}{dy} = k \qquad \frac{du}{dy} : \frac{du}{dy}$$

$$u = u(y) \qquad +c$$

$$+f(x) \qquad \Longleftrightarrow du = k\,dy$$

$u|_{r=r_0}$ ②

定解条件：

① 初始条件：关于 t 一个数由 t 的偏导数的阶数决定

② 边界条件：关于坐标变量：x . y. z

r . θ φ.

由边界的形状决定

③ 有界：$0 \le x \le l$ 2个 $\begin{cases} u|_{x=0} \\ u|_{x=l} \end{cases}$

例：$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ $(t>0)$

②：$\begin{cases} u|_{t=0} \\ u_t|_{t=0} \end{cases}$

① 无界：$\frac{\partial u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ $-\infty < x < +\infty$

⟹ 边界条件个数：0

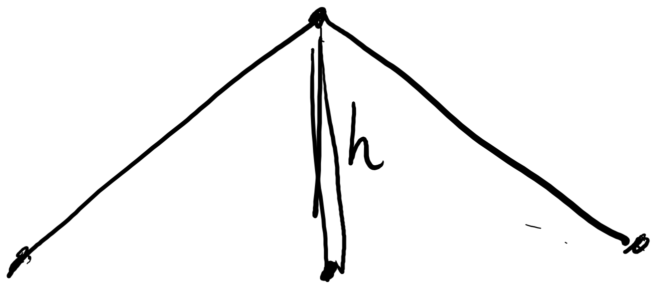
② 半无界：$0 \le x \le +\infty$

0

1个 $u|_{x=0}$

① $\frac{\partial u}{\partial t}$：

$u|_{t=0} = \cdots$



$u\big|_{t=0} =$

$u_t\big|_{t=0} = 0$

$u|_{t=0}$ = 初始位移

$u_t|_{t=0}$ = 初始速度

$0 \le x \le l$

$u_x|_{t=0} =$

$u =$
$$\begin{cases} u|_{x=0} = \\ u|_{x=l} = \end{cases}$$

9. (2) $x > 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \text{半直线} \text{——} \dfrac{\partial u}{\partial t} + a\dfrac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial u}{\partial \eta} = 0 \quad \begin{cases} \xi = x - at \\ \eta = t \end{cases} \end{cases}$

(3) $\Delta_3 u = 0$

ω_n ...

(x_0, y_0, z_0) : $\dfrac{1}{\quad (\quad)^{2}}$

10. $(t > 0, \ -\infty < x < +\infty)$

$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + a\dfrac{\partial u}{\partial x} = f(t, x) \\ u|_{t=0} = \varphi(x) \end{cases}$

0

$\Downarrow$

① 看方程的形式：齐次化原理

② $\begin{cases} \text{非齐次方程} \\ \text{定解条件非齐次} \end{cases}$

$\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

$f(x-at) + g(x+at)$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + a\dfrac{\partial u}{\partial x} = f(t,x) \\ u|_{t=0} \end{cases}$$

$\varphi(x)$

$$\Rightarrow u_1: \begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial t} + a\dfrac{\partial u_1}{\partial x} = 0 \\ u_1|_{t=0} = \varphi(x) \end{cases}$$

$$u_2 \begin{cases} \dfrac{\partial u_2}{\partial t} + a\dfrac{\partial u_2}{\partial x} = f(t,x) \\ u_2|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

$$u = u_1 + u_2$$

① 叠加原理：（非齐次方程 + 非齐次的条件）（初始、边界）

$u = u_1 + u_2$

⇒ 非齐次方程 + 非齐次条件

⇒ { 齐次方程
非齐次条件

1) 齐次方程 + 齐次条件 + 齐次

2) 非齐次发展方程 + 齐次条件：齐次化原理

3) 齐次方程 + 非齐次条件 （ ______
$u|_{t=0}=\varphi(x)$ ...

② 齐次化原理：

+ { 非齐次方程
齐次条件

$u = u_1 + u_2$

分离变量法

1)理解

齐次化原理：冲量原理 $f\cdot\Delta t=m\cdot\Delta v$

① ~~条件~~ 功能：非齐次的发展方程

适用范围 $\boxed{f(t,x)}$ t 叠加…… 非齐次 → 齐次

② 条件：初始条件齐次 !!! (非齐次

③ 注意：定义域变化 $u:(t>0)$ $(t>0)$

$\omega:(t>\tau)$

$w\big|_{t=\tau}=0\ ,\ w_t\big|_{t=\tau}=f(\tau,x)$

$\leftarrow\ \omega(t,x,\tau)$

1. 概念 ⟹ 了解

2. 方程的书写： 微元法、

$\Delta = -$

3. 定解条件 ① 初始：

② 边界条件 ……

4. 求解：

通解法

① 6.(1) $\frac{\partial u}{\partial y} + a(x,y)\cdot u = 0$

可化为变量分离型

可以直接积分 - -

② 可化为①

6.(2) $u_{xy} + u_y = 0$

$P = u_y$: $P_x + P = 0$

$\frac{dP}{P} = -1$

③ 可通过变量代换转化为①②

$$(\cancel{*})\quad \frac{dy}{dx} = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - AC}}{A}$$

$(A,\ 2B,\ C)$

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\Rightarrow \xi = x - at$$
$$\eta = x + at$$

因析 ① ②

$$(*):\quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - a\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial}{\partial t} + a\frac{\partial}{\partial x}\right)u = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = 0$$

$\frac{\partial}{\partial \xi}$ $\quad \frac{\partial}{\partial \eta}$

$\int\int$

行波法：

① 基本：一维无界波动 ——

② 可转化：、半无界 - —— -

3.4

9.(2) 三维对称 - - - -

x>0

Φ

x<0

延拓

⇒

$u =$ —— 奇

u_x —— 偶