



**INSTITUTO
FEDERAL**
Ceará

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
CEARÁ
IFCE *CAMPUS* MARACANAÚ
BACHARELADO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO**

SYLVIELLY SILVA DE SOUSA

SIMULAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

MARACANAÚ - 2020

SYLVIELLY SILVA DE SOUSA

SIMULAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

Projeto submetido à Coordenação do Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação como requisito para a nota parcial da disciplina de Controle II, ministrada pelo Prof. Dr. Eng. Luiz Daniel Bezerra.

MARACANAÚ - 2020

chapter0

1 Introdução

O presente relatório tem como objetivo demonstrar o funcionamento de um sistema de controle digital com a implementação de um controlador PID (Proporcional, integral e derivativo) e quais mudanças são esperadas com a alteração das constantes K_p , K_i e K_d .

Além disso, foi proposto também a simulação do modelo ARX, e seu comportamento com relação ao tempo de subida, estabilização, diante da aplicação de um degrau unitário na entrada. O exemplo de código foi obtido a partir da simulação do autor prof. Aguirre.

Vale ressaltar que toda a análise presente neste relatório foi com o auxílio da ferramenta GNU Octave[®] (uma ferramenta matemática que simula matrizes e equacionamentos matemáticos, *open source*) para efetuar os cálculos das funções de transferência tanto do controlador digital, como de todo o sistema, além também da simulação do modelo ARX, com os respectivos gráficos de ambos os sistemas, assim podendo visualizar o comportamento e efeito destes.

2 Fundamentação teórica

2.1 Sistema com controlador digital em malha fechada

Sistemas em malha fechada requerem estratégias de controle de forma que o sinal de saída seja constantemente monitorado em relação ao sinal de *setpoint* para realizar qualquer correção, caso haja mudança na saída. No caso de sistemas que necessitam de amostragem, existência ou ausência de um sinal de saída amostrado dentro da malha pode fazer uma diferença significativa no comportamento do sistema (caso haja um amostrador fora da malha fechada, este não influenciará no comportamento da mesma) (OGATA, 1995).

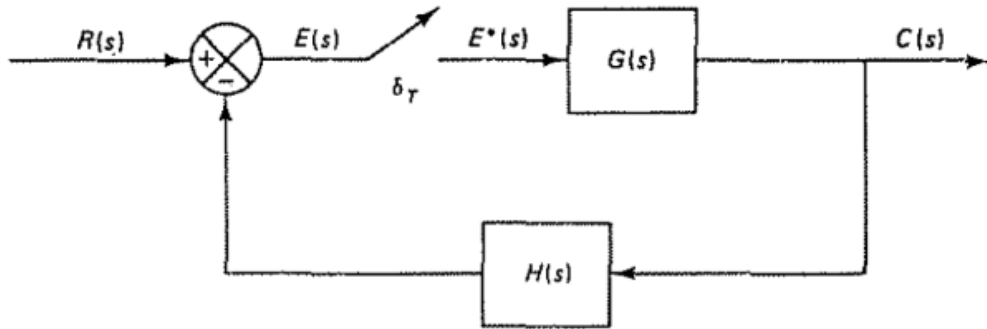


Figura 1 – Sistema de malha fechada, com amostrador.

No caso do sistema acima que possui um amostrador para amostrar o erro do sistema e inseri-lo na planta $G(s)$. O erro pode ser calculado da seguinte forma:

$$E(s) = R(s) - H(s)C(s)$$

Para o erro amostrado do sistema, tem-se:

$$E^*(s) = E(s) \sum_{k=0}^{\infty} \delta_T(t - kT)$$

a saída para o sistema em questão pode ser escrita como:

$$C(s) = G(s)E^*(s)$$

de forma alternativa,

$$C^*(s) = \frac{G(s)R^*(s)}{1 + G(s)H^*(s)}$$

reescrevendo $C(s)$ em termos da Transformada Z , temos:

$$C(z) = \frac{G(z)R(z)}{1 + G(z)H(z)}$$

A transformada Z, $C(z)$ nos fornece uma saída com valores em instantes amostrados, com isso podemos concluir que a função de transferência pulsada deste sistema em malha fechada, pode ser escrita como:

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)H(z)}$$

Para controladores digitais, a função de transferência pulsada de malha fechada pode ser obtida através das características da entrada e saída do controlador digital (OGATA, 1995). Com isso podemos escrever de modo genérico a função de transferência pulsada do controlador digital para uma entrada $E(z)$ e uma saída $M(z)$:

$$G_D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots b_n z^{-n}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots a_n z^{-n}} \quad (2.1)$$

A seguir, temos um sistema de malha fechada com controlador digital:

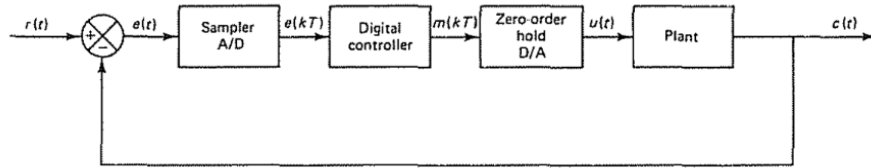


Figura 2 – Sistema de malha fechada com controlador digital.

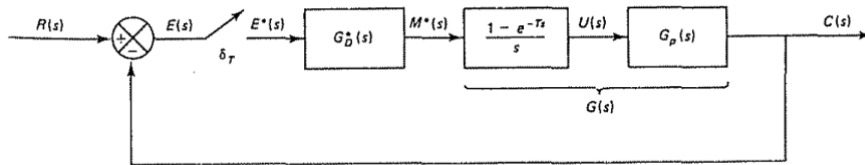


Figura 3 – Sistema de malha fechada

2.2 Modelo ARX

O modelo ARX (Modelo Autorregressivo com entradas Exógenas) é um modelo matemático de estimação de sistemas. A equação que caracteriza o

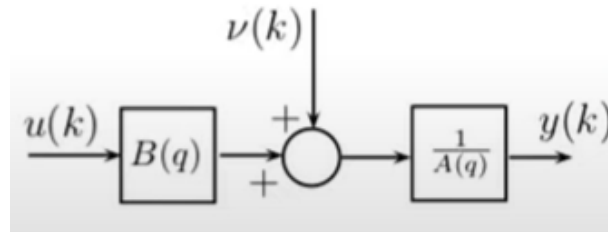


Figura 4 – Sistema ARX.

sistema ARX, é dada por:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + v(k)$$

3 Desenvolvimento

Com a teoria fundamentada acima, foi solicitada a implementação de *scripts* para cada sistema que são detalhados nos itens a seguir através de seus respectivos gráficos obtidos.:

1. Para o sistema de controle com malha fechada a seguir, foi solicitado um *script* no qual o usuário possa realizar alterações nos valores do controlador PID (K_p , K_i e K_d) bem como o período de amostragem, resultando na função de transferência de malha fechada $C(z)/R(z)$ bem como o resultado de simulação para a resposta a entrada do tipo degrau e rampa. Para o sistema acima, os parâmetros para as constantes proporcional,

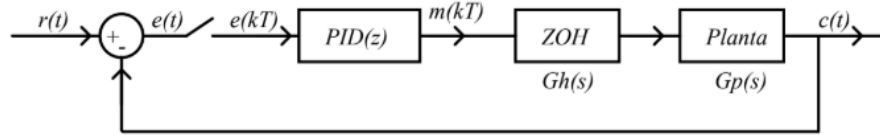


Figura 5 – Controlador digital com PID.

integral e derivativa respectivamente, são:

- $K_p = 1$
- $K_i = 0.2$
- $K_d = 0.2$

As funções de transferência pré-definidas são dadas:

$$PID(z) = K_p + \frac{K_i}{1 - z^{-1}} + K_d(1 - z^{-1})$$

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s + 1)}$$

$$G_h(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

A função de transferência de malha fechada do sistema é definida como:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_D(z)G(z)}{1 + G_D(z)G(z)}$$

