Homework 4

PB17000297 罗晏宸

March 22 2020

1 Exercise 7.13

本题考虑子句和蕴涵语句之间的关系。

a 证明子句 $(\neg P_1 \vee \cdots \vee \neg P_m \vee Q)$ 逻辑等价于蕴涵语句 $(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow Q$。

b 证明每个子句（不管正文字的数量）都可以写成 $(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_1 \vee \cdots \vee Q_n)$ 的形式，其中 P_i 和 Q_i 都是命题词。由这类语句构成的知识库是表示为**蕴涵范式**或称 **Kowalski 范式**（Kowalski, 1979）。

c 写出蕴涵范式语句的完整归结规则。

解

a

证明. 由 De Morgan 律，有

$$(\neg P_1 \vee \cdots \vee \neg P_m \vee Q) \equiv (\neg(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \vee Q)$$

由蕴涵消去，有

$$(\neg(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \vee Q) \equiv ((P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow Q)$$

□

b

证明. 对于一个子句，假设其中有 n 个正文字，分别为 $Q_1, Q_2, \cdots, Q_n$，有 m 个负文字，分别为 $\neg P_1, \neg P_2, \cdots, \neg P_m$，则这个子句可以表示为

$$\neg P_1 \vee \cdots \vee \neg P_m \vee Q_1 \vee \cdots \vee Q_n$$

，由上可知

$$(\neg P_1 \vee \cdots \vee \neg P_m \vee Q_1 \vee \cdots \vee Q_n) \equiv ((P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_1 \vee \cdots \vee Q_n))$$

□

c 应用于蕴涵范式的全归结规则如下：

$$\frac{(p_1 \wedge \cdots \wedge p_m) \Rightarrow (q_1 \vee \cdots \vee q_n), \qquad (r_1 \wedge \cdots \wedge r_l) \Rightarrow (s_1 \vee \cdots \vee s_k)}{(p_1 \wedge \cdots \wedge p_{i-1} \wedge p_{i+1} \wedge \cdots \wedge p_m \wedge r_1 \wedge \cdots \wedge r_l) \Rightarrow (q_1 \vee \cdots \vee q_n \vee s_1 \vee \cdots \vee s_{j-1} \vee s_{j+1} \vee \cdots \vee s_k)}$$

其中每一个 p,q,r,s 都是文字，且 $p_i = s_j$。

2 Supplementary Exercise

证明 Forward Chaining algorithm 的完备性

解

证明. 前向链接是完备的即每个被蕴涵的原子语句都可以推导得出。考察 *inferred* 表的最终状态（在算法到达不动点以后，不会再出现新的推理）。该表把推导出的每个符号设为 *true*，而其他符号为 *false*。可以把此表看作一个逻辑模型；而且，原始 KB 中的每个限定子句在该模型中都为真。假设相反的情况成立，即某个子句 $a_1 \wedge \cdots \wedge a_k \Rightarrow b$ 在此模型下为假。那么 $a_1 \wedge \cdots \wedge a_k$ 在模型中必须为真，b 必须为假。但这与算法已到达一个不动点的假设矛盾。因此在不动点推导出的原子语句集定义了原始 KB 的一个模型。更进一步，被 KB 蕴涵的任一原子语句 q 在它的所有模型中为真，尤其是这个模型。因此每个被蕴涵的语句 q 都可以被算法推导得出。 □