

# Compte rendu automatique

Adam SINKOVICS, Mahdi MOUNZER, Jimmy NIYONKURU

2023-2024

## Description et but du TP

Lors des séances de TP en automatique, il nous est demandé d'identifier deux systèmes inconnus, chacun mesurable sur des sorties différentes d'une boîte. Le but est d'identifier, modéliser les systèmes, puis les asservir. Nous avons effectué ces études sur la boîte numéro 10.

Pour étudier ces systèmes, on utilise un générateur à basse fréquence, un oscilloscope et une alimentation afin d'alimenter la boîte. Pour l'asservissement on utilisera des amplificateurs opérationnels ainsi que des résistances et condensateurs.

# Étude

## 1.1 Réponse harmonique

Lorsque le système étudié est *linéaire*, on observe en sortie un signal sinusoidal pour une entrée de signal sinusoidal. Il est donc possible d'écrire la *fonction de transfert* du système étudié, qui décrit les caractéristiques du signal de sortie par rapport à celui d'entrée. La fonction de transfert est une fonction complexe dont le module représente *l'amplification dans la bande passante* du système, c'est-à-dire pour une entrée constante dans le temps par combien le système amplifie-t-il le signal d'entrée (ou le mot "amplifie" ne signifie pas forcément une augmentation de la valeur du signal), et dont l'argument représente le *déphasage* du signal de sortie par rapport à l'entrée, c'est à dire par combien (mesuré en radians) est la sortie en retard ou en avance par rapport à l'entrée.

### 1.1.1 Théorie

Si on souhaite étudier, en traçant les diagrammes de Bode ou de Black, tels systèmes, il est important de d'abord déterminer la nature du système. Pour ce déterminer, on soumet le système à des fréquences de grandeurs différentes et on compare les sorties. Si le système donne des réponses similaires pour des basses fréquences, mais lorsqu'on augmente la fréquence la réponse diminue, il s'agit d'un système type passe-bas. Dans le cas contraire, si pour les hautes fréquences la réponse a l'air de ne pas changer, mais en la diminuant la réponse diminue, il s'agit d'un système type passe-haut. Lorsque la réponse diminue pour des valeurs de fréquences basses et hautes, il s'agit d'une passe-bande, et si le contraire se passe, il s'agit d'un coupe-bande.

### 1.1.2 Pratique

#### Systeme 1

Après avoir branché la première sortie de la boîte sur le générateur et l'oscilloscope, on a déterminé que notre système est de type passe-bas, puisque pour des fréquences faibles, l'amplification variait peu, mais en augmentant la fréquence de l'entrée l'amplification mesurée sur la sortie diminuait. Pour tracer le diagramme de Bode et de Black, on mesure d'abord la fréquence de coupure à  $-3dB$ . Pour faire cela on soumet le système à une entrée de fréquence faible ( $f_e < 1Hz$ ) et on mesure l'amplitude de la sortie, qu'on divise par l'amplitude de l'entrée pour obtenir l'amplification dans la bande passante  $A$  de notre système. Il est également possible, vu qu'on sait que le système est un filtre de type passe-bas, qu'on le soumette à un échelon (avec le générateur on délivre un signal carré de faible fréquence), et on mesure l'amplitude de la sortie en *régime permanent* c'est-à-dire lorsque

la variation de l'amplitude de la réponse est faible. La régime permanent est visible sur la figure 1.1 dans une *demi-période* du signal de la sortie lorsque la courbe devient horizontale.

Ici on a mesuré  $A = 1.8$