Abaixo os coeficientes da FTMF pré-definida do sistema com o numerador e o denominador respectivamente:

- numerador = [0 0.5151 -0.1452 -0.2963 0.0528];
- denominador = [1 -1.8528 1.5906 -0.6642 0.0528];

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{0.5151z^3 - 0.1452z^2 - 0.2963z + 0.0528}{z^4 - 1.8528z^3 + 1.5906z^2 - 0.6642z + 0.0528}$$

A partir dos parâmetros citados anteriormente, foi concebido um *script* que calcula a partir dos valores que o usuário insere das constantes de do controlador. A frequência de amostragem escolhida para os testes foi de $f_s = 10Hz$.

```
=====
                        CONTROLE II
                      CONTROLADOR PID
          SIMULACAO DE SISTEMAS LINEARES
=====
COEF. PROPORCIONAL           Kp =          1
COEF. INTEGRAL               Ki =          0.2
COEF. DERIVATIVO             Kd =          0.2
FREQ DE AMOSTRAGEM [Hz]      fs  =         10|
```

Figura 6 – *Script*

Feito isso, o programa irá retornar as funções de transferência do controlador PID com base nos dados inseridos, função de transferência de malha fechada e os gráficos com as respostas ao sinal de entrada do tipo degrau e do tipo rampa.

```
=====
          Funcao de Transferencia F(z) = C(z)/R(z) pre-definida
=====

Transfer function 'F_z' from input 'ul' to output ...

      0.5151 z^3 - 0.1452 z^2 - 0.2963 z + 0.0528
yl:  -----
      z^4 - 1.853 z^3 + 1.591 z^2 - 0.6642 z + 0.0528

Sampling time: 1 s
Discrete-time model.
```

Figura 7 – Função de transferência pré-definida $F(z)$

```

=====
Controlador PID(z)
=====

Transfer function 'PID' from input 'ul' to output ...

      1.4 z^2 - 1.4 z + 0.2
yl:  -----
      z^2 - z

Sampling time: 0.1 s
Discrete-time model.
=====
G(z)
=====

Transfer function 'G_z' from input 'ul' to output ...

      0.3679 z^4 + 0.2642 z^3
yl:  -----
      z^5 - 1.368 z^4 + 0.3679 z^3

Sampling time: 0.1 s
Discrete-time model.
=====
Saída C(z)
=====

Transfer function 'C_z' from input 'ul' to output ...

      0.5151 z^13 - 1.365 z^12 + 0.9415 z^11 + 0.313 z^10 - 0.586 z^9 + 0.2007 z^8 - 0.01944 z^7
yl:  -----
      z^14 - 4.221 z^13 + 7.714 z^12 - 8.015 z^11 + 5.068 z^10 - 1.863 z^9 + 0.3361 z^8 - 0.01944 z^7

Sampling time: 0.1 s
Discrete-time model.

```

Figura 8 – Controlador, $G(s)$ e saída $C(s)$

Os gráficos a seguir, representam os resultados obtidos no prompt, a partir dos valores de K_p , K_i e K_d proposto.

