



Faculté de génie
Département de génie mécanique

PROJET DE SESSION
MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS DU COMPORTEMENT SOUS
CHARGES EXCENTRIQUES DE COLONNES EN BETON ARME DE
BARRES EN POLYMERES RENFORCES DE FIBRES DE VERRE ET
RENFORCEES DE TUBES EN MATERIAUX COMPOSITES

Méthode des éléments finis
GCI-770

Présenté à :
Ahmed Kallel, Radhouane Masmoudi

Présenté par :

Sylane CAMPAN-cams5206

Table des matières

A.	INTRODUCTION	3
B.	OBJECTIFS	4
C.	ÉQUATIONS GOUVERNANTES ET FORMULATION VARIATIONNELLE	5
D.	LA FORMULATION DES ÉQUATIONS D'ÉLÉMENTS FINIS	9
1.	Maillage	9
2.	Fonction d'interpolation	10
3.	Résolution du modèle	12
E.	LE MODÈLE À L'AIDE DU LOGICIEL ANSYS	15
1.	Définition de la géométrie	15
2.	Définition des matériaux	17
3.	Maillage	18
4.	Conditions de simulation	19
F.	PRÉSENTATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS OBTENUS	20
1.	Résultats obtenus	20
a.	Contraintes	21
b.	Déformations	24
c.	Force de réaction	27
d.	Déplacement	28
e.	Observations	29
2.	Comparaison avec les données expérimentales	30
3.	Effet du diamètre du tube en matériau composites	31
a.	Contraintes	32
b.	Déformations	35
c.	Force de réaction	38
d.	Déplacement	39
e.	Observations	41
G.	CONCLUSION	41
	Table des illustrations	42
	Références	43

A. INTRODUCTION

La méthode des éléments finis (ou finite element method en anglais) est une méthode d'analyse numérique utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles.

Elle est utilisée dans un grand nombre de domaines de l'ingénierie et permet de trouver des solutions à des systèmes numériques dans des cas où des solutions analytiques n'existeraient pas ou encore seraient trop coûteuses à résoudre en termes de mémoire ou de temps de calcul.

La méthode des éléments finis permet de résoudre des équations aux dérivées partielles de manière discrète. La discrétisation du problème consiste à « découper » le domaine d'étude en plusieurs « morceaux » (ce que l'on appelle un maillage) et de résoudre le problème selon la géométrie de ce morceau, il est donc nécessaire que les éléments du maillage s'approchent de la géométrie du domaine du problème.

Sur chacun des éléments, il est possible de linéariser l'équation aux dérivées partielles, c'est-à-dire de remplacer l'équation aux dérivées partielles par un système d'équation linéaires, qui peut à son tour être représenté sous la forme de matrices. On obtient donc une matrice par élément. Chacune de ces matrices est rassemblée dans une matrice globale qui décrit l'ensemble du problème. Ce rassemblement est primordial pour pouvoir respecter les conditions aux limites qui s'appliquent pour l'ensemble du système à résoudre.

Les équations aux dérivées partielles se résolvent aux nœuds du maillage, la solution est donc calculée en plusieurs points donnés et non à tous les points comme le ferait une solution analytique. La discrétisation du problème nécessite l'utilisation de fonctions d'interpolations pour pouvoir déterminer en tout point des valeurs connues en certains points.

La méthode des éléments finis expose différentes sources d'erreur par rapport aux solutions réelles.

La principale source d'erreur se trouve sur le choix de maillage. La technique principale consiste à choisir un maillage fin pour les zones critiques et un maillage plus grossier pour les zones ne nécessitant pas d'être précis.

B. OBJECTIFS

Le but du projet consiste à appliquer la méthode des éléments sur un problème mécanique : L'effet d'une charge excentrique sur une colonne de béton armé de barres polymères en fibre de verre et renforcées de tubes en matériaux composites.

Le système se présente de cette façon :

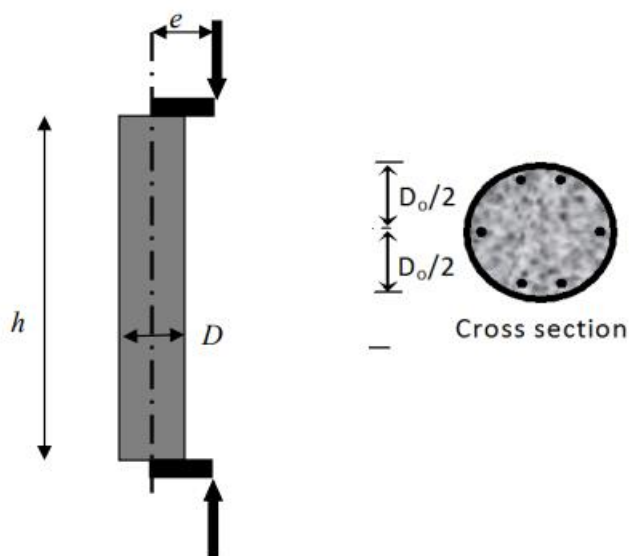


FIGURE B-1 : FIGURE MODELISANT LE PROBLEME

L'assemblage à étudier est celui présenté ci-dessus, il se découpe en plusieurs pièces principales :

- Une barre de béton, modélisable par un cylindre de diamètre D et de h
- L'armature de la barre de béton : 6 barres de polymères en fibre de verre équidistantes du centre de la barre de béton, chaque barre est elle aussi modélisable par un cylindre de hauteur h et de diamètre d
- Des supports placés aux extrémités de la barre de béton seront les pièces où sera appliqué la force. Cette force est excentré d'une distance e . Les supports seront modélisés par des pavés.

L'objectif de ce projet est dans un premier temps de modéliser ce problème sous un logiciel des éléments fini, puis dans un second temps d'observer les effets de la charge excentrique sur l'assemblage, pour enfin comparer les résultats obtenus par le modèle numérique avec l'étude expérimentale réalisée par Hamdy Mohamed et Radhouane Masmoudi, du département de génie civil de l'Université de Sherbrooke (Mohamed & Masmoudi, 2009) pour pouvoir évaluer la pertinence du modèle numérique réalisé.

La modélisation du problème par la méthode des éléments fini a été réalisée à l'aide du logiciel Ansys dont la licence a été fournie par l'université de Sherbrooke.

C. ÉQUATIONS GOUVERNANTES ET FORMULATION VARIATIONNELLE

L'approche variationnelle est l'une des possibilités utilisables pour établir les équations d'équilibre gouvernantes d'un système.

Lorsque les déplacements sont utilisés comme variables d'état, Π est le potentiel total ou l'énergie potentielle totale :

$$P = U - W$$

Avec U est l'énergie de déformation du système et W est l'énergie potentiel des charges. La solution des variables d'état correspond dans ce cas au minimum de Π .

L'essentiel de l'approche est de calculer le potentiel Π du système et d'invoquer le stationnaire de Π , c'est-à-dire, $dP = 0$ par rapport aux variables d'état.

La formulation vibrationnelle permet de générer et prendre en compte quelques conditions aux frontières. Cette formulation est très pratique dans la résolution d'équations aux dérivées partielles puisque que les conditions aux limites sont nécessaires pour évaluer les constantes d'intégration des solutions de notre problème.

Dans les formulations variationnelles, nous allons utiliser le symbole variationnel : δ

La première variation de F est définie comme :

$$\delta F = \frac{\partial F}{\partial v} \delta v + \frac{\partial F}{\partial (dv/dx)} \delta \left(\frac{dv}{dx} \right) + \dots + \frac{\partial F}{\partial (d^p v/dx^p)} \delta \left(\frac{d^p v}{dx^p} \right)$$

Ce qui donne au variationnel les propriétés suivantes :

$$\frac{d^n(\delta v)}{dx^n} = \delta \left(\frac{d^n v}{dx^n} \right)$$

$$\delta (F + Q) = \delta F + \delta Q$$

$$\delta(FQ) = (\delta F)Q + F(\delta Q)$$

$$\delta(F)^n = n (F)^{n-1} \delta F$$

$$\delta \int F(x) dx = \int \delta F(x) dx$$

Dans le cas de notre barre, que l'on simplifie, on a :

$$P = U - W$$

On note (A) la section de la barre, (b) la force par unité de longueur de la tige, et la force de compression de la tige (F)

On simplifie de notre système afin qu'il soit plus simple à analyser, On choisit cette géométrie :

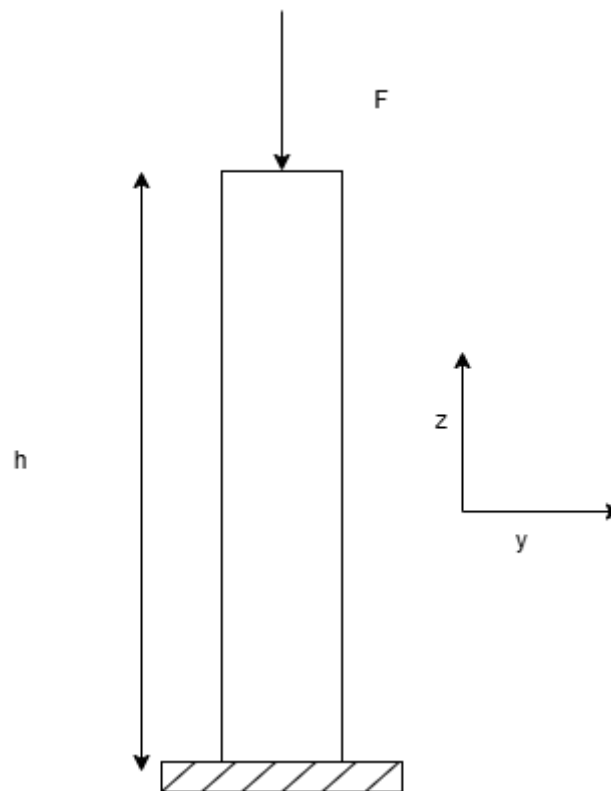


FIGURE C-1 : SCHEMA SIMPLIFIE DU PROBLEME

Avec l'énergie de déformation :

$$U = \int_v \frac{1}{2} \varepsilon \sigma dV = \int_0^h \frac{1}{2} (Eu)' u' A dz$$

Avec

$$\sigma = E \varepsilon, \varepsilon = \frac{du}{dz}, dV = A dz$$

Ce qui donne :

$$U = \int_0^h \frac{1}{2} EA u' u' dz$$

Et le travail extérieur :

$$W = \int_0^h b u dz + F u(L)$$

Le variationnel est donc :

$$P = U - W = \int_0^h \frac{1}{2} EA u' u' dz - \int_0^h b u dz - F u(L)$$

On invoque le système stationnaire tel que $dP = 0$:

$$\int_0^h \frac{1}{2} EA (u' \delta u' + \delta u' u') dz - \int_0^h b \delta u dz - F \delta u(L) = 0$$

$$\int_0^h EA \delta u' u' dz - \int_0^h b \delta u dz - F \delta u(L) = 0$$

En intégrant par parties le 1er terme :

$$-EA \int_0^h u'' \delta u dz + [EA u' \delta u]_0^h - b \int_0^h \delta u dz - F \delta u(L) = 0$$

Comme le support inférieur est encastré : on a $\delta u(0) = 0$ et l'équation devient :

$$-\int_0^h (EA u'' + b) \delta u dz + (EA u' - F) \delta u(L) = 0$$

On obtient alors deux équations différentielles gouvernantes :

$$EA\,u'' + b = 0 \; , \qquad 0 \leq z \leq h$$

$$EA\,u' = F \; , \quad z = L$$

D. LA FORMULATION DES ÉQUATIONS D'ÉLÉMENTS FINIS

Comme évoqué dans l'introduction, la méthode des éléments finis consiste à séparer notre domaine d'étude en plusieurs éléments et de les traiter de manière individuelle.

On simplifie le problème pour raisonner en 2 dimensions et simplifier les calculs, on choisira de se placer dans le plan (y, z) pour avoir un repère similaire qui met associe l'axe vertical à z .

On reprendra la figure utilisée pour formuler le vibrationnel.

1. Maillage

La première étape de la méthode des éléments finis consiste à discrétiser le milieu, on divise le domaine en un certain nombre d'éléments qui contiennent un certain nombre des nœuds. La résolution du problème ne pourra se faire qu'aux emplacements des nœuds, ce sont les degrés de liberté.

Toujours par soucis de simplification du système, on choisira un maillage très simple de manière à pouvoir facilement modéliser le problème.

On choisira de diviser la barre en un ensemble d'éléments « carrés » qui seront de la forme :

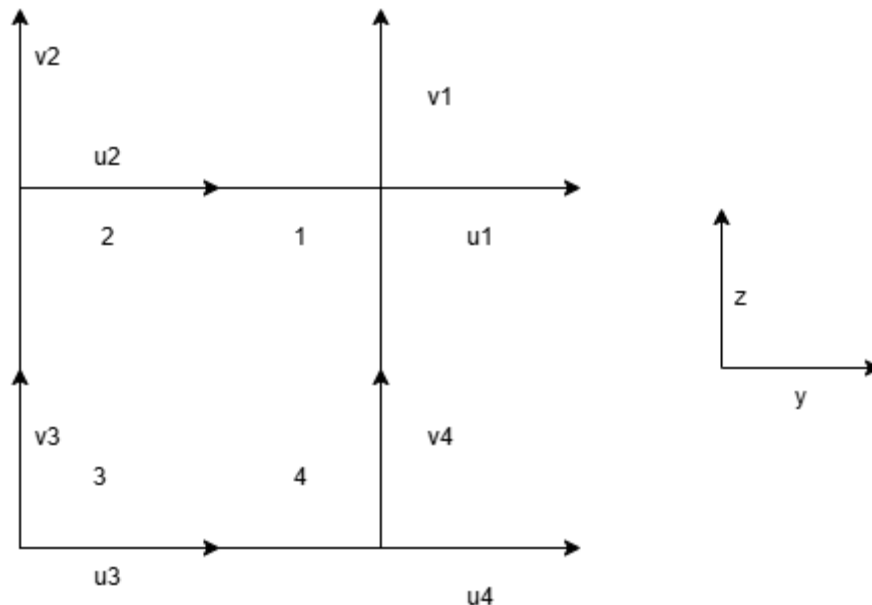


FIGURE D-1 : ELEMENT DU MAILLAGE

Chaque élément sera de la même forme. Il s'agit d'éléments à 4 nœuds où les u_i et les v_i correspondent aux déplacements en y et en z respectivement. Chaque élément aura donc 8 degrés de liberté (4 pour chaque direction).

2. Fonction d'interpolation

La seconde étape consiste à déterminer des fonctions d'interpolations, elles nous permettront d'estimer les résultats inconnus à l'aide de résultats connus en certains point connus.

Une méthode populaire pour déterminer les fonctions d'interpolations est d'utiliser la méthode des coordonnées généralisées.

En deux dimensions, elle consiste à poser les déplacements de cette façon :

$$u(y, z) = a_1 + a_2y + a_3z + a_4yz$$

$$v(y, z) = b_1 + b_2y + b_3z + b_4yz$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} u(y, z) \\ v(y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & y & z & yz & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y & z & yz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}$$

On l'écrit :

$$\begin{pmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{pmatrix} = \Phi a$$

On pose le vecteur de déplacement des nœuds de l'élément :

$$\hat{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix}$$

Pour être valide pour tous les nœuds, la fonction d'interpolation doit vérifier :

$$\hat{u} = Aa$$

A est une matrice qui s'obtient en plaçant l'origine de notre repère au centre de l'élément et en remplaçant les $u(y, z)$ et $v(y, z)$ avec les coordonnées de chaque nœud dans notre système local.

De cette manière :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Soit :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}$$

On peut à présent déterminer la matrice H qui donne l'interpolation des déplacements dans les nœuds en fonction des degrés de liberté.

On trouve H par la relation :

$$H = \phi A^{-1}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & y & z & yz & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y & z & yz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & y & z & yz & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y & z & yz \end{pmatrix} \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} (1+y)(1+z) & (1-y)(1+z) & (1-y)(1-z) & (1+y)(1-z) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1+y)(1+z) & (1-y)(1+z) & (1-y)(1-z) & (1+y)(1-z) \end{pmatrix}$$

Les déplacements aux nœuds de chaque élément sont à présent bien définis.

3. Résolution du modèle

La résolution du problème est donnée par l'équation :

$$KU = R$$

Avec K la matrice de rigidité du système, U le vecteur des déplacements globaux et R le vecteur de charge.

