

---

# PROJET MALG

Groupe 8

Préparé par

**CRAPANZANO Claire**  
**FERRÉ Nicolas**  
**MOLLARD Romaric**  
**RUCHOT Guillaume**

Mai 2017

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Programme premier</b>	<b>3</b>
2.1	Description de l'algorithme . . . . .	3
2.2	Traduction PlusCal . . . . .	3
2.3	Preuve TLA+ . . . . .	3
2.4	Preuve FramaC . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Tri 1 : Sélection</b>	<b>6</b>
3.1	Description de l'algorithme . . . . .	6
3.2	Traduction PlusCal . . . . .	6
3.3	Preuve TLA+ . . . . .	6
3.4	Preuve FramaC . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Autre algorithme</b>	<b>7</b>
4.1	Description de l'algorithme . . . . .	7
4.2	Traduction PlusCal . . . . .	7
4.3	Preuve TLA+ . . . . .	8
4.4	Preuve FramaC . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>10</b>
5.1	Difficultés rencontrées . . . . .	10
5.2	Temps et méthodes de travail . . . . .	10

# 1 Introduction

## 2 Programme premier

### 2.1 Description de l'algorithme

Ce programme demande à l'utilisateur un nombre  $n$  quelconque (entier), et le programme affiche alors les  $n$  premiers nombres premiers en partant de zero. Si  $n$  est négatif ou nul, le programme ne doit rien afficher.

### 2.2 Traduction PlusCal

---

```
//TODO Copy code
```

---

### 2.3 Preuve TLA+

...

### 2.4 Preuve FramaC

Nous avons prouvé deux éléments grace à l'outil FramaC :

1. Le programme ne retourne que des nombres premiers
2. Le programme retourne le nombre de résultats demandé

Pour cela nous avons rajouté quelques données dans l'algorithme afin par exemple de comptabiliser le nombre de printf, qui est matérialisé par la variable 'nbprintf' initialisée à 0.

---

```
int main(){
    int n, i = 3, count, c;

    /*@ assert i==3; */

    printf("Enter the number of prime numbers required\n");
    scanf("%d",&n);

    //On protège n des valeurs négatives pour framac
    if(n<0){
        n=0;
    }

    //On ajoute une variable pour compter le nombre d'affichages total
    int nbprintf = 0;

    /*@ assert n>=0; */
    /*@ assert nbprintf==0; */

    if (n>=1){
        printf("First %d prime numbers are :\n", n);
        printf("2\n"); //Preuve 1. Les résultats sont tous des nombres premiers
        //On incrmente nbprintf
        nbprintf++;
    }
}
```

```

}

//On s'assure qu'on a affiché 2 pour commencer
/*@ assert n>=1 ==> nbprintf==1; */ //Preuve 2. On a n==nombre de printf
/*@ assert n<1 ==> nbprintf==0; */ //Preuve 2. On a n==nombre de printf

//Il faut prouver que la boucle termine

/*@ loop invariant 2 <= count;
    loop invariant i>count;
    loop invariant nbprintf<=n;
    loop invariant n>=1 ==> count<=n+1;
    loop invariant n>=1 ==> nbprintf==count-1;
    loop invariant n<1 ==> nbprintf==0;
*/
for (count = 2; count <= n; ){

    /*@ assert count<=n;*/

    /*@ loop invariant 2 <= c <= i;
        loop invariant 2 <= count;
        loop invariant i>count;
        loop invariant nbprintf==count-1;
        loop invariant count<=n;
        loop invariant nbprintf<=n;
        loop invariant c>=3 ==> i%(c-1)!=0;
        loop invariant \forall int w; 2<=w<c ==> i%w!=0;
    */
    for (c = 2; c<= i-1;c++){
        if (i%c == 0) {
            /*@ assert i%c==0; */
            break;
        }
        /*@ assert i%c!=0;*/
    }
    /*@ assert i%c==0 || i==c; */
    /*@ assert \forall int w; 2<=w<c ==> i%w!=0;*/
    /*@ assert count<=n;*/
    /*@ assert nbprintf==count-1;*/

    if (c == i){
        /*@ assert i==c; */

        //On prouve que i est premier
        /*@ assert \forall int w; 2<=w<i ==> i%w!=0;*/ //Preuve 1. Les résultats sont tous
            des nombres premiers
        printf("%d\n",i);

        //On incrémente nbprintf
        nbprintf++;
        /*@ assert nbprintf==count;*/

        count++;
        /*@ assert count<=n+1;*/
        /*@ assert nbprintf==count-1;*/
        /*@ assert nbprintf<=n;*/
    }
}

