

## Homework 9

1. 给出一种 2-SAT 问题的多项式解法。
2. 设  $G = (V, E)$  是一个无向图，其中是每条边  $(u, v) \in E$  具有不同的权值  $\omega(u, v)$ 。对每个顶点  $v \in V$ ，设  $\max(v) = \arg \max_{(u, v) \in E} \{\omega(u, v)\}$  是与顶点  $v$  相关联的最大权值边。设  $S_G = \{\max(v) : v \in V\}$  表示与各个顶点相关联的最大权值边的集合， $T_G$  表示图  $G$  的最大权值生成树。对任意的边集  $E' \subseteq E$ ，定义  $\omega(E') = \sum_{(u, v) \in E'} \omega(u, v)$ 。
  - a. 给出一个至少包含 4 个顶点的图，使其满足  $S_G = T_G$ 。
  - b. 给出一个至少包含 4 个顶点的图，使其满足  $S_G \neq T_G$ 。
  - c. 证明：对任意的图  $G$ ， $S_G \subseteq T_G$ 。
  - d. 证明：对任意的图  $G$ ， $\omega(S_G) \geq \omega(T_G)/2$ 。
  - e. 给出一个  $O(V + E)$  时间算法，用于计算 2 近似的最大生成树。