La matrice de rigidité globale K s'obtient en assemblant la totalité des matrices de rigidité locales. Ces matrices de rigidité locales correspondent aux résultats de chaque élément de notre maillage.

Les matrices de rigidité locales peuvent se calculer à partir de la matrice déplacement-déformation B qui s'obtiennent par une différentiation appropriée et en combinant les lignes de la matrice H .

Dans notre cas, la matrice B s'obtient avec :

$$B = EA^{-1}$$

Avec :

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & 1 & y & 0 & 1 & 0 & z \end{pmatrix}$$

On obtient :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & 1 & y & 0 & 1 & 0 & z \end{pmatrix} \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} (1+z) & -(1+z) & -(1-z) & (1-z) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1+y) & (1-y) & -(1-y) & -(1+y) \\ (1+y) & (1-y) & -(1-y) & -(1+y) & (1+z) & -(1+z) & -(1-z) & (1-z) \end{pmatrix}$$

Il est bon de noter que les matrices B et H ne sont valables que pour un élément à la fois, même s'il elles sont identique pour chaque élément dû à notre maillage uniforme.

On peut à présent calculer la matrice de rigidité locale pour chaque élément du maillage.

La matrice de rigidité locale est de la forme :

$$K^{(m)} = \int_{V^{(m)}} B^{(m)T} C^{(m)T} B^{(m)} dV$$

Avec C la matrice d'élasticité de l'élément. Dans le cas d'une barre, la matrice C peut simplement être remplacé par le module de Young E du matériau de la poutre.

Il est bon de noter que l'intégration se fait sur le volume de l'élément dans le repère local.

Une fois les matrices de rigidité locales calculées, on les assemble dans la matrice de rigidité globale.

$$K = \sum_m K^{(m)}$$

Pour assembler les matrices de rigidité locales, il faut s'assurer que les nœuds sont bien placés dans le repère global. En effet toutes les matrices locales se trouvent dans leurs repères locaux, il faut définir un repère global et ajuster les matrices locales pour qu'elles soient bien agencées.

Le vecteur R quant à lui est défini comme ceci :

$$R = R_b + R_s - R_i + R_c$$

Avec :

R_b : le vecteur des forces de volume des éléments

R_s : le vecteur des forces de surface des éléments

R_i : le vecteur des contraintes initiales

R_c : le vecteur des charge nodales

Dans le cas étudié, la charge appliquée peut être représenté par une charge nodale verticale sur le nœud correspondant. Les autres composantes peuvent être négligées.

Maintenant les matrices définies, les déplacements sont donnés par la relation :

$$U = K^{-1}R$$

Les conditions aux limites peuvent être appliqués, et les déplacements peuvent donc être connus.

E. LE MODÈLE À L'AIDE DU LOGICIEL ANSYS

Même en simplifiant le modèle et par conséquent les calculs, le développement de équations peut être extrêmement long et fastidieux.

Lors des études similaires à celle-ci, il est commun d'utiliser des logiciels qui sont beaucoup plus performants que des humains pour réaliser des calculs.

C'est pourquoi on utilisera le logiciel Ansys pour pouvoir réaliser les calculs nécessaires à la réalisation du problème.

1. Définition de la géométrie

La première étape de la modélisation consiste à définir les différentes pièces qui compose l'assemblage.

Ici les différentes pièces sont les suivantes :

- Barre de béton
- Armature en polymères renforcés en fibre de verre (x6)
- Support (x2)
- Tube de renfort en matériaux composites

La géométrie de ces pièces a été faites à l'aide du logiciel SpaceClaim qui est intégré dans Ansys.

Les dimensions ont été choisis pour respecter les consignes du projet :

- Diamètre de la barre de béton : 152 mm
- Hauteur des barres : 900 mm
- Epaisseur du tube en matériaux composites : 2,65 mm
- Rapport d'excentricité de la charge par rapport au diamètre : 0,1
- Diamètre des barres en polymères renforcés en fibre de verre : 10 mm

Après réalisation, la géométrie de la pièce est la suivante :



FIGURE E-1 : GEOMETRIE DE L'ASSEMBLAGE SUR ANSYS

A noter que le tube en matériaux composite et l'armature sont bien présentes :

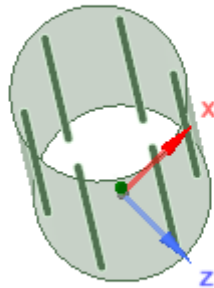


FIGURE E-2 : VUE DE L'ARMATURE ET DU TUBE SUR LA GEOMETRIE ANSYS

2. Définition des matériaux

Pour que le logiciel puisse produire des résultats fidèles à la réalité, Il faut lui fournir les matériaux de chaque pièce ainsi que les caractéristiques physiques de chaque matériau

Les matériaux à définir sont :

- Le béton
- Les matériaux composites
- Support
- Matériau polymère renforcé en fibre de verre

Certaines caractéristiques ont déjà été définies dans le sujet :

Pour les matériaux composites :

Tableau 1. Propriétés mécaniques des tubes en PRF de section circulaire

Tube type	D (mm)	t_{FRP} (mm)	Nombre de couches	Séquence d'enroulement	Circonférentielle			Axiale		
					E (MPa)	Résistance à la traction (MPa)	Déformation ultime	E (MPa)	Résistance à la traction (MPa)	Déformation ultime
A	152	2,65	6	$[\pm 60]_3$	18000	348	0,0388	8808	60	0,01
D	213	2,90	6	$[60, 90, 60]$	20000	537	0,0166	8865	56	0,01
E	213	6,40	12	$[\pm 60, 90, \pm 60, 90]$	22000	498	0,0165	7897	58	0,01

FIGURE E-3 : TABLEAU DES CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX COMPOSITES A SECTION CIRCULAIRE

Dans Ansys, le matériau est défini comme étant « Epoxy E-Glass UD », il possède les mêmes caractéristiques que celles données dans le tableau.

Pour le matériau polymère en fibres de verre :

Tableau 4. Propriétés des barres en PRF

Φ	US size	Type	Diamètre nominal (mm)	Section nominale (mm ²)	Module d'élasticité en traction (GPa)	Résistance ultime à la traction (MPa)	Déformation ultime à la traction (%)
10	#3	PRFV (Verre)	9,525	71	45,4	765	1,6±0,03
13	#4	PRFV (Verre)	12,7	127	46,3	730	1,7±0,03
16	#5	PRFV (Verre)	15,9	198	48,2	683	1,8±0,06
10	#3	PRFC (Carbone)	9,525	71	120,0	1431	1,20±0,09

FIGURE E-4 : TABLEAU DES CARACTERISTIQUES DES POLYMERES RENFORCES EN FIBRES (PRF)

Dans Ansys, le matériau utilisé a été « Stratifié PCB, Epoxy/ Fibre de verre, FR-4 » dont les caractéristiques ont été adapté pour correspondre à celles d'un tube de PRFVerre d'un diamètre 9,525 mm qui se rapproche le plus des 10 mm de diamètres utilisées pour la simulation.

Pour les autres matériaux, on utilisera la configuration par défaut du béton fournie par Ansys et pour le support, un matériau défini très résistant sera utilisé avec un module de Young $E = 10^7 \text{ MPa}$ et un coefficient de poisson $\nu = 0,3$.

Finalement, les matériaux sont :

Arborescence de Schéma A2 : Données techniques						
	A	B	C	D	E	
1	Contenu de Données techniques				Source	Description
2	Material					
3	Béton				Gen	
4	Époxy E-Glass UD				Con	
5	Stratifié PCB, Epoxy/Fibre de verre, FR-4				Gra	FR-4, Epoxy (EP) matrix, Glass fiber woven fabric prepreg, PCB laminate Data compiled by the Granta Design team at ANSYS, incorporating various sources including JAHM and MagWeb. ANSYS Inc. provides no warranty for this data.
6	Support				D:\	
*	Cliquez ici pour ajouter un nouveau matériau.					

FIGURE E-5 : DEFINITION DES MATERIAUX DANS ANSYS

3. Maillage

Afin de pouvoir appliquer la méthode des éléments finis, il est nécessaire de définir le maillage qui sera utilisé pour la simulation.

Etant donné la nature relativement simple de la géométrie, le maillage choisis sera simple lui aussi.

Les éléments seront « des cubes » choisis de manière que les éléments soient petit devant la taille de l'assemblage.

Les éléments auront des arêtes de 25 mm

Le nombre d'éléments sera alors de 4082 et le nombre de nœuds sera de 15 612.

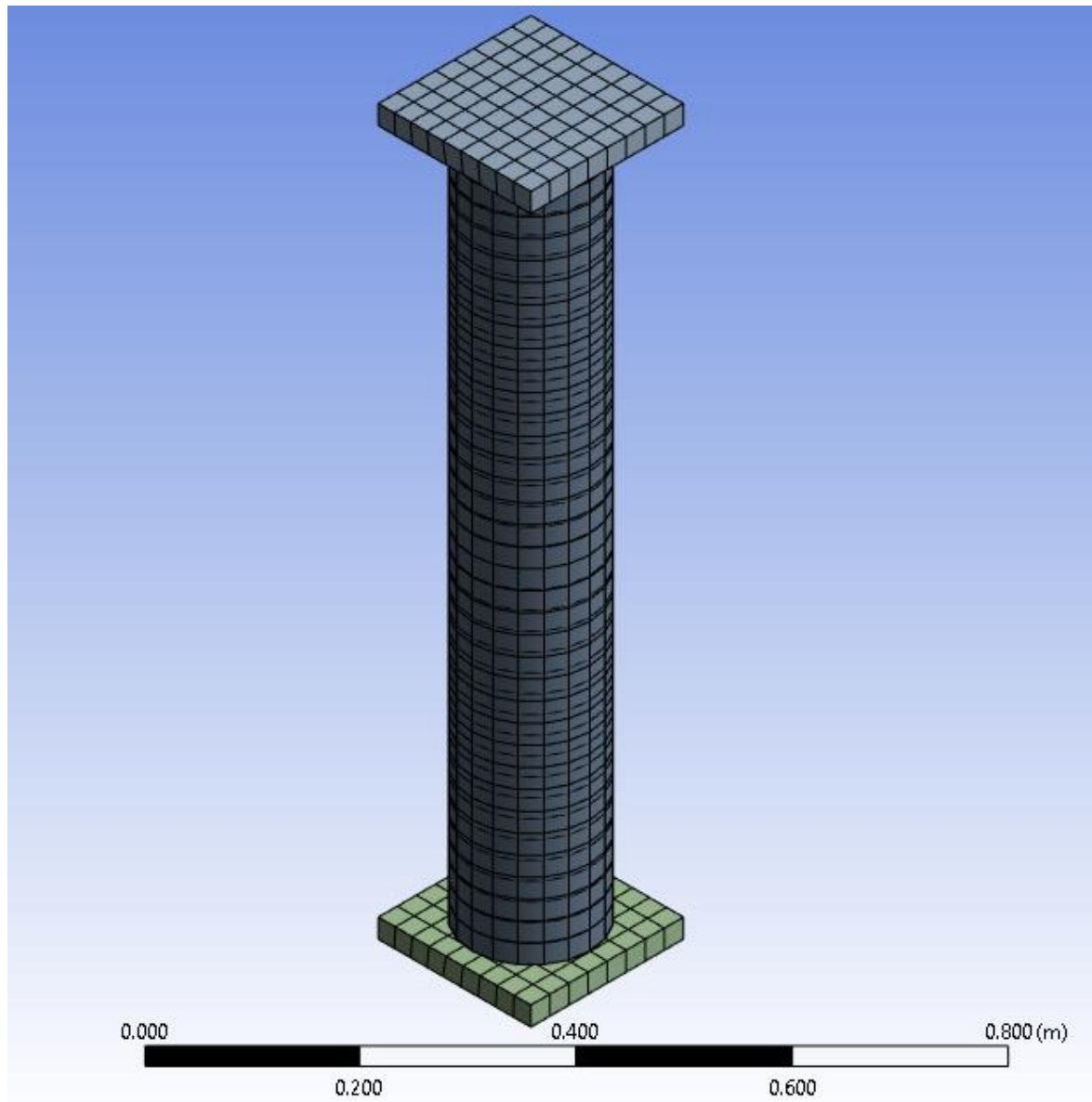


FIGURE E-6 : MAILLAGE DE L'ASSEMBLAGE SUR ANSYS

4. Conditions de simulation

La première condition appliquée à l'assemblage la définition de l'arrête excentrée du support inférieur comme étant fixé. Cela permettra d'ajouter une condition aux limites à la résolution de

nos équations ainsi que de faire en sorte que le support inférieur soit « coincé » ce qui permettra de mieux observer la réaction de la poutre à la compression.

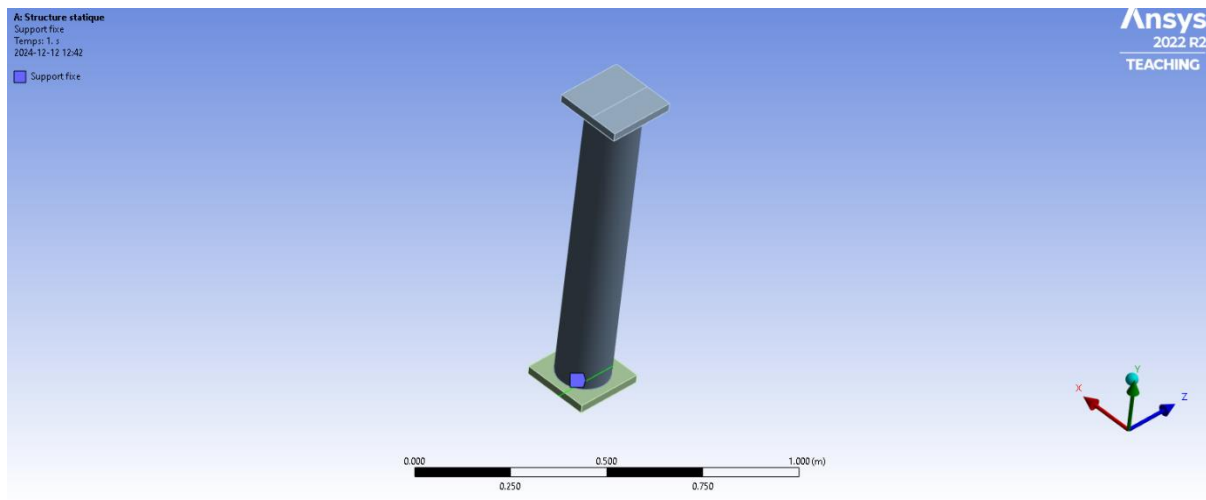


FIGURE E-7 : SUPPORT FIXE APPLIQUE A LA SIMULATION ANSYS

La seconde condition sera un déplacement de 10 mm appliqué sur le point excentré du support supérieur. Ceci permet de simuler une charge appliquée à la poutre pour pouvoir observer comment la poutre réagit. Procéder de cette façon permettra de déterminer comment le reste de la poutre réagit à ce déplacement, mais aussi de déterminer quelle force serait nécessaire pour déplacer la structure d'une telle distance. On pourra également observer les contraintes générées par ce déplacement.

