

Homework 4

1. 红黑树:

(a) 将关键字 41, 38, 31, 12, 19, 8 连续地插入一棵初始为空的红黑树之后, 试画出该结果树。

(b) 对于 (a) 中得到的红黑树, 依次删除 8, 12, 19, 试画出每次删除操作后的红黑树。

2. 假设我们希望记录一个区间集合的最大重叠点, 即被最多数目区间所覆盖的那个点。

(a) 证明: 在最大重叠点中, 一定存在一个点是其中一个区间的端点。

(b) 设计一个数据结构, 使得它能够有效地支持 INTERVAL-INSERT、INTERVAL-DELETE, 以及返回最大重叠点的 FIND-POM 操作。

3. (斐波那契堆删除操作的另一种实现) Pisano 教授提出了下面的 FIB-HEAP-DELETE 过程的一个变种, 声称如果删除的结点不是由 $H.min$ 指向的结点, 那么该程序运行地更快。

PISANO-DELETE(H, x)

```
1: if  $x == H.min$  then
2:   FIB-HEAP-EXTRACT-MIN( $H$ )
3: else
4:    $y = x.p$ 
5:   if  $y \neq NIL$  then
6:     CUT( $H, x, y$ )
7:     CASCADING-CUT( $H, y$ )
8:   add  $x$ 's child list to the root list of  $H$ 
9:   remove  $x$  from the root list of  $H$ 
```

(a) 该教授的声称是基于第 8 行可以在 $O(1)$ 实际时间完成的这一假设, 它的程序可以运行的更快。该假设有什么问题吗?

(b) 当 x 不是由 $H.min$ 指向时, 给出 PISANO-DELETE 实际时间的一个好 (紧凑) 上界。你给出的上界应该以 $x.degree$ 和调用 CASCADING-CUT 的次数 c 这两个参数来表示。