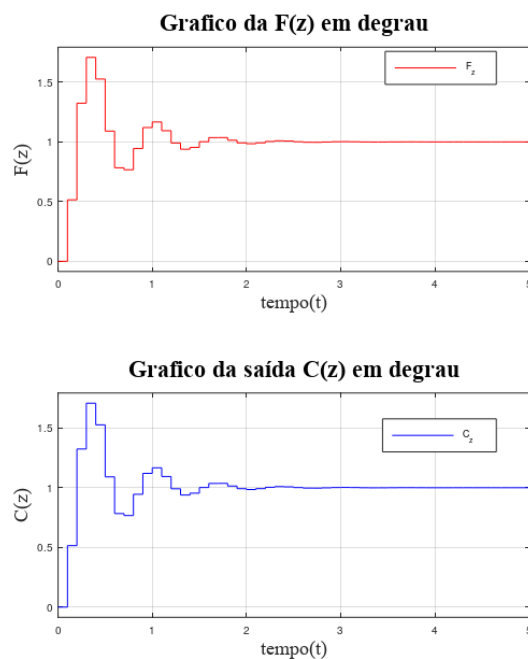


Figura 9 – $F(z)$ e $C(z)$ em degrau

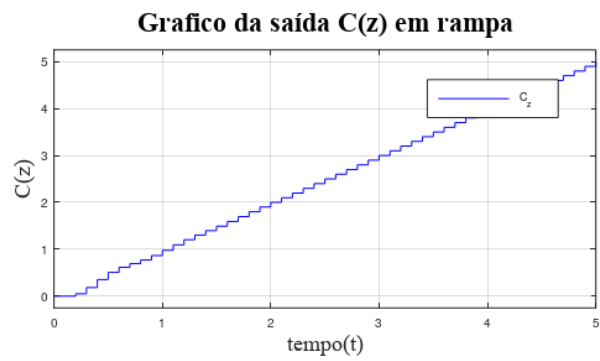
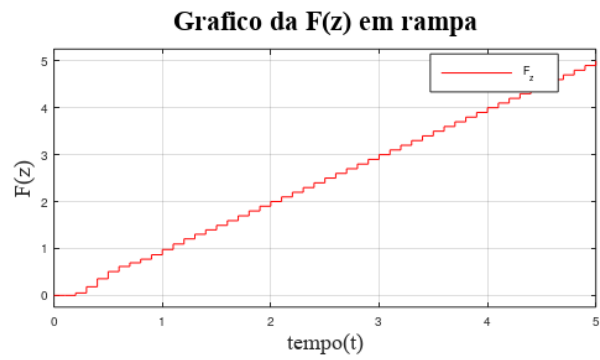


Figura 10 – $F(z)$ e $C(z)$ em rampa

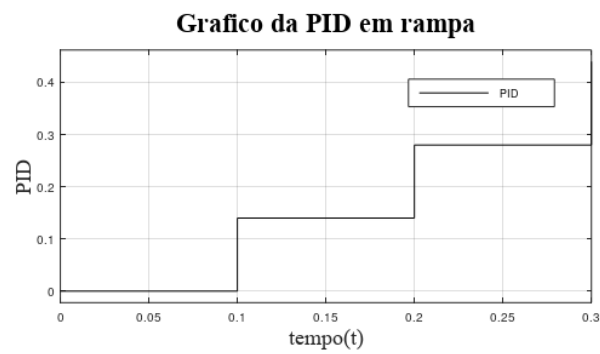
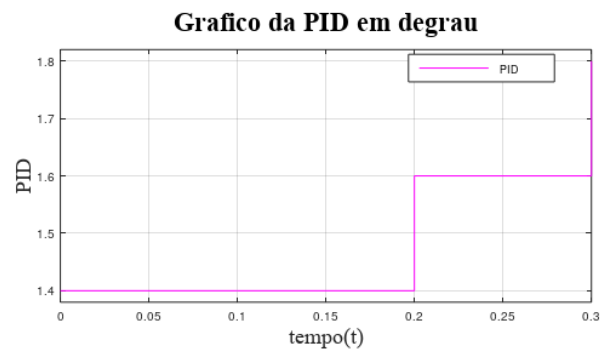


Figura 11 – PID em degrau e rampa

2. Foi proposto também a elaboração de um *script* baseado em um exemplo demonstrativo que professor Aguirre realiza para o modelo ARX, porém

com atraso igual a 5. A partir da obtenção dos gráficos análises comparativas foram realizadas.