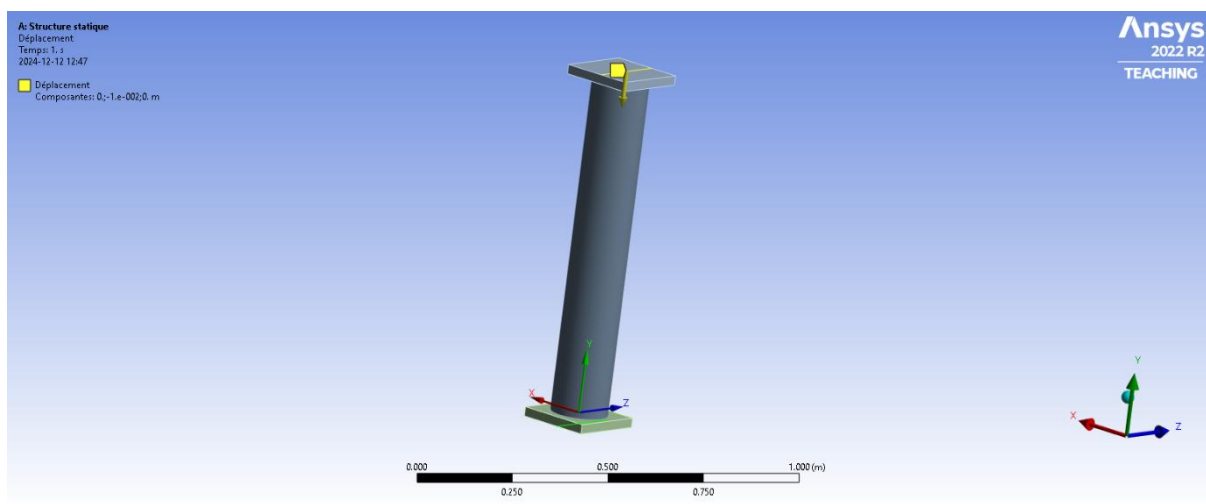


FIGURE E-8 : DEPLACEMENT VERTICAL APPLIQUE A LA SIMULATION ANSYS

F. PRÉSENTATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS OBTENUS

1. Résultats obtenus

La simulation consiste à appliquer un déplacement concentré sur l'arrête excentrée du support supérieur et d'observer les réactions obtenues.

a. Contraintes

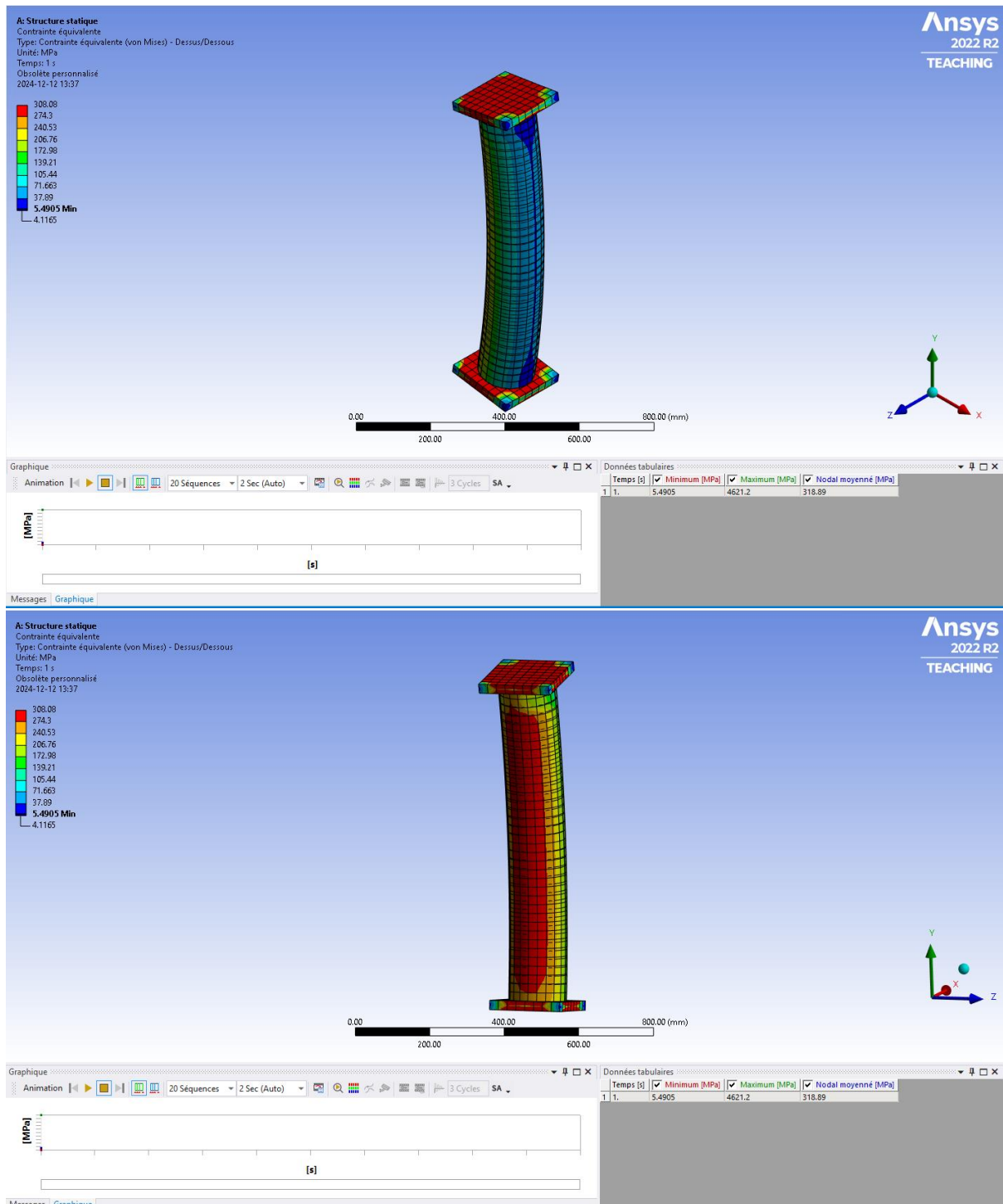


FIGURE F-1 : CONTRAINTE EQUIVALENTE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM

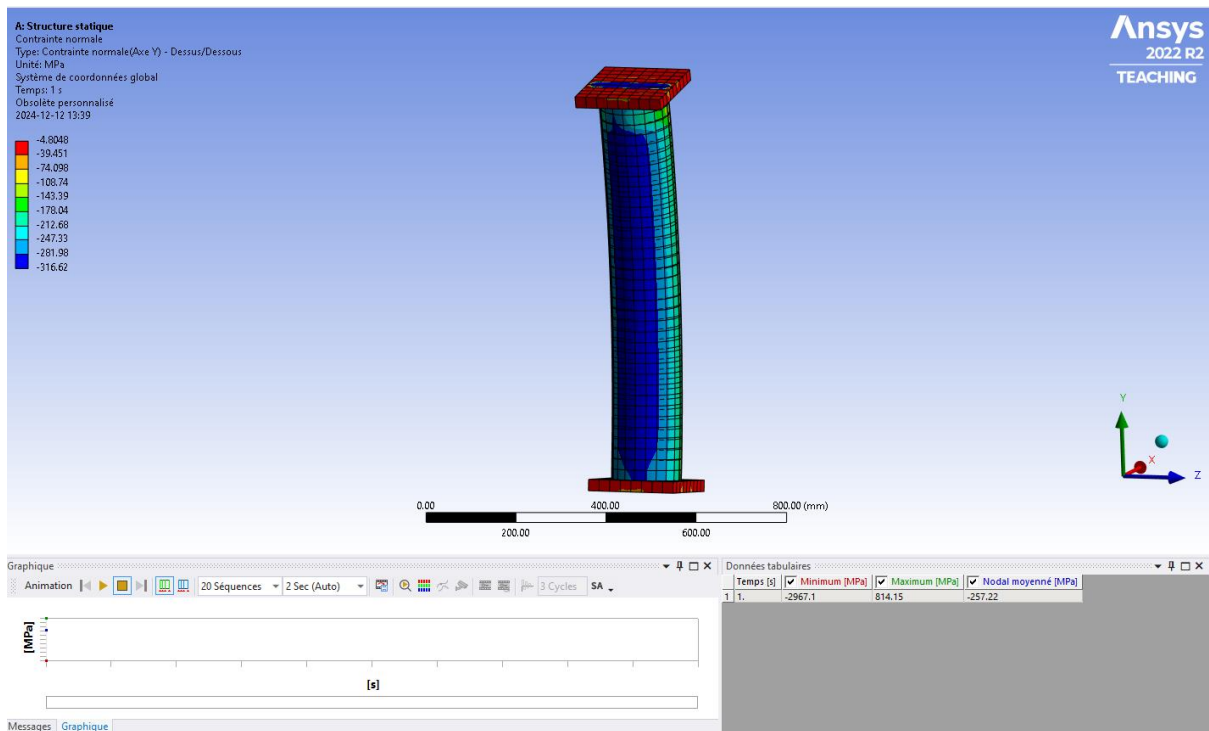
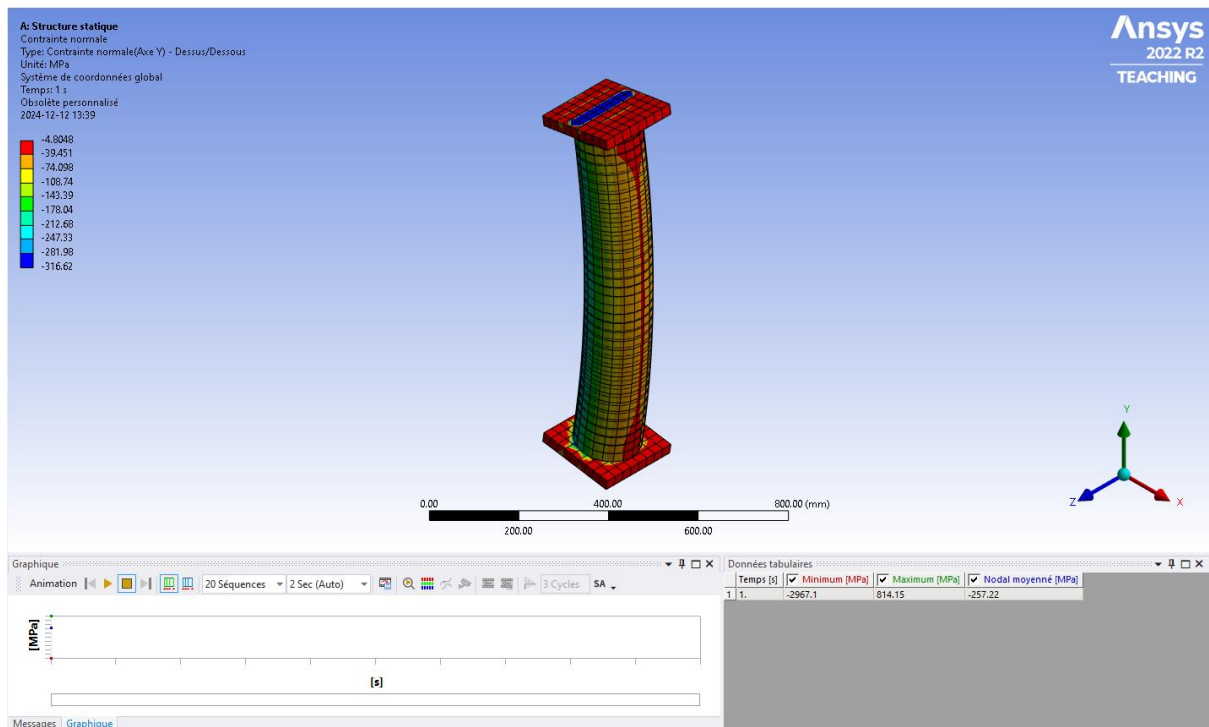


FIGURE F-2 : CONTRAINTE VERTICALE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM

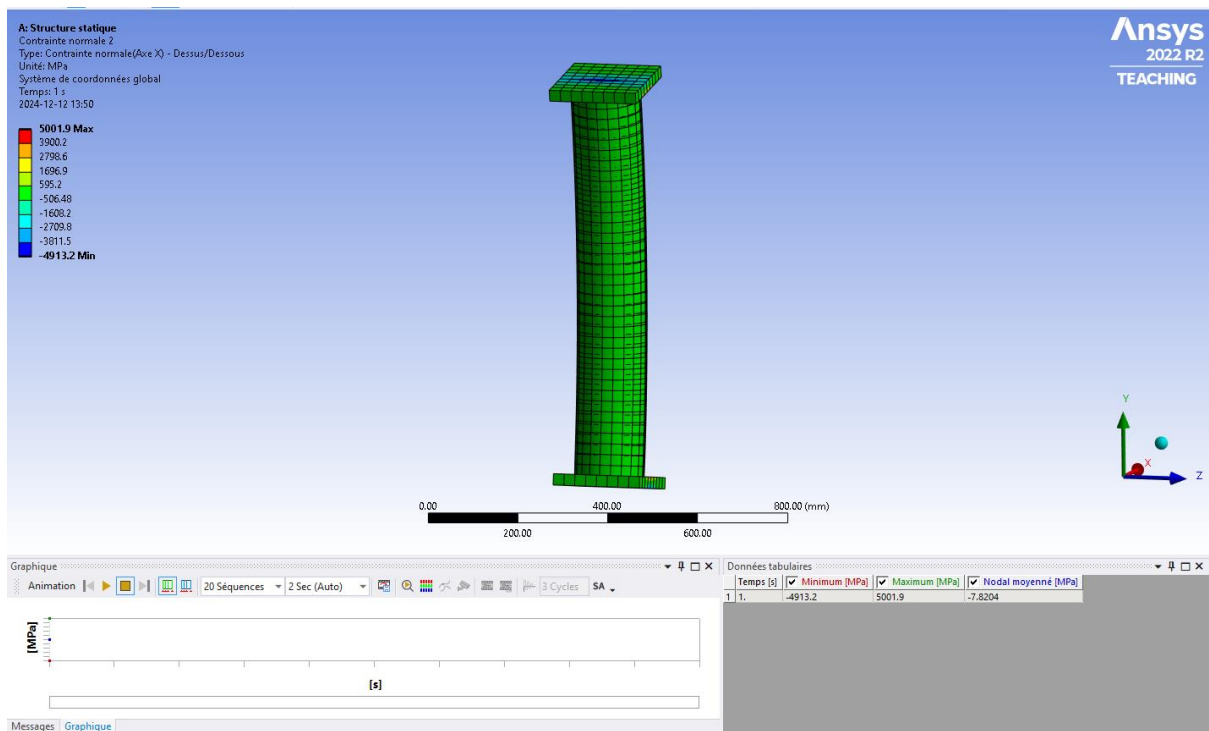
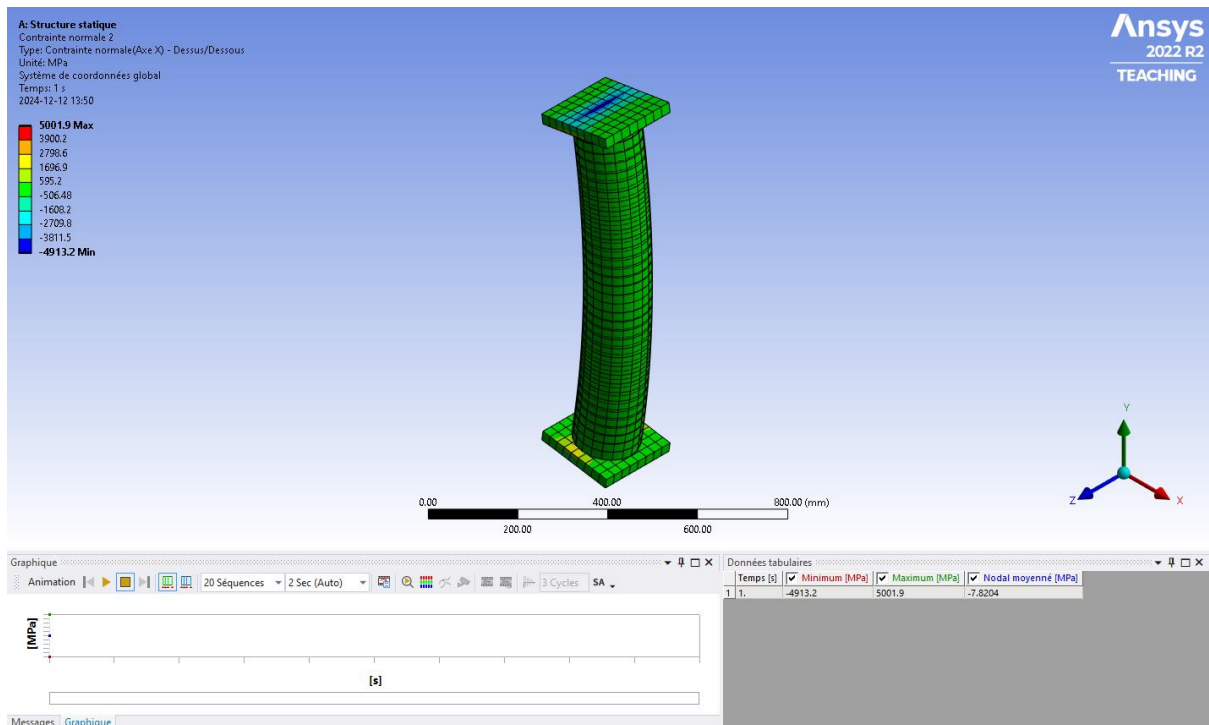


