Homework 5

PB17000297 罗晏宸

March 29 2020

1 Exercise 8.17

解释下面给出的 Wumpus 世界中相邻方格的定义存在什么问题:

$$\forall x, y \quad Adjacent([x, y], [x + 1, y]) \land Adjacent([x, y], [x, y + 1])$$

解 这样的定义仅考虑了坐标轴正方向上的相邻,但实际上相邻关系是无向的(即对称的);另外定义没有考虑到世界边界的作用关系,可能会给出在实际问题中不存在的相邻关系。

一个更合理的定义是

$$\forall 1 \leqslant x < 4, 1 \leqslant y < 4$$

$$Adjacent([x, y], [x + 1, y]) \land Adjacent([x + 1, y], [x, y])$$

$$\land Adjacent([x, y], [x, y + 1]) \land Adjacent([x, y + 1], [x, y])$$

2 Exercise 8.24

用一个相容的词汇表(需要你自己定义)在一阶逻辑中表示下列语句:

- a. 某些学生在 2001 年春季学期上法语课
- b. 上法语课的每个学生都通过了考试
- c. 只有一个学生在 2001 年春季学期上希腊语课
- d. 希腊语课的最好成绩总是比法语课的最好成绩高

- e. 每个买保险的人都是聪明的
- f. 没有人会买昂贵的保险
- g. 有一个代理, 他只卖保险给那些没有投保的人
- h. 镇上有一个理发师, 他给所有不自己刮胡子的人刮胡子
- i. 在英国出生的人,如果其双亲都是英国公民或永久居住者,那么此 人生来就是一个英国公民
- *j.* 在英国以外的地方出生的人,如果其双亲生来就是英国公民,那么此人血统上是一个英国公民
- k. 政治家可以一直愚弄某些人,也可以在某个时候愚弄所有人,但是 他们无法一直愚弄所有的人

解 设计如下的词汇表:

- Student(x) 表示 x 是学生
- Select(x, c, s) 表示学生 x 在 s 学期上 c 课
- Pass(x,c,s) 表示在 s 学期上 c 课的学生 x 通过了考试
- Grade(x,c,s) 表示在 s 学期上 c 课的学生 x 的成绩
- Person(x) 表示 x 是正常人
- Smart(x) 表示 x 是聪明的
- Policy(x) 表示 x 是保险
- Expensive(x) 表示 x 是昂贵的
- *Agent(x)* 表示 *x* 是代理
- *Insured(x)* 表示 x 已被投保
- Buy(x,y,g) 表示 x 向 y 购买了 g
- Sell(x, y, g) 表示 x 把 g 卖给了 y
- Barber(x) 表示 x 是理发师

- Shave(x,y) 表示 x 给 y 刮胡子
- Born(x,c) 表示 x 在国家 c 出生
- Parent(x, y) 表示 $x \in y$ 的双亲之一
- Citizen(x,c,b) 表示 x 基于 b 是国家 c 的公民
- Resident(x,c) 表示 x 是国家 c 的永久居住者
- Politician(x) 表示 x 是政治家
- Fool(x, y, t) 表示 x 在 t 时刻愚弄了 y

给出上述语句的表示

- a. $\exists x \; Student(x) \land Select(x, French, 2001Spring)$
- b. $\forall x, s \quad Student(x) \land Select(x, French, s) \Rightarrow Pass(x, French, s)$
- c. $\forall x \ Student(x) \land Select(x, Greek, s) \land (\forall y \ y \neq x \Rightarrow \neg Select(y, Greek, 2001Spring))$
- d. $\forall s \; \exists x \; \forall y \; Grade(x, Greek, s) > Grade(y, French, s)$
- $e. \ \forall x, p, a \ Person(x) \land Policy(p) \land Agent(a) \land Buy(x, a, p) \Rightarrow Smart(x)$
- $f. \ \forall x, p, a \ Person(x) \land Policy(p) \land Expensive(p) \Rightarrow \neg Buy(x, a, p)$
- g. $\exists a \quad Agent(a) \land \Big(\forall x, p \ \big(Policy(p) \land Sell(a, x, p) \big) \Rightarrow \Big(Person(x) \land \neg Insured(x) \big) \Big)$
- h. $\exists x \; Barber(x) \land (\forall y \; Person(y) \land \neg Shave(y, y) \Rightarrow Shave(x, y))$
- $i. \ \forall x \ Person(x) \land Born(x, \mathit{UK}) \land \bigg(\forall y \ Parent(y, x) \land \Big(\big(\exists b \ \mathit{Citizen}(y, \mathit{UK}, b) \big) \lor \\ Resident(y, \mathit{UK}) \bigg) \bigg) \Rightarrow \mathit{Citizen}(x, \mathit{UK}, "Birth")$
- $j. \ \forall x \ Person(x) \land \neg Born(x, \mathit{UK}) \land \Big(\forall y \ Parent(y, x) \land \big(\exists b \ \mathit{Citizen}(y, \mathit{UK}, b) \big) \Big) \Rightarrow Citizen(x, \mathit{UK}, \mathit{"Descent"})$
- k. $\forall x \quad Politician(x) \Rightarrow (\exists y \ \forall t \ Person(y) \land Fool(x, y, t)) \land (\exists t \ \forall y \ Person(y) \land Fool(x, y, t)) \land \neg (\forall t \ \forall y \ Person(y) \land Fool(x, y, t))$

3 Exercise 9.3

假定知识库中只包括一条语句: $\exists x As High As(x, Everest)$,下列哪个语句是应用存在量词实例化以后的合法结果?