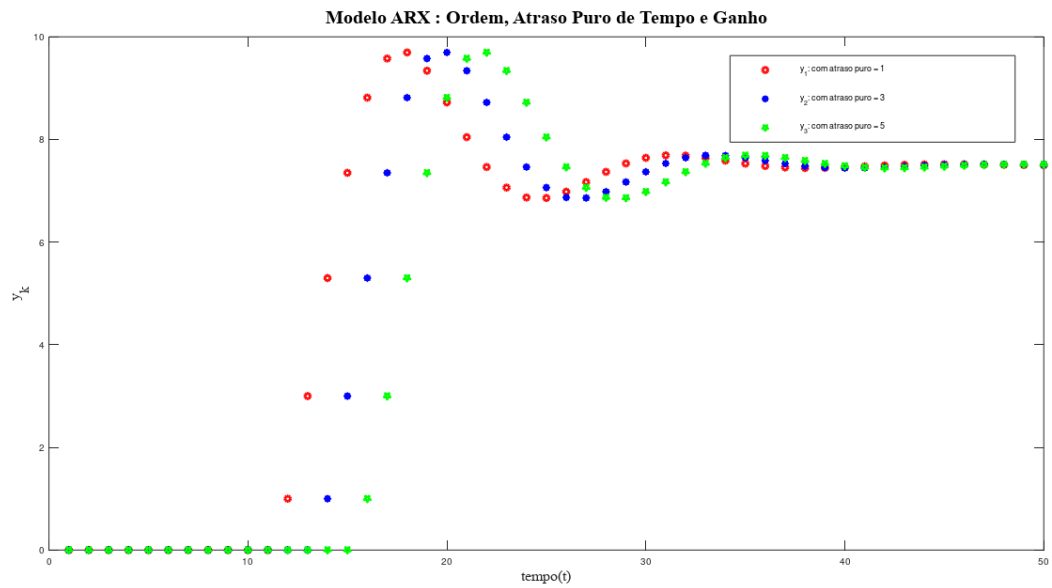


Figura 12 – Gráfico do modelo ARX

4 Resultados e Conclusões

A partir dos gráficos obtidos para ambos os itens 1 e 2, podemos esboçar ressalvas a respeito de cada um dos gráficos apresentados.

4.1 Para o sistema em malha fechada

Para o sistema em malha fechada com controlador digital PID, os gráficos da figura 9, que compara a FTMF pré-definida de $F(z)$ com a FTMF de $C(z)$, com as alterações realizadas nas constantes do controlador PID, quando aplicado o degrau, as curvas mantiveram as mesmas características tanto de tempo de subida quanto de acomodação e erro em regime permanente para os valores escolhidos previamente. Se levarmos em conta que o sistema de $F(z)$ possui polinômio de ordem 4, ao compararmos com o sistema $C(z)$, que possui polinômio ordem 14, o sistema com maior grau possui uma estabilidade em regime permanente com erro praticamente nulo, assim como $F(z)$.

Ainda sobre o sistema em malha fechada com controlador PID digital, quando aplicada a rampa unitária em $F(z)$ e $C(z)$, também é possível visualizar a semelhança entre os gráficos, em que a saída mantém uma curva crescente, em relação ao sinal de entrada. Essa configuração das constantes do controlador, fez com que o sistema mantivesse sua linearidade diante da ordem do seu polinômio, garantindo a estabilidade em regime permanente.

4.2 Para os atrasos no modelo ARX

Com relação ao solicitado para o modelo ARX, foi observado que ao inserir atrasos de 1, 3 e 5 respectivamente no gráfico 12, a aplicação do degrau ocorreu em tempos distintos, porém não houve alteração significativa que alterasse a dinâmica do sistema. Os atrasos provocaram deslocamento do sinal, como esperado, porém obedecendo ao princípio da invariância no tempo de sistemas lineares, o deslocamento provocado na entrada, deve ser o mesmo na saída sem alterar as características construtivas básicas de sistemas LIT.

$$x(t) \Rightarrow y(t)$$

$$x(t - t_0) \Rightarrow y(t - t_0)$$

Com o experimento, foi possível comparar modelos distintos em suas funções, porém que obedecem os requisitos dos sistemas LIT, nos quais foram estudados neste capítulo.