FIGURE F-3 : CONTRAINTE HORIZONTALE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM

b. Déformations

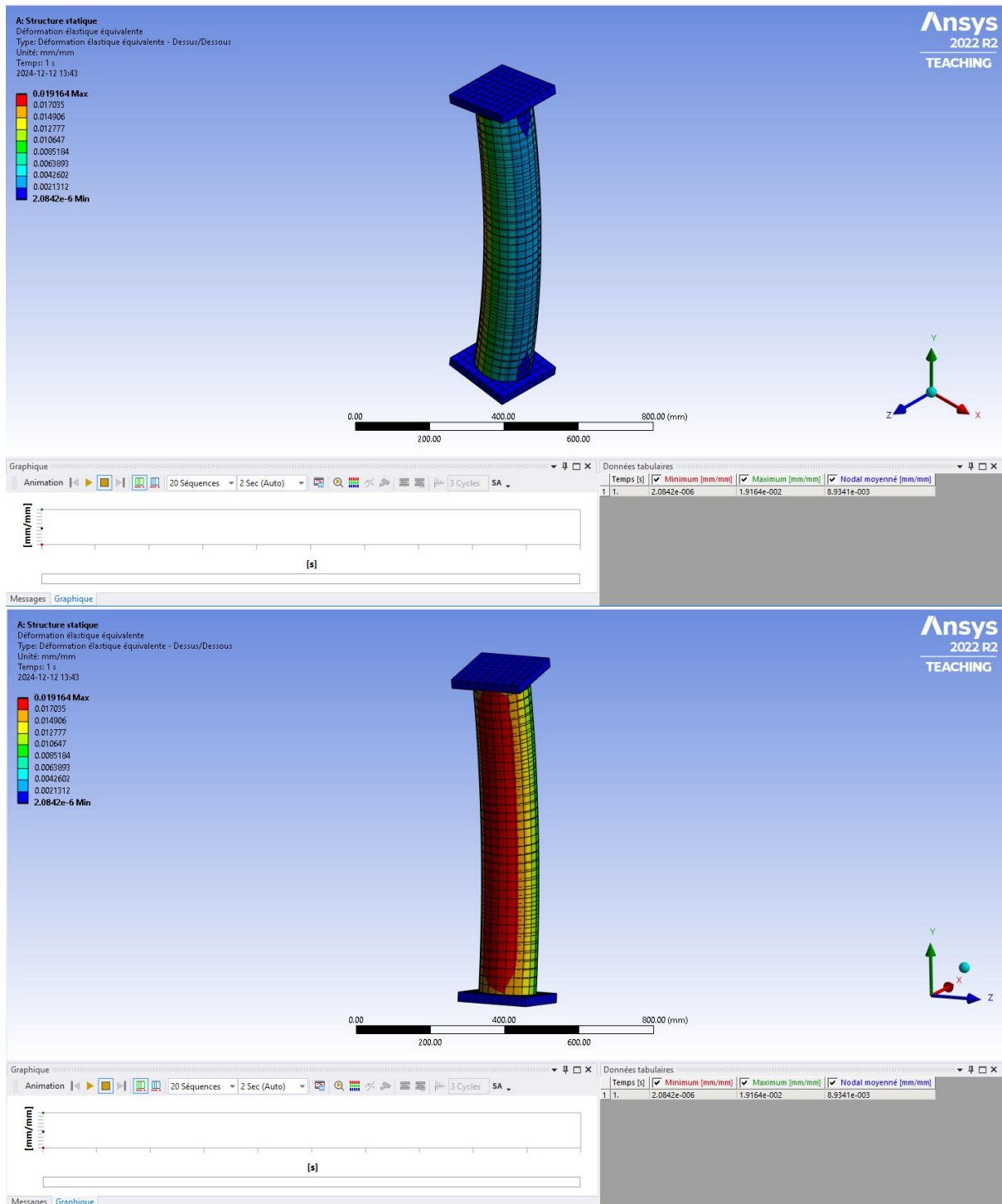


FIGURE F-4 : DEFORMATION EQUIVALENTE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM

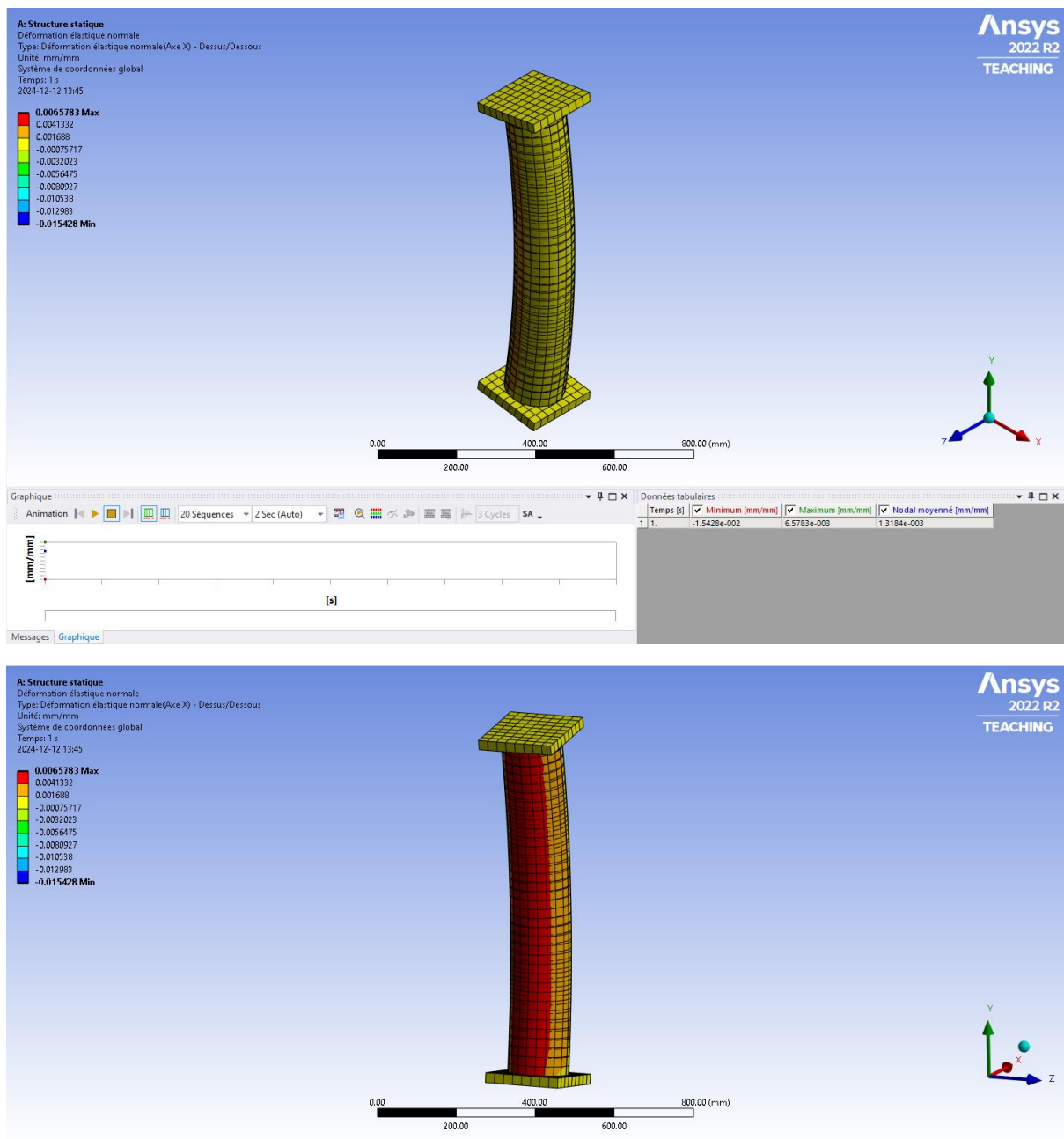


FIGURE F-5 : DEFORMATION HORIZONTALE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM

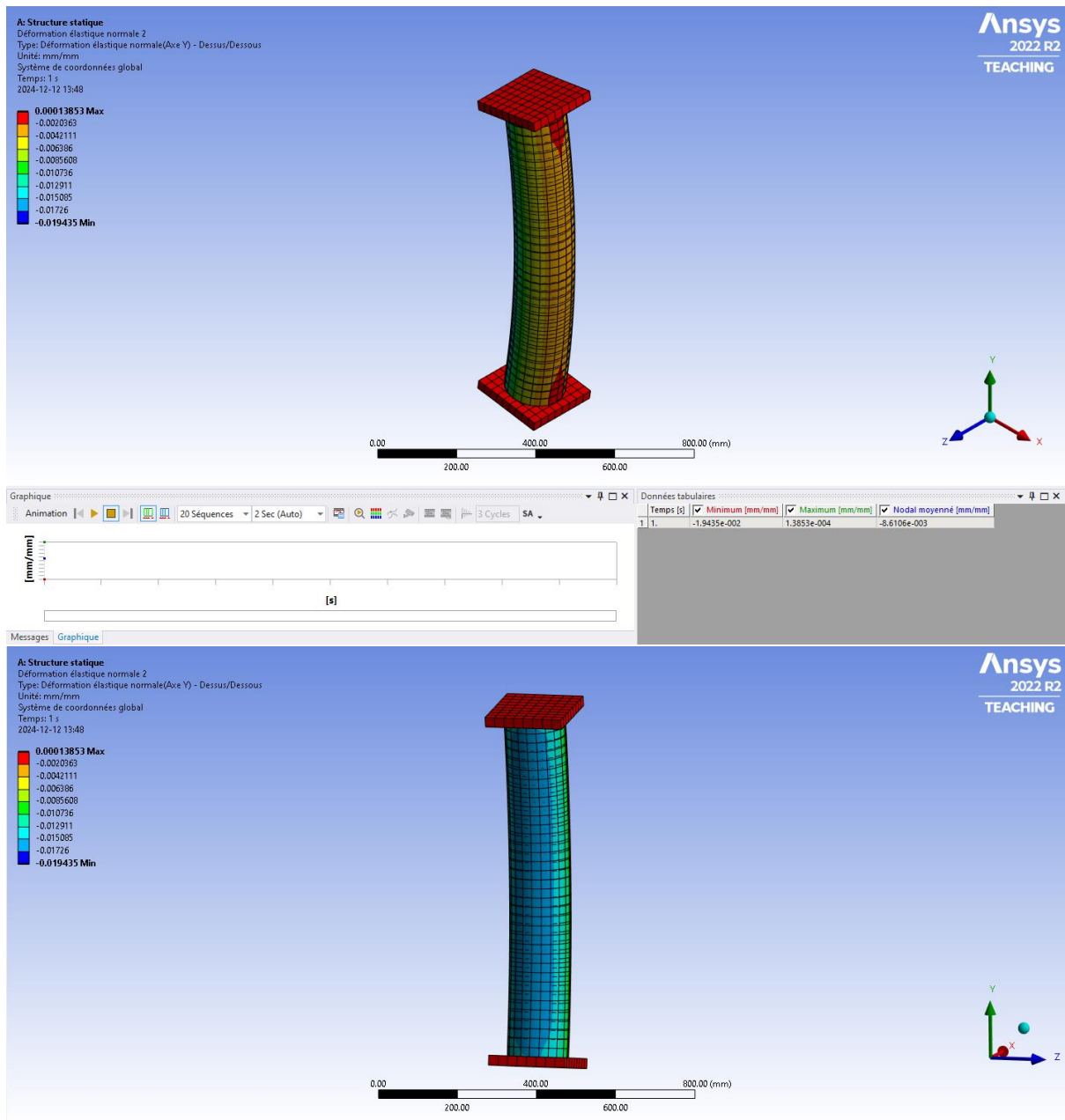


FIGURE F-6 : DEFORMATION VERTICALE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM

c. Force de réaction

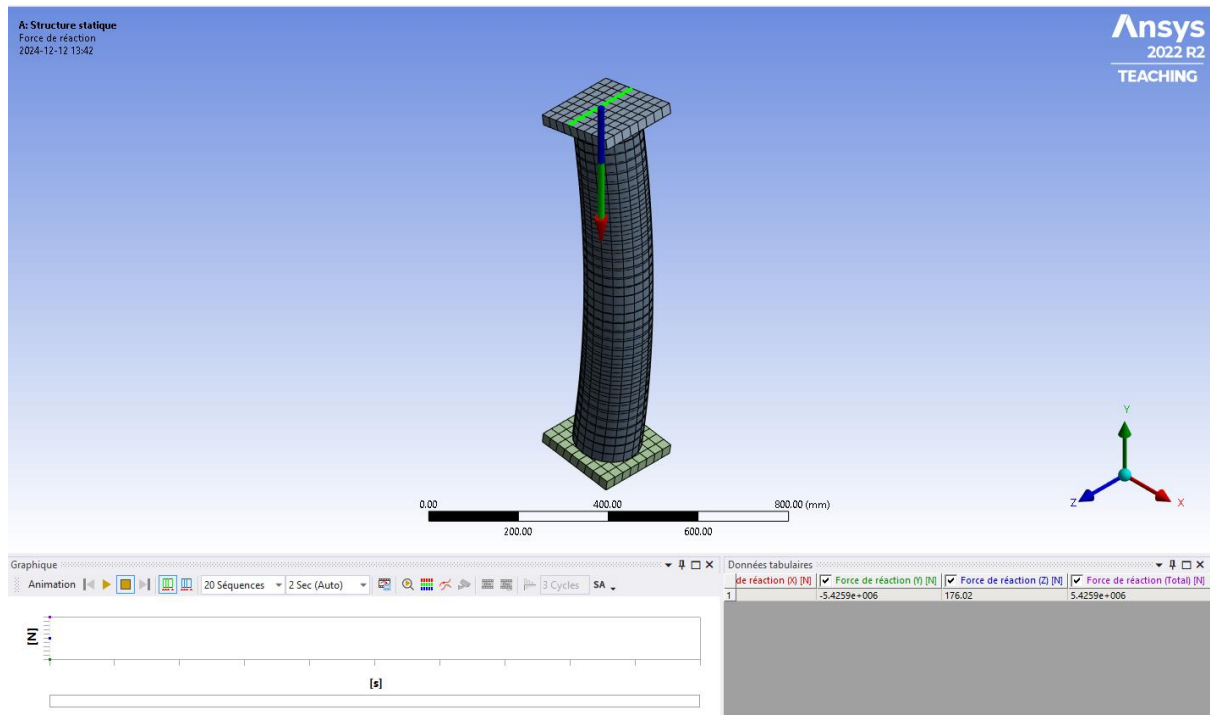


FIGURE F-7 : FORCE DE REACTION DE L'ASSEMBLAGE A UN DEPLACEMENT DE 10 MM

d. Déplacement

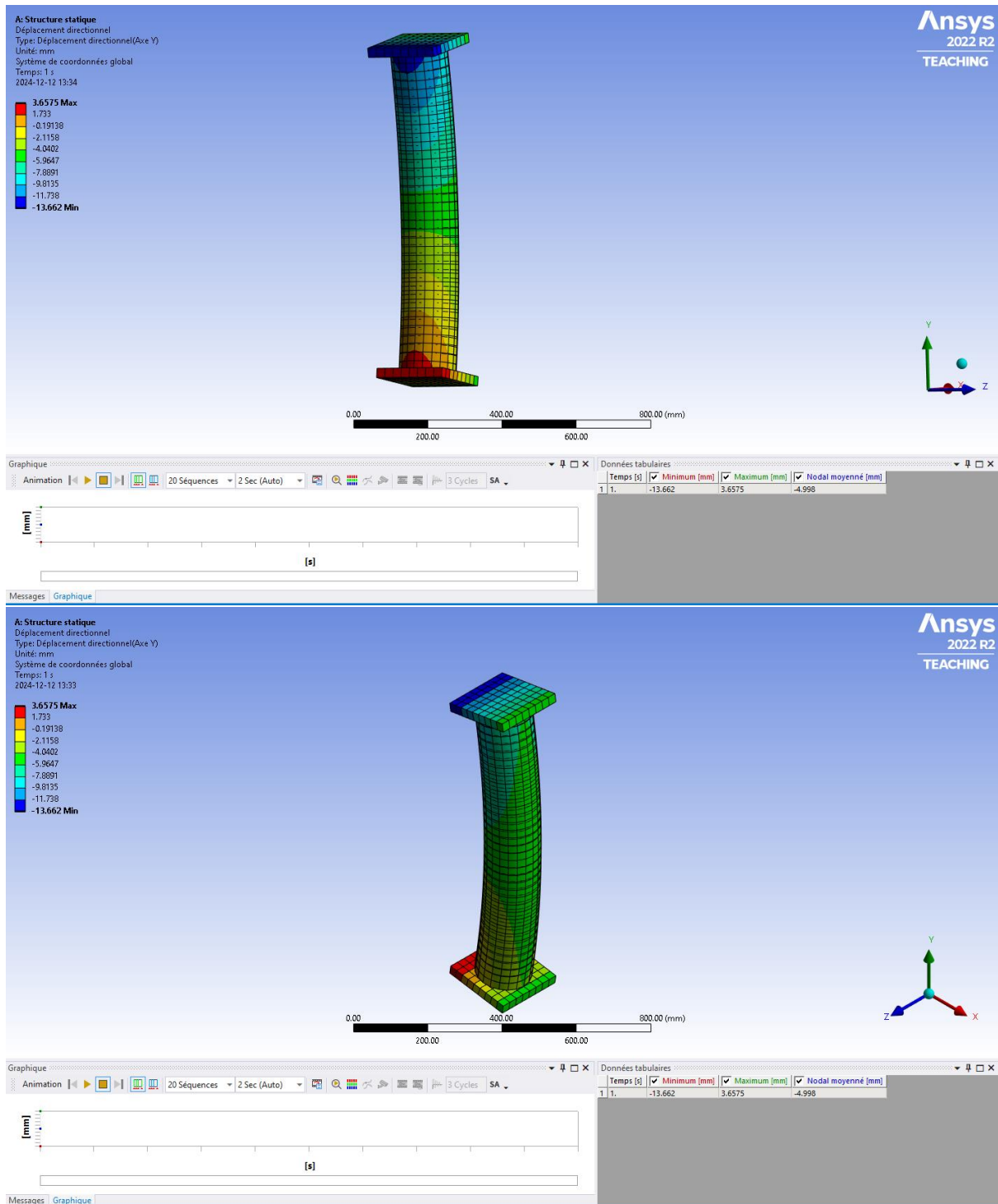


FIGURE F-8 : DEPLACEMENT VERTICAL GLOBAL DE L'ASSEMBLAGE

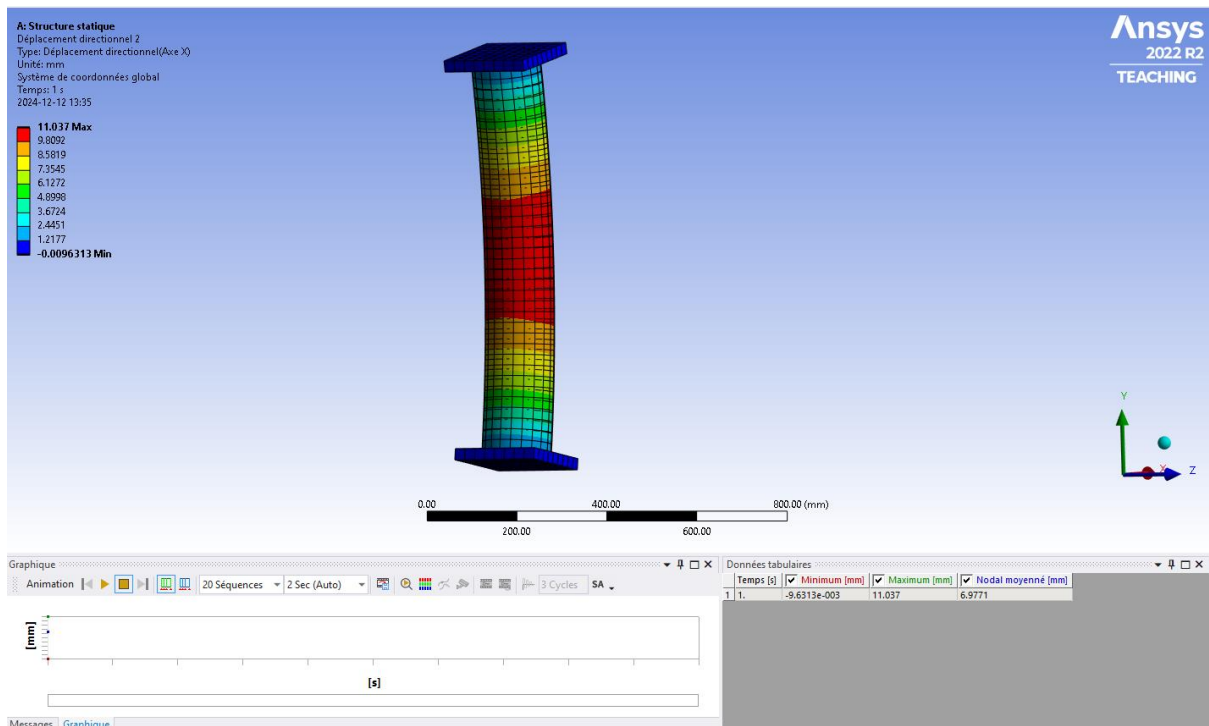
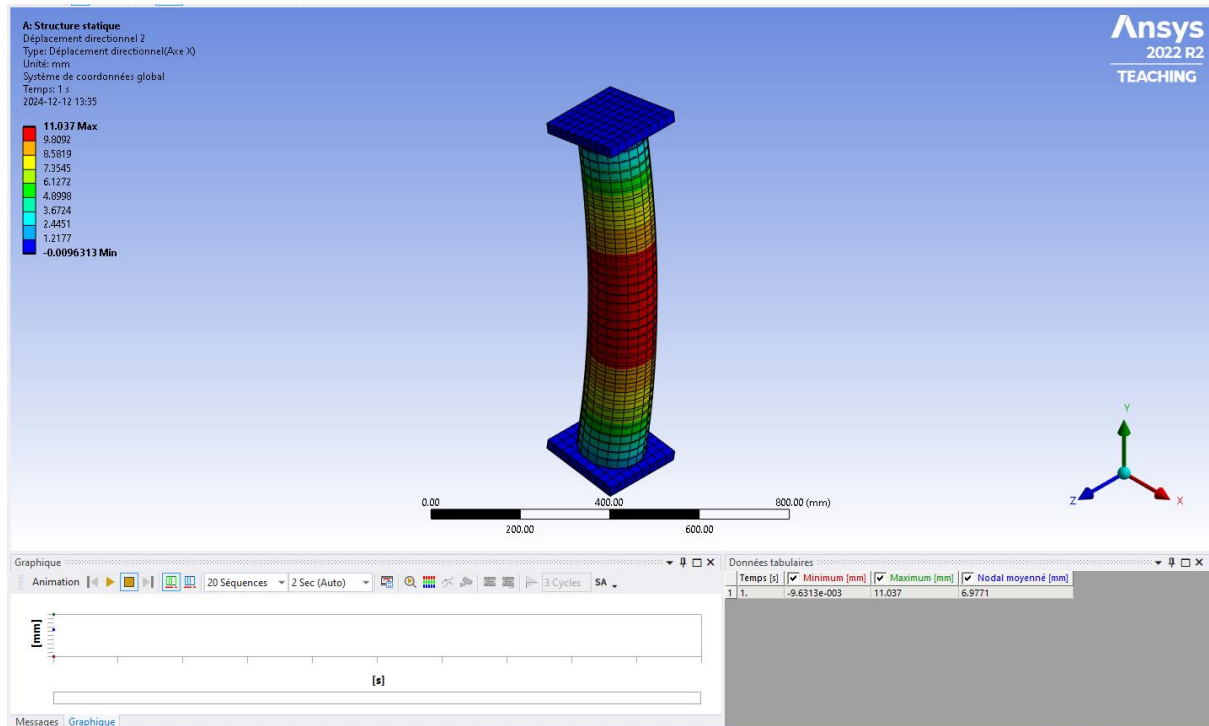


FIGURE F-9 : DEPLACEMENT HORIZONTAL GLOBAL DE L'ASSEMBLAGE

e. Observations

Il est bon de noter que sans regarder les résultats de manière quantitative, l'assemblage réagit de manière cohérente à l'application du déplacement. En effet l'assemblage est compressé verticalement du côté de l'application de du déplacement et une tracté du côté opposé.

Il est également possible de noter que le déplacement le plus important se trouve au milieu de la barre globale.

La partie comprimée est également celle qui est la plus sujette aux déformations.

Les résultats de contraintes montrent également que la traction du tube en matériaux composite a atteint la limite du domaine de plasticité ce qui signifie que les colonnes peuvent présenter des déformations irréversibles.

2. Comparaison avec les données expérimentales

Les données expérimentales utilisé pour comparer notre simulation sont celles-ci :

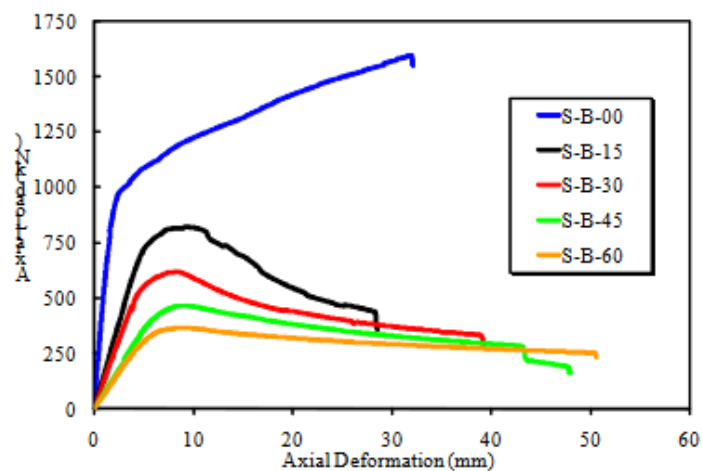


Figure 11: Load-axial deformation relationships

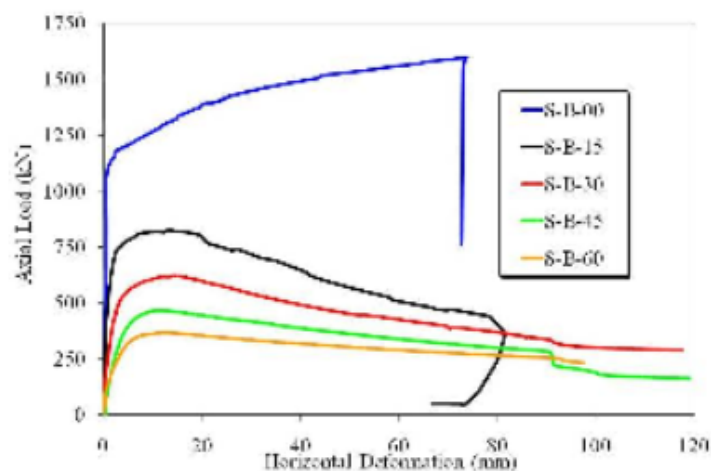


Figure 12: Load-lateral deformation relationships

FIGURE F-10 : RELATION ENTRE CHARGE AXIALE ET DEPLACEMENT DANS L'ETUDE EXPERIMENTALE

Ces figures ont été extraites de l'étude expérimentale de Hamdy Mohamed et Radhouane Masmoudi, du département de génie civil de l'Université de Sherbrooke (Mohamed & Masmoudi, 2009) citée plus tôt.

On se concentrera sur le premier graphique qui lie la charge axiale et le déplacement de l'assemblage, En particulier la courbe SB-15 qui correspond à une excentricité de 15 mm. C'est la même excentricité qui a été utilisée lors de la simulation sur Ansys. C'est cette courbe qui devrait avoir les résultats les plus proches de ceux obtenus de manière numérique

Dans notre expérience c'est un déplacement de 10 mm qui a été appliqué. Dans l'étude expérimentale un tel déplacement correspond à une charge axiale moyenne d'environ 800 KN.

Dans la simulation numérique, ce résultat n'est pas retrouvé puisque, la charge maximale axiale obtenue a été d'environ 1200 KN qui représente une différence importante.

On trouve cependant une charge ayant un ordre de grandeur équivalent entre les simulations et mesures expérimentales.

La nature différente des deux méthodes d'observation peut engendrer ces différences. Il est possible d'associer la différence des résultats par plusieurs notamment : le raffinement du maillage, la définition des matériaux, des différences dans la géométrie et d'éventuels défauts sur les pièces réelles.

Valeur maximale dans le temps	
<input type="checkbox"/> Axe X	0.2961 N
<input type="checkbox"/> Axe Y	-1.2178e+006 N

FIGURE F-11 : CHARGES MOYENNES MAXIMALES DANS LE TEMPS ASSOCIES A UN DEPLACEMENT DE 10 MM

3. Effet du diamètre du tube en matériau composites

On s'intéresse à l'effet du diamètre du tube en matériaux composites sur les résultats obtenus.

a. Contraintes

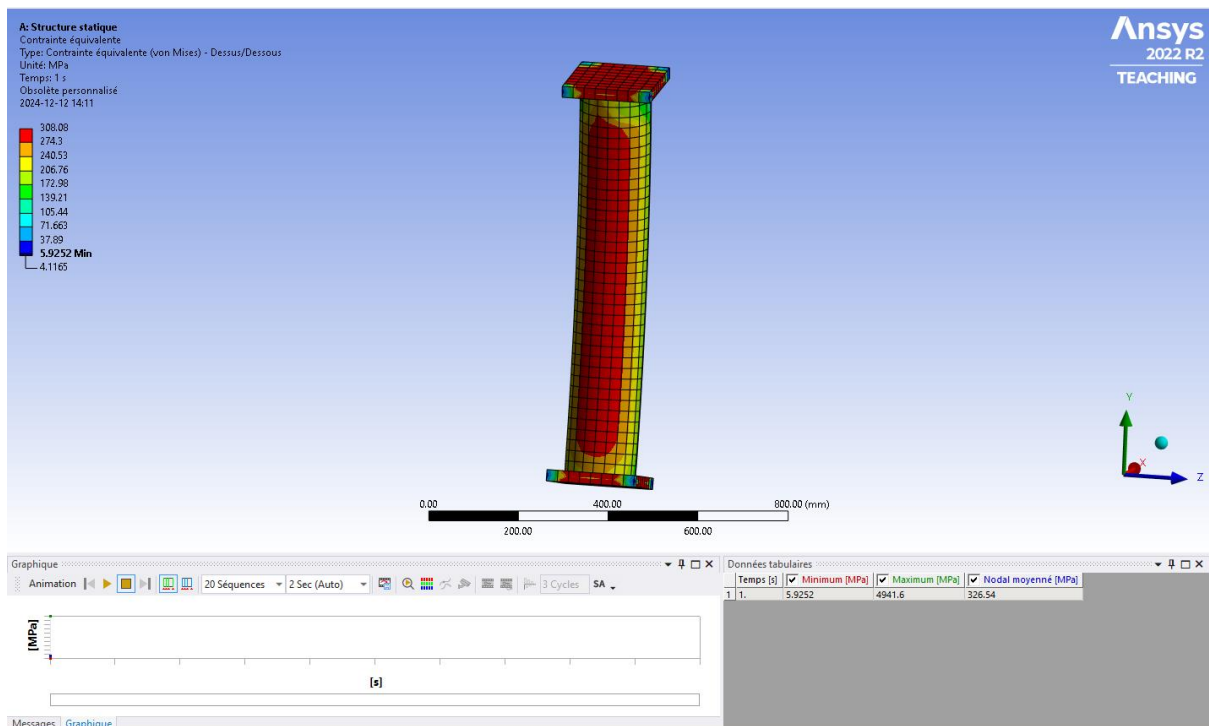
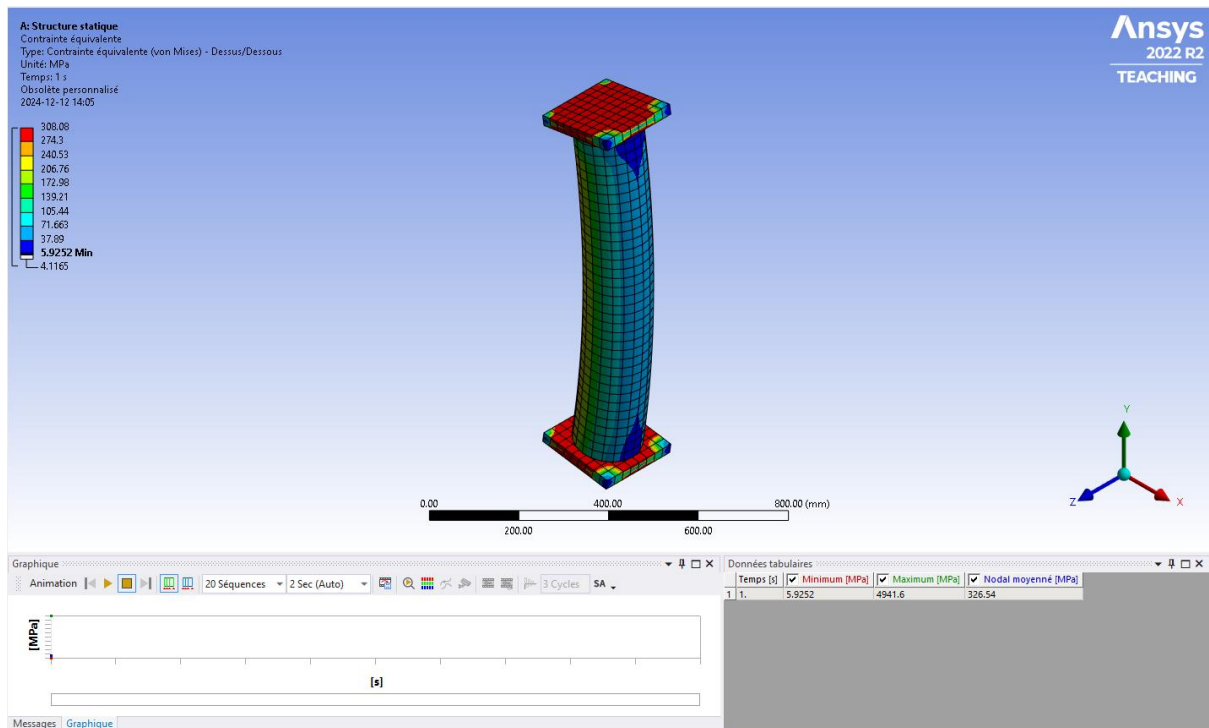