- a. AsHighAs(Everest, Everest)
- b. AsHighAs(Kilimanjaro, Everest)
- c. $AsHighAs(Kilimanjaro, Everest) \land AsHighAs(BenNevis, Everest)$

解 语句 b 和 c 都是合法的结果, a 不合法的原因是替换变元的应当是从 未在知识库中出现过的常量符号, 而不是已经出现过的 *Everest*。

4 Exercise 9.4

对于下列每对原子语句,如果存在,请给出最一般合一置换:

- a. P(A, B, B), P(x, y, z)
- b. Q(y, G(A, B)), Q(G(x, x), y)
- $c. \ Older(Father(y), y), \ Older(Father(x), John)$
- d. Knows(Father(y), y), Knows(x, x)

解 可能的合一置换结果如下所示

- a. $\{A/x, B/y, B/z\}$
- b. 合一失败, x 不能同时取 A 和 B
- c. $\{y/John, x/John\}$
- d. 合一失败,发生检验中 y 和 Father(y) 无法合一

5 Exercise 9.6

写出下列语句的逻辑表示,使得它们适用一般化假言推理规则:

- a. 马、奶牛和猪都是哺乳动物
- b. 一匹马的后代是马
- c. Bluebeard 是一匹马
- d. Bluebeard 是 Charlie 的家长
- e. 后代和家长是逆关系
- f. 每个哺乳动物都有一个家长

解

- *Horse*(x) 表示 x 是马
- Cow(x) 表示 x 是奶牛
- Pig(x) 表示 x 是猪
- *Mammal(x)* 表示 *x* 是哺乳动物
- Descendant(x,y) 表示 $x \in y$ 的后代
- Parent(x,y) 表示 $x \in y$ 的家长

逻辑表示如下

- $a. \; Horse(x) \Rightarrow Mammal(x)$ $Cow(x) \Rightarrow Mammal(x)$ $Pig(x) \Rightarrow Mammal(x)$
- b. $Descendant(x, y) \land Horse(y) \Rightarrow Horse(x)$
- c. Horse(Bluebeard)
- d. Parent(Bluebeard, Charlie)

- e. $Descendant(x, y) \Rightarrow Parent(y, x)$ $Parent(x, y) \Rightarrow Descendant(y, x)$
- f. $Mammal(x) \Rightarrow Parent(Gen(x), x)$,其中 Gen(x) 是一个 Skolem 范式

6 Exercise 9.13

本题中需要用到你在习题 9.6 中写出的语句,运用反向链接算法来回答问题

- \mathbf{a} 画出用穷举反向链接算法为查询 $\exists hhorse(h)$ 生成的证明树,其中子句按照给定的顺序进行匹配
 - b 对于本邻域, 你注意到了什么?
 - \mathbf{c} 实际上从你的语句中得出了多少个 h 的解?
 - d 你是否可以想出一种方法找出所有的解?

解

- a 如图1所示。
- **b** 注意到树中出现的无限延伸,这实际上是由于规则子句的顺序引起的,可以通过在规则 $Descendant(x,y) \wedge Horse(y) \Rightarrow Horse(x)$ 之前指定匹配顺序来得到解,但是如果要求穷举所有的解,那与子句顺序无关,循环一定会发生。
 - c 实际上得到了 Bluebeard 和 Charlie 两个解。
- d 用堆栈维护子目标是否在搜索路径中出现过,当出现循环时,搁置该目标的证明,尝试证明其他所有分支,使用得到的解决方案作为该目标的解决方案,再继续对其证明以找到不同的解决方案,如果没有来自其他分支的解决方案使得该子目标成立,那么就认为其失败。

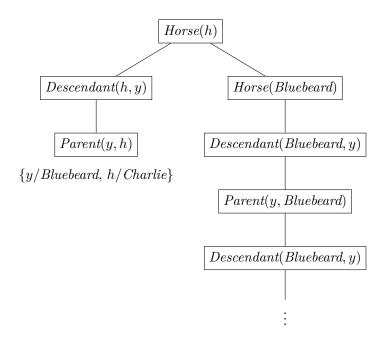


图 1: 反向链接构造的证明树。其中 Parent(y, Bluebeard) 和 Descendant(Bluebeard, y) 将会无限重复,无法到达树枝