

Homework 1

1. 考虑以下查找问题：

输入： n 个数的一個序列 $A = a_1, a_2, \dots, a_n$ 和一个值 v .

输出： 下标 i 使得 $v = A[i]$ 或者当 v 不在 A 中出现时, v 为特殊值 NIL .

(a). 写出**线性查找**的伪代码, 它扫描整个序列来查找 v . 使用一个 Loop Invariant (循环不变式) 来证明你的算法是正确的.

(b). 假定 v 等可能的为数组中的任意元素, 平均需要检查序列的多少元素? 最坏情况又如何呢? 用 Θ 记号给出线性查找的平均情况和最坏运行时间.

2 假定 $f(n)$ 与 $g(n)$ 都是渐进非负函数, 判断下列等式或陈述是否一定是正确的, 并简要解释你的答案

a $f(n) = O(f(n)^2)$.

b $f(n) + g(n) = \Theta(\max(f(n), g(n)))$.

c $f(n) + O(f(n)) = \Theta(f(n))$.

d if $f(n) = \Omega(g(n))$, then $f(n) = o(g(n))$. (注意是小 o)

3 证明 $\lg(n!) = \Theta(n \lg(n))$ (课本等式 3.19), 并证明 $n! = \omega(2^n)$ 且 $n! = o(n^n)$.

4 使用代入法证明 $T(n) = T(\lceil n/2 \rceil) + 1$ 的解为 $O(\lg n)$.

5 对递归式 $T(n) = T(n-a) + T(a) + cn$, 利用递归树给出一个渐进紧确解, 其中 $a \geq 1$ 和 $c > 0$ 为常数.

6 对下列递归式, 使用主方法求出渐进紧确解:

(a). $T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$

(b). $T(n) = 2T(n/4) + n^2$.

7 主方法能应用于递归式 $T(n) = 4T(n/2) + n^2 \lg n$ 吗? 请说明为什么可以或者为什么不可以. 给出这个递归式的一个渐进上界.