FIGURE F-12 : CONTRAINTE EQUIVALENTE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE

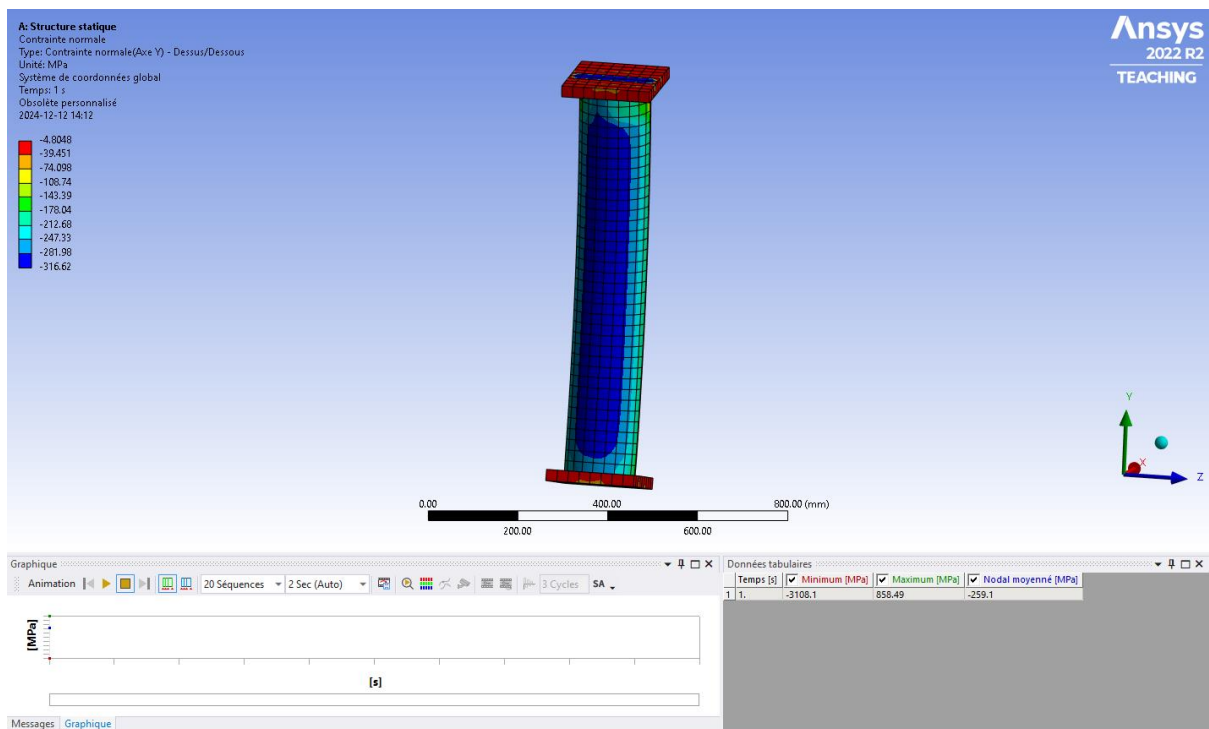
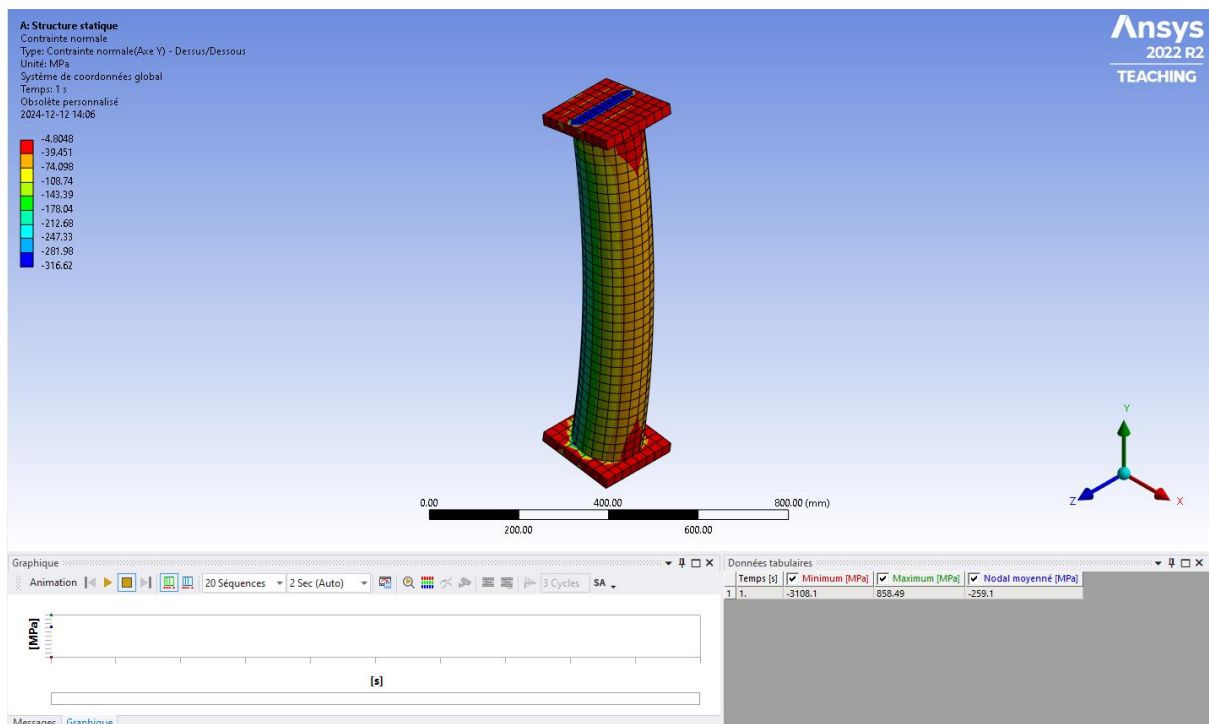


FIGURE F-13 : CONTRAINTE VERTICALE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE

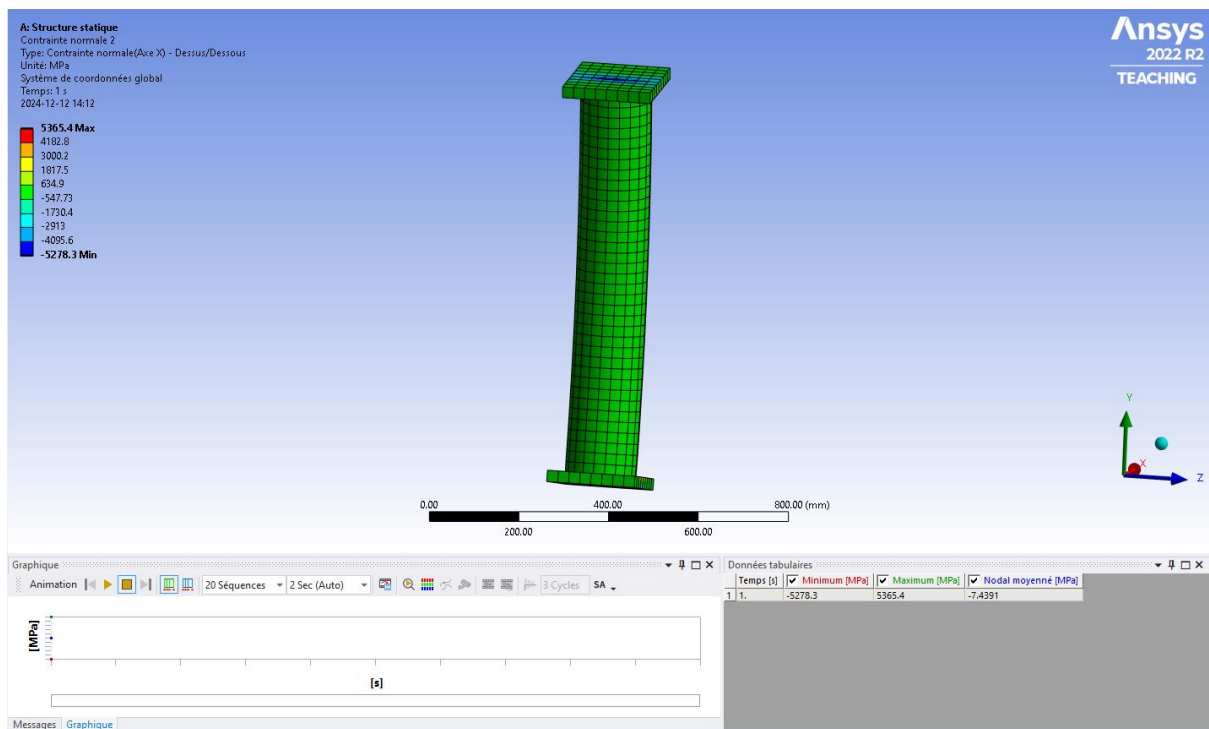
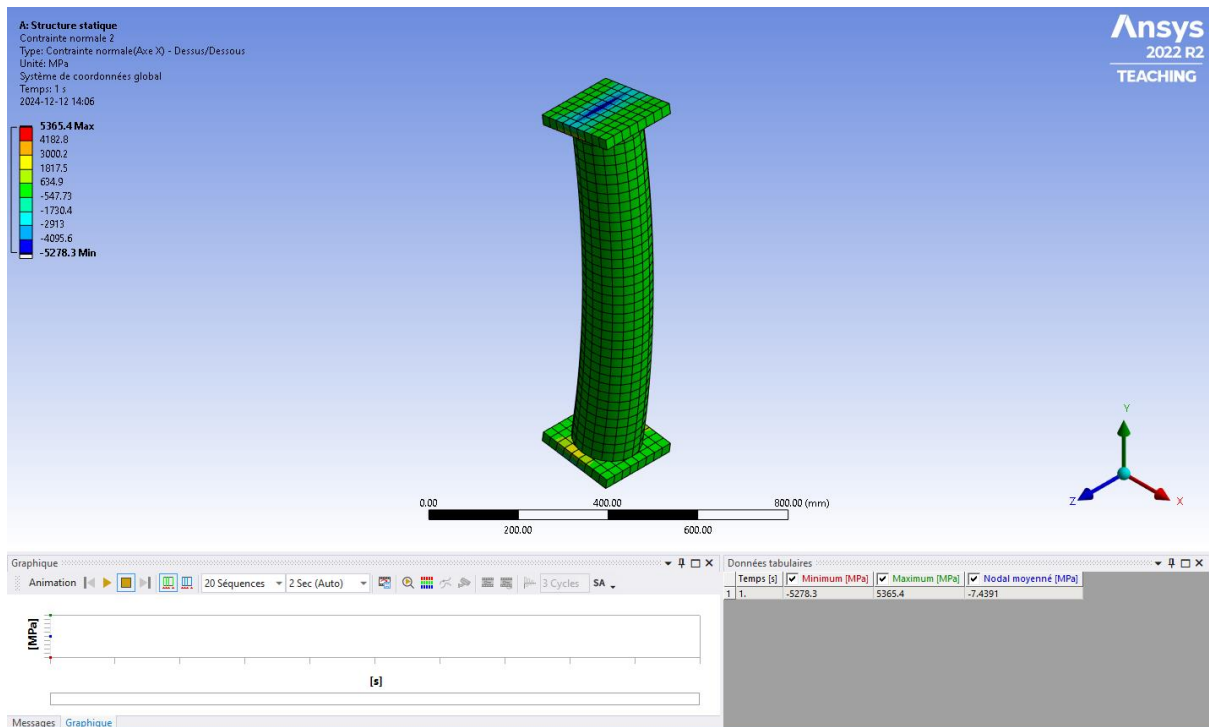


FIGURE F-14 : CONTRAINTE HORIZONTALE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE

