

## HW 6

1. 我们对钢条切割问题进行一点修改, 除了切割下的钢条段具有不同价格  $p_i$  外, 每次切割还要付出固定的成本  $c$ 。这样, 切割方案的收益就等于钢条段的价格之和减去切割的成本。设计一个动态规划算法解决修改后的钢条切割问题。

2. 给定一个有向无环图  $G = (V, E)$ , 边权重为实数, 给定图中两个顶点  $s$  和  $t$ 。设计动态规划算法, 求从  $s$  到  $t$  的最长加权简单路径。

3. 在最优二叉搜索树问题中, 若给定 7 个关键字的概率如下所示, 求其最优二叉搜索树的结构和代价. ( $p, q$  定义和课本相同)。

i	0	1	2	3	4	5	6	7
$p_i$		0.04	0.06	0.08	0.02	0.10	0.12	0.14
$q_i$	0.06	0.06	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05

4. 一位公司主席正在向 Stewart 教授咨询公司聚会方案。公司的内部结构关系是层次化的, 即员工按主管-下属关系构成一棵树, 根结点为公司主席。人事部按“宴会交际能力”为每个员工打分, 分值为实数。为了使所有参加聚会的员工都感到愉快, 主席不希望员工及其直接主管同时出席。

公司主席向 Stewart 教授提供公司结构树, 采用左孩子右兄弟表示法 (参见课本 10.4 节) 描述。每个节点除了保存指针外, 还保存员工的名字和宴会交际评分。设计算法, 求宴会交际评分之和最大的宾客名单。分析算法复杂度。

5. 设计一个高效的算法, 对实数线上给定的一个点集  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 求一个单位长度闭区间的集合, 包含所有给定的点, 并要求此集合最小。证明你的算法是正确的。

6. 考虑用最少的硬币找  $n$  美分零钱的问题。假定每种硬币的面额都是整数。设计贪心算法求解找零问题, 假定有 25 美分、10 美分、5 美分和 1 美分四种面额的硬币。证明你的算法能找到最优解。