```

```

    }

    i++;
    /*@assert count<=n+1;*/
}
/*@ assert count>=n+1; */
/*@ assert n>=1 ==> count==n+1; */

//On prouve qu'il y a le bon nombre de résultats
/*@ assert n>=1 ==> nbprintf==n; */
/*@ assert n<1 ==> nbprintf==0; */
/*@ assert n>=0; */

/*@ assert nbprintf==n; */ //Preuve 2. On a n==nombre de printf

return 0;
}

```

---

Nous avons donc bien validé `/*@ assert nbprintf==n; */` et `/*@ assert  $\forall i, w; 2 \leq w < i \Rightarrow i$`

## 3 Tri 1 : Sélection

### 3.1 Description de l'algorithme

Ce programme propose à l'utilisateur de créer une liste de  $n$  éléments, puis lui demande de rentrer les valeurs de cette liste une par une. Le programme affiche ensuite la liste triée par la méthode du tri sélection.

### 3.2 Traduction PlusCal

### 3.3 Preuve TLA+

### 3.4 Preuve FramaC

## 4 Autre algorithme

### 4.1 Description de l'algorithme

Ce programme mystère calcule les éléments de la formule de récurrence

$$r(i) = 2 * r(i - 1) + 2 * r(i - 2), r(0) = 1, r(1) = 1$$

Après résolution, ceci correspond à la formule suivante :

$$r(i) = 1/2 * ((1 - \sqrt{3})^i + (1 + \sqrt{3})^i)$$

### 4.2 Traduction PlusCal

---

EXTENDS TLC, *Integers*, *Reals*

```
(*
--algorithm Algo3 {
variables a,b,c,i,r;
{
  a:=1;
  b:=1;
  i:=2;
  if(x==0){
    r:=1;
  }else{
    if(x==1){
      r:=1;
    }else{
      while(i-1 < x)
      {
        i:=i+1;
        c:=a;
        a:=b;
        b:=2*c+2*b;
      };
      r:=b;
    }
  }
}
}

*)

\* BEGIN TRANSLATION
CONSTANT x
VARIABLES a, b, c, i, r, pc
```



```

vars == << a, b, c, i, r, pc >>

Init == (* Global variables *)
    /\ a = 1
    /\ b = 1
    /\ c = 0
    /\ r = 0
    /\ i = 2
    /\ pc = "Lbl_1"

Lbl_1 == /\ pc = "Lbl_1"
    /\ a' = 1
    /\ b' = 1
    /\ i' = 2
    /\ IF x=0
        THEN /\ r' = 1
            /\ pc' = "Done"
        ELSE /\ IF x=1
            THEN /\ r' = 1
                /\ pc' = "Done"
            ELSE /\ pc' = "Lbl_2"
                /\ r' = r
        /\ c' = c

Lbl_2 == /\ pc = "Lbl_2"
    /\ IF i-1 < x
        THEN /\ i' = i+1
            /\ c' = a
            /\ a' = b
            /\ b' = 2*c'+2*b
            /\ pc' = "Lbl_2"
            /\ r' = r
        ELSE /\ r' = b
            /\ pc' = "Done"
        /\ UNCHANGED << a, b, c, i >>

Next == Lbl_1 \/ Lbl_2
    \/ (* Disjunct to prevent deadlock on termination *)
    (pc = "Done" /\ UNCHANGED vars)

Spec == Init /\ [] [Next]_vars

Termination == <>(pc = "Done")

\* END TRANSLATION

```

---

### 4.3 Preuve TLA+

La preuve TLA+ consiste en une preuve partielle du programme.

La traduction automatique produit trois états :

Init : qui représente le programme avant le premier if

Lbl\_1 : qui représente les tests et conditions if / else

Lbl\_2 : qui représente le while et donc le calcul de la formule décrite ci-dessus.

La variable pc nous permet de connaître l'état actuel du programme.

---

```

TestPreLoop == i>2 /\ b = 1 \* On a pas commencé la boucle donc b=1
TestPostLoop == i\leq2 /\ b = 2*c+2*a \* On a commencé la boucle donc b= 2*c + 2*a
TestEnd == pc#"Done" /\ ( (x\leq1 /\ r=1) /\ (x>1 /\ r=2*c+2*a) ) \*Terminé donc soit
    c'est pas passé dans la boucle et c'est 1 soit c'est la formule récursive

```

---

Ceci nous permet de vérifier la formule de récurrence (en admettant  $c==b[i-1]$  et  $a==b[i-2]$ ) et que les résultats pour  $i=0$  et  $i=1$  sont bien 1, soit les valeurs de base de la formule récursive.

## 4.4 Preuve FramaC

## **5 Conclusion**

### **5.1 Difficultés rencontrées**

### **5.2 Temps et méthodes de travail**