b. Déformations

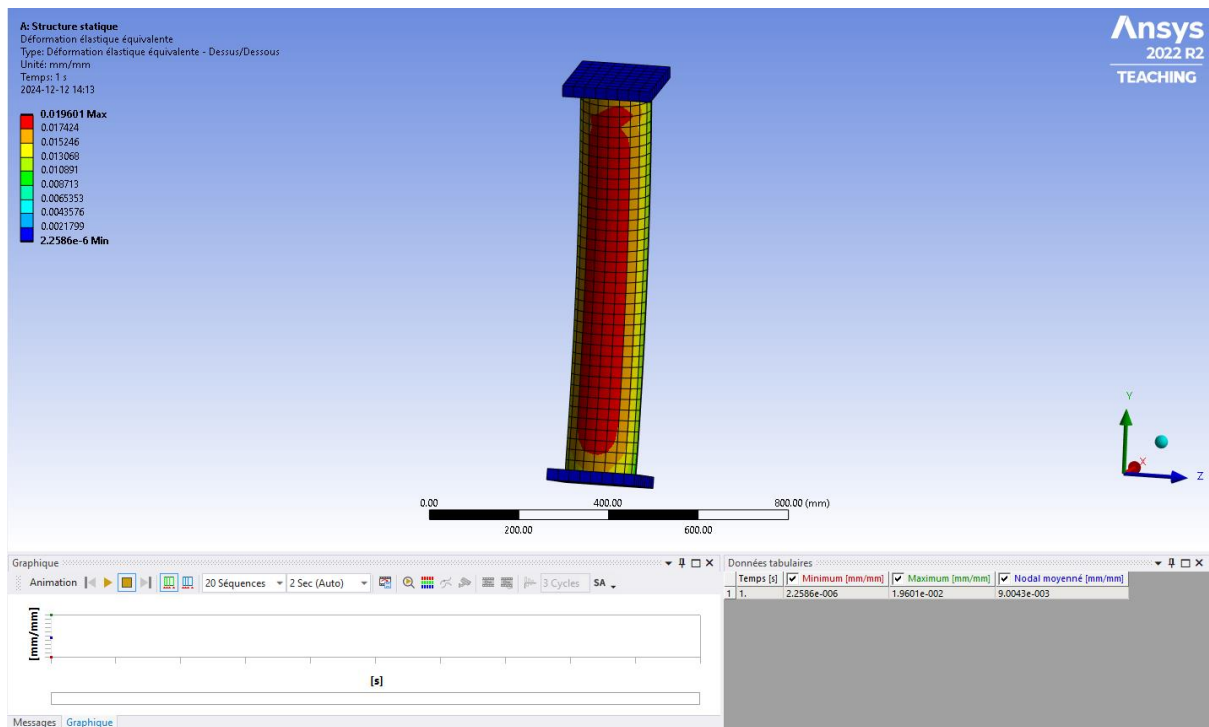
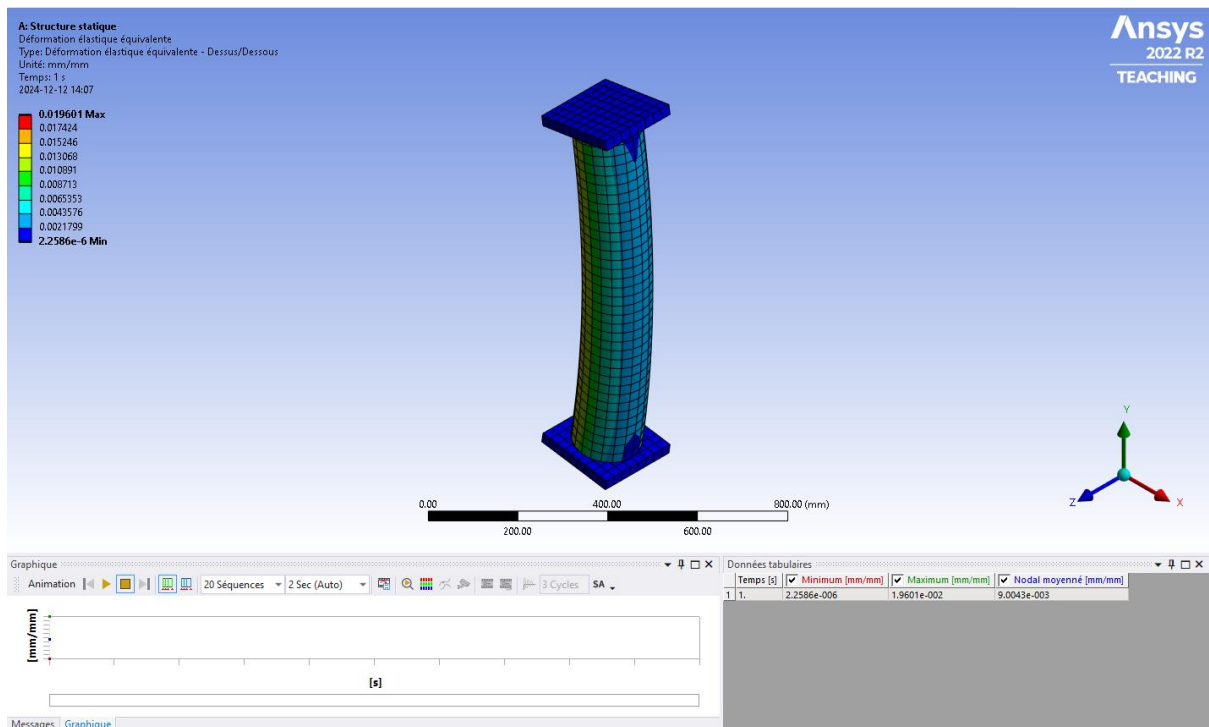


FIGURE F-15 : DEFORMATION EQUIVALENTE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE

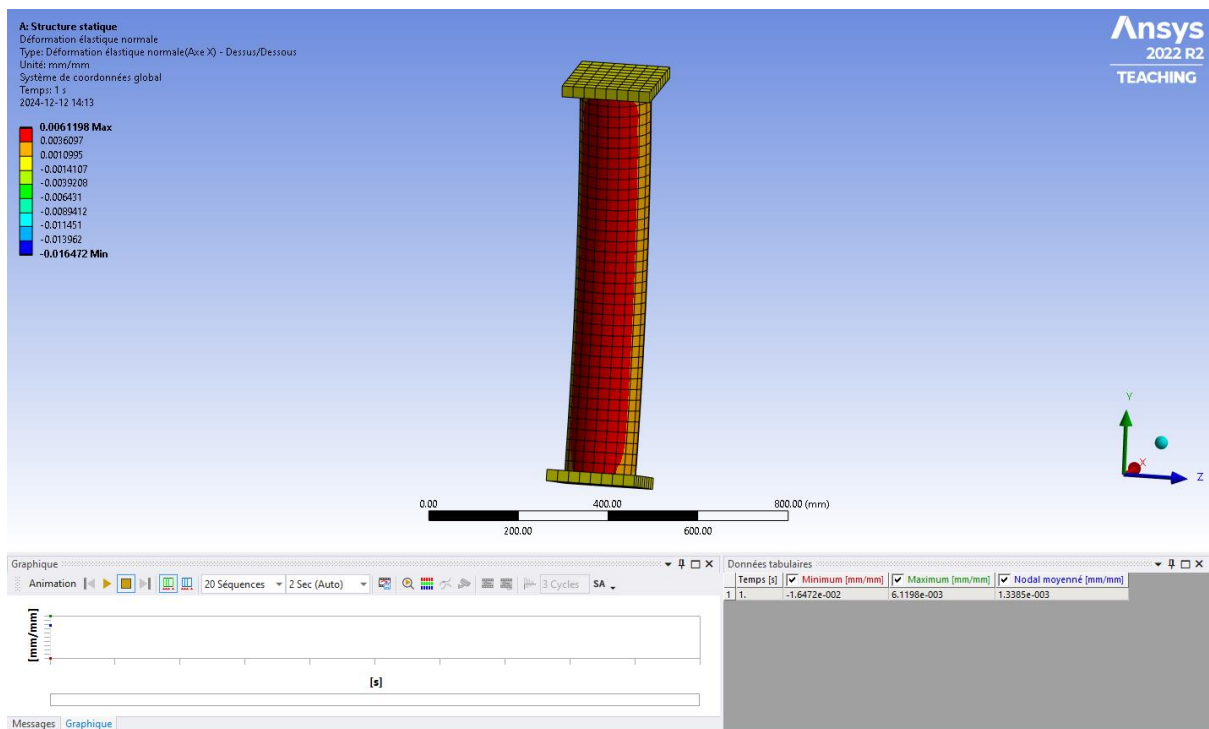
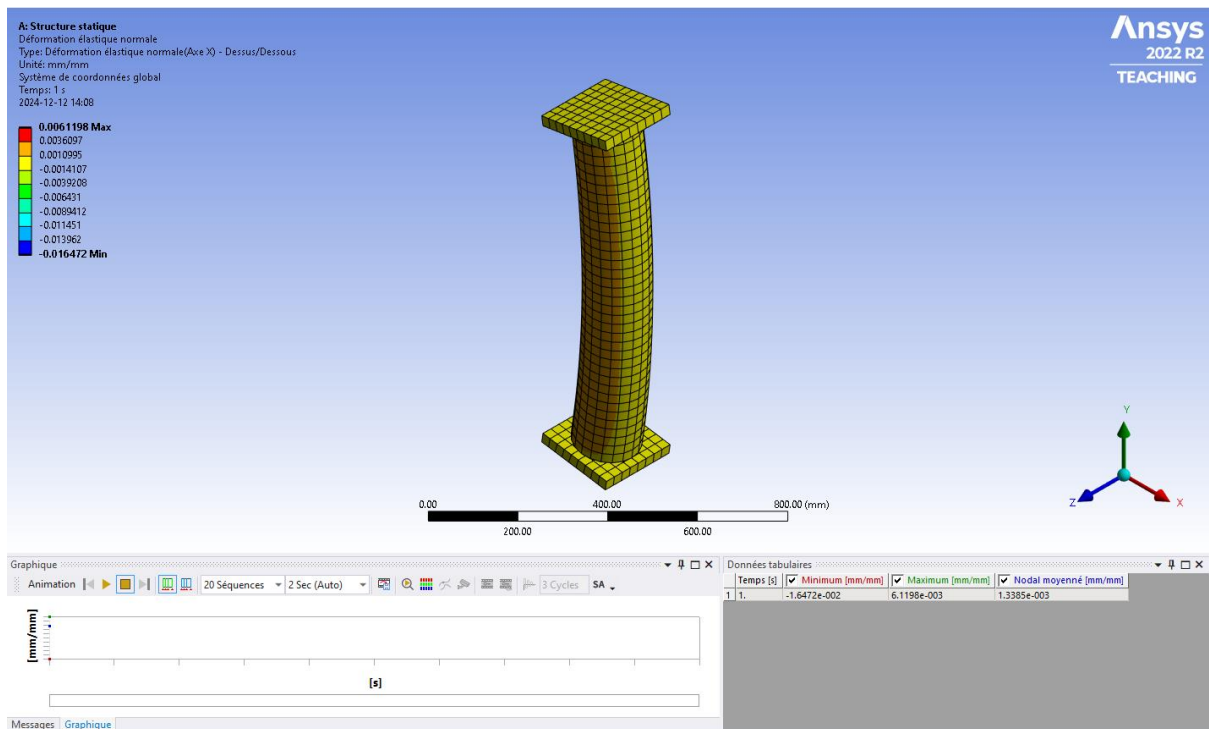


FIGURE F-16 : DEFORMATION HORIZONTALE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE

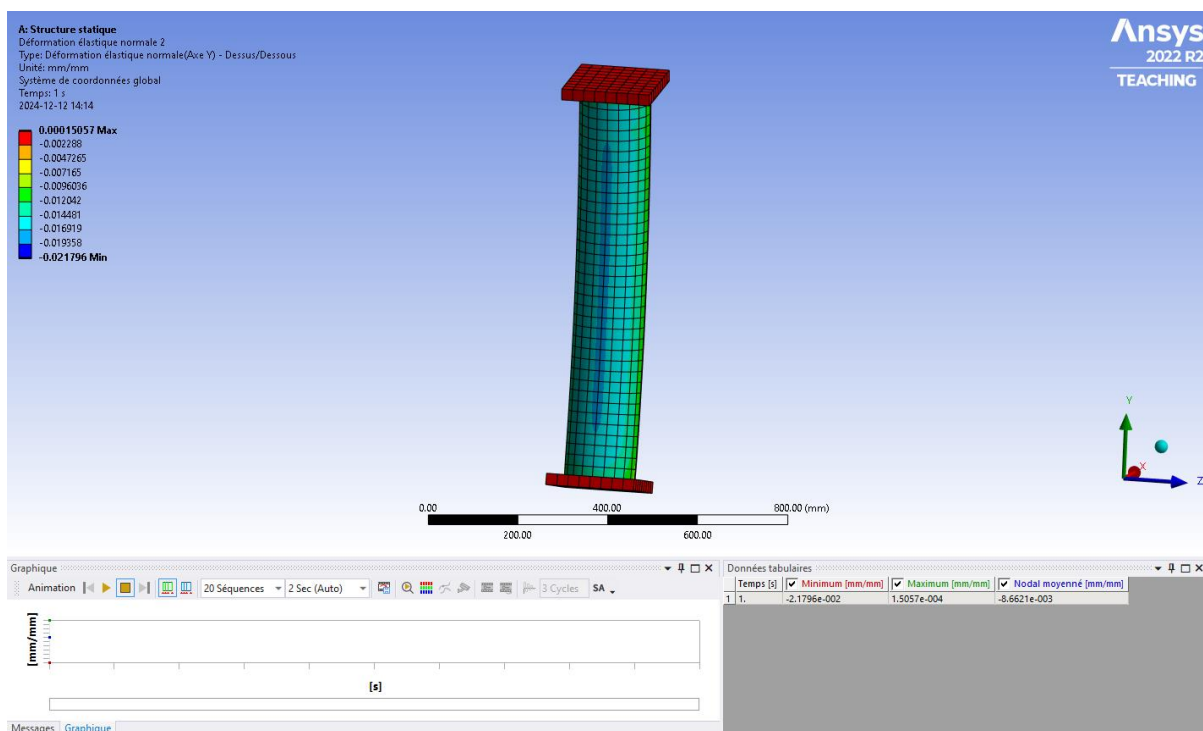
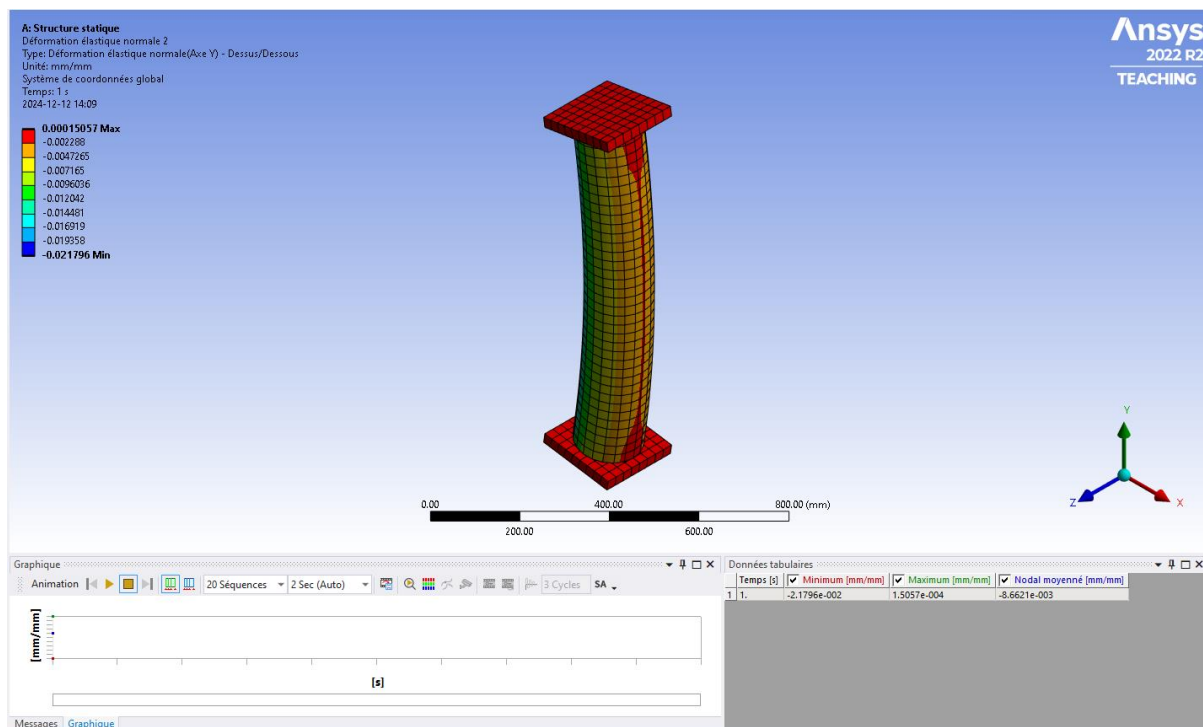


FIGURE F-17 : DEFORMATION VERTICALE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE

c. Force de réaction

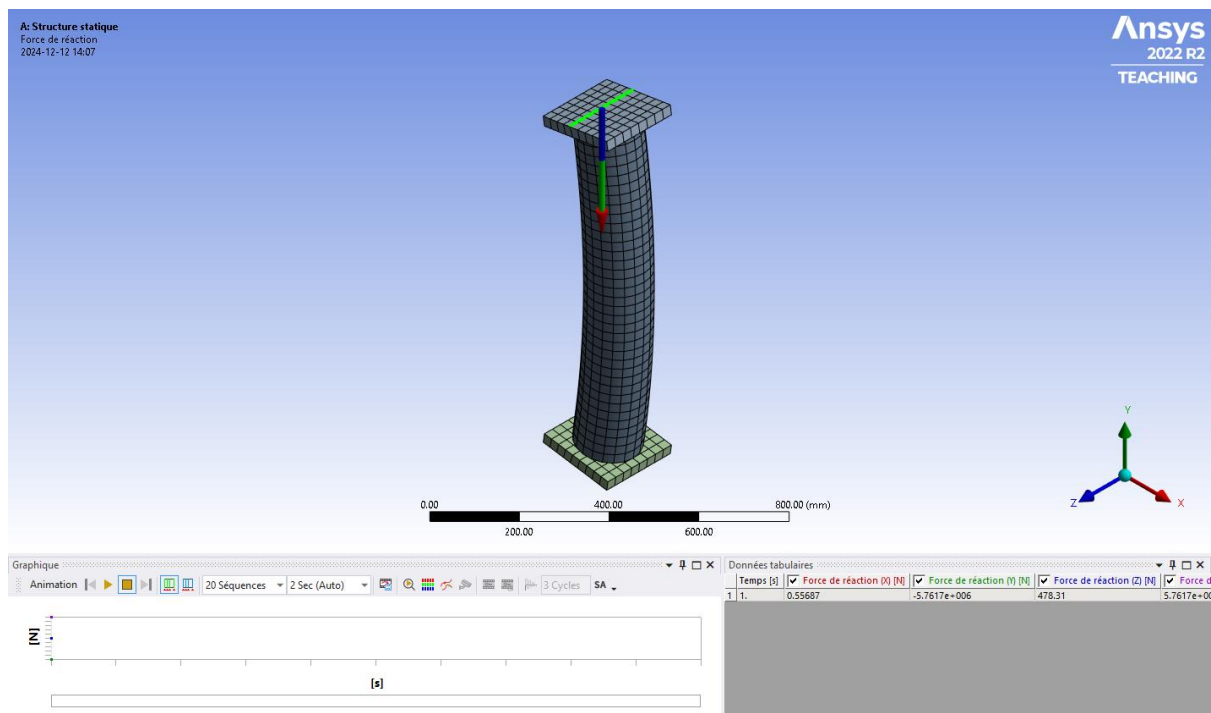


FIGURE F-18 : FORCE DE REACTION DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE

d. Déplacement

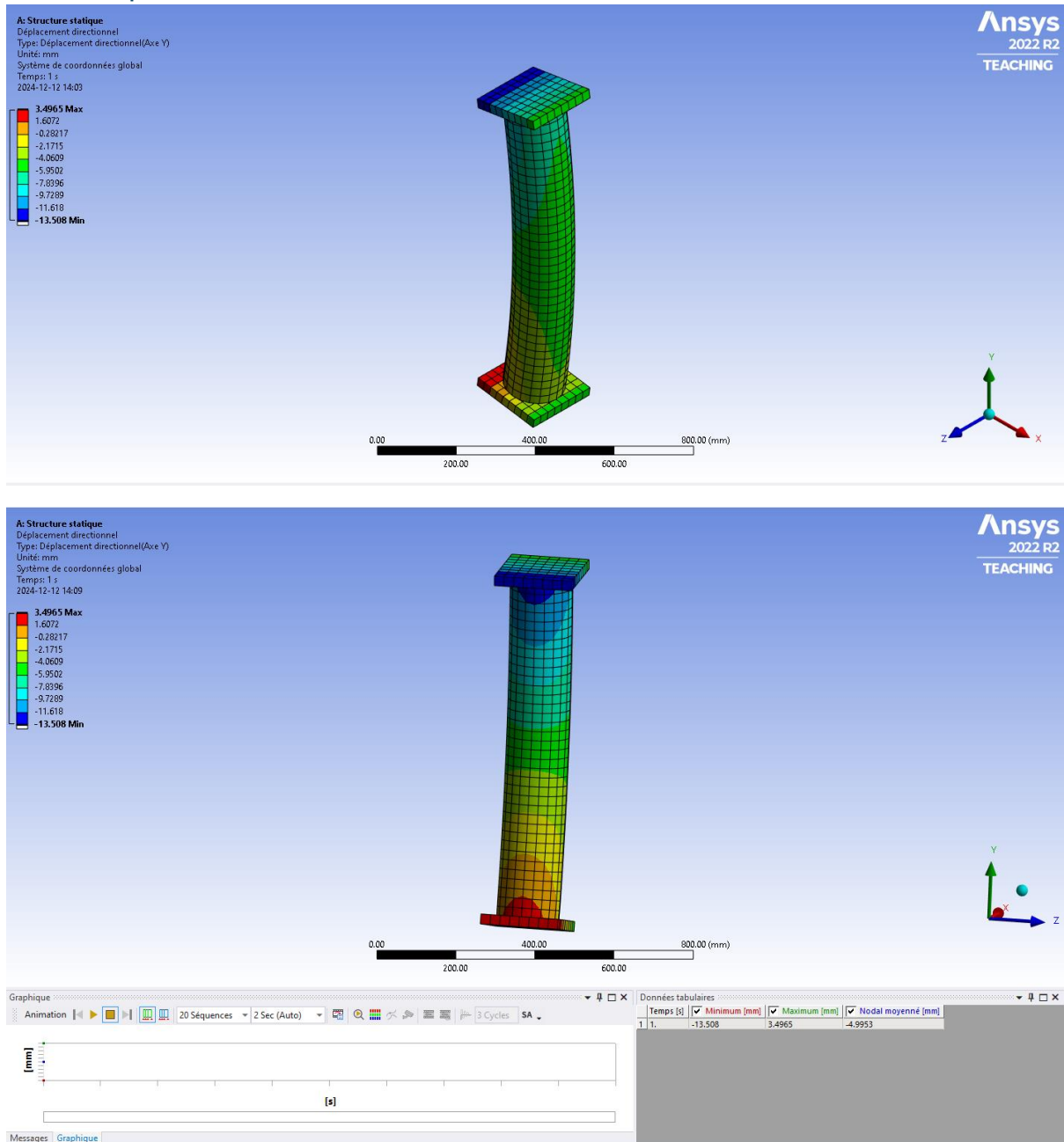


FIGURE F-19 : DEPLACEMENT VERTICAL GLOBAL DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE

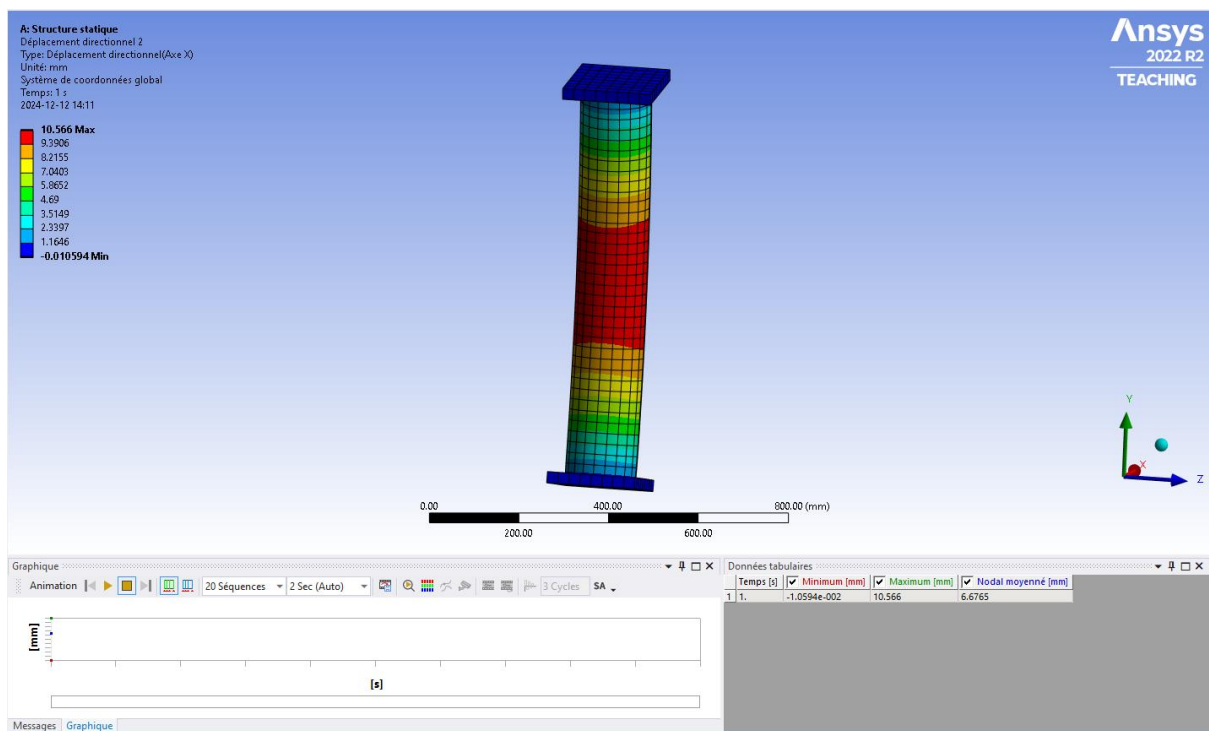
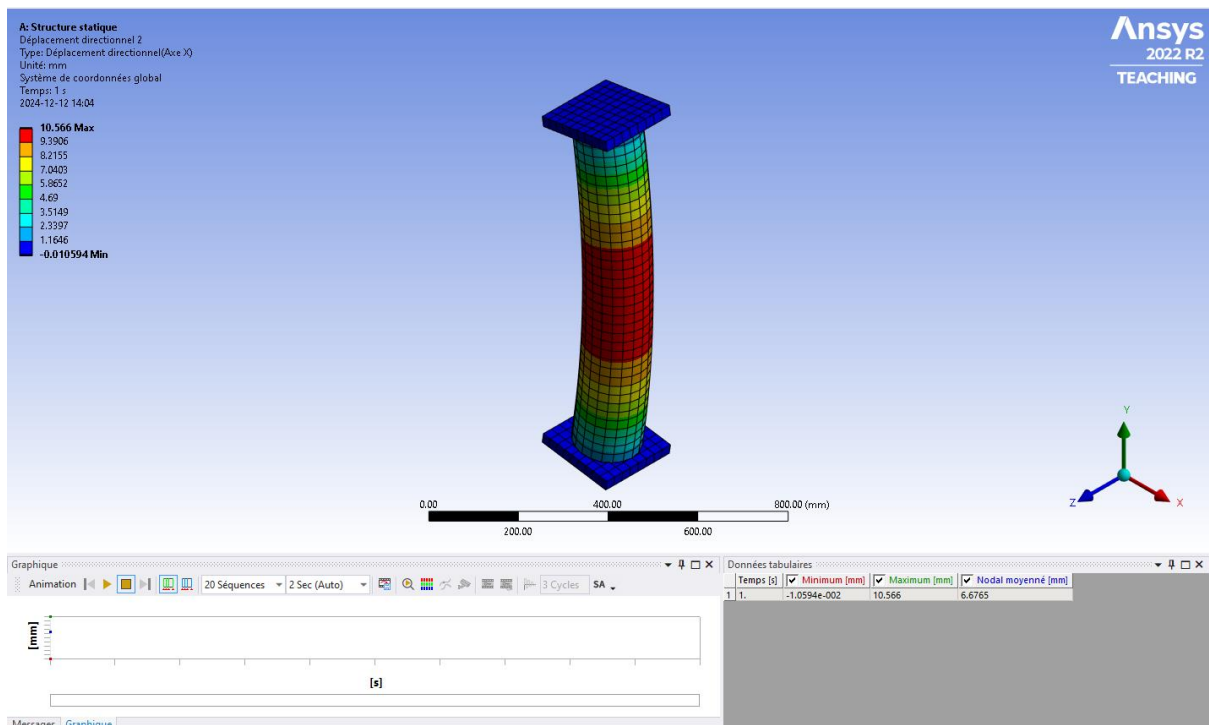


FIGURE F-20 : DEPLACEMENT HORIZONTAL GLOBAL DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE

e. Observations

De manière générale, augmenter le diamètre du tube n'influence pas de manière importante la réaction de l'assemblage au déplacement. L'assemblage se comporte de manière similaire.

La première différence se retrouve dans la force de réaction générée par le déplacement, dans le cas d'un diamètre plus grand, la force de réaction générée est plus importante pour le diamètre le plus grand. Cela signifie que la charge appliquée doit être plus importante pour provoquer le même déplacement.

De manière générale, les déformations sont moins importantes en augmentant le diamètre du tube.

Les contraintes verticales sont identiques entre les deux diamètres de tubes, ce qui veut dire que le paramètre n'influe pas sur ces caractéristiques. Cependant les contraintes horizontales elles augmentent avec le diamètre du tube.

Les déplacements globaux sont équivalents entre les deux choix de tube. Ce qui signifie que l'assemblage ne change pas de comportement avec le changement du tube.

G. CONCLUSION

L'objectif du projet était de comprendre et utiliser la méthode des éléments finis à travers une expérience réalisable et concrète.

Le projet rassemblait un certain nombre de compétences à mettre en œuvre pour pouvoir modéliser le problème.

Que ce soit la théorie de la méthode des éléments finis, la modélisation de la géométrie, la définition des matériaux, l'application des conditions du problème, le maillage. Les principales étapes de la résolution d'un problème par la méthode des éléments par assistance de l'ordinateur ont été appliquées.

Et une démarche similaire pourra être utilisée pour la résolution d'autres problèmes dans des conditions similaires.

Ce travail constitue des compétences de base qui pourront servir dans beaucoup de domaines du génie civil et mécanique.

Table des illustrations

FIGURE B-1 : FIGURE MODELISANT LE PROBLEME	4
FIGURE C-1 : SCHEMA SIMPLIFIE DU PROBLEME	6
FIGURE D-1 : ELEMENT DU MAILLAGE	9
FIGURE E-1 : GEOMETRIE DE L'ASSEMBLAGE SUR ANSYS	16
FIGURE E-2 : VUE DE L'ARMATURE ET DU TUBE SUR LA GEOMETRIE ANSYS	17
FIGURE E-3 : TABLEAU DES CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX COMPOSITES A SECTION CIRCULAIRE	17
FIGURE E-4 : TABLEAU DES CARACTERISTIQUES DES POLYMERES RENFORCES EN FIBRES (PRF)	18
FIGURE E-5 : DEFINITION DES MATERIAUX DANS ANSYS	18
FIGURE E-6 : MAILLAGE DE L'ASSEMBLAGE SUR ANSYS	19
FIGURE E-7 : SUPPORT FIXE APPLIQUE A LA SIMULATION ANSYS	20
FIGURE E-8 : DEPLACEMENT VERTICAL APPLIQUE A LA SIMULATION ANSYS	20
FIGURE F-1 : CONTRAINTE EQUIVALENTE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM	21
FIGURE F-2 : CONTRAINTE VERTICALE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM	22
FIGURE F-3 : CONTRAINTE HORIZONTALE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM	23
FIGURE F-4 : DEFORMATION EQUIVALENTE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM	24
FIGURE F-5 : DEFORMATION HORIZONTALE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM	25
FIGURE F-6 : DEFORMATION VERTICALE DE L'ASSEMBLAGE APRES APPLICATION D'UN DEPLACEMENT DE 10 MM	26
FIGURE F-7 : FORCE DE REACTION DE L'ASSEMBLAGE A UN DEPLACEMENT DE 10 MM	27
FIGURE F-8 : DEPLACEMENT VERTICAL GLOBAL DE L'ASSEMBLAGE	28
FIGURE F-9 : DEPLACEMENT HORIZONTAL GLOBAL DE L'ASSEMBLAGE	29
FIGURE F-10 : RELATION ENTRE CHARGE AXIALE ET DEPLACEMENT DANS L'ETUDE EXPERIMENTALE	30
FIGURE F-11 : CHARGES MOYENNES MAXIMALES DANS LE TEMPS ASSOCIES A UN DEPLACEMENT DE 10 MM	31
FIGURE F-12 : CONTRAINTE EQUIVALENTE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE	32
FIGURE F-13 : CONTRAINTE VERTICALE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE	33
FIGURE F-14 : CONTRAINTE HORIZONTALE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE	34
FIGURE F-15 : DEFORMATION EQUIVALENTE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE	35
FIGURE F-16 : DEFORMATION HORIZONTALE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE	36
FIGURE F-17 : DEFORMATION VERTICALE DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE	37
FIGURE F-18 : FORCE DE REACTION DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE	38
FIGURE F-19 : DEPLACEMENT VERTICAL GLOBAL DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE	39
FIGURE F-20 : DEPLACEMENT HORIZONTAL GLOBAL DE L'ASSEMBLAGE AVEC DIAMETRE DU TUBE AJUSTE	40

Références

Gallagher, R. H. (1977). *Introduction aux éléments finis*. Pluralis.

Huebner, K. H. (2001). *The Finite Element Method for Engineers*. Wiley.

Masmoudi, R. (s.d.). GCI 770 - MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS.

Mathieu, É. (1890). *Théorie de l'élasticité des corps solides*.

Mohamed, H., & Masmoudi, R. (2009). Behavior of FRP Tubes-Encased Concrete Columns under Concentric and Eccentric Loads. *American Composites Manufacturers Association*.

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2005). *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Butterworth-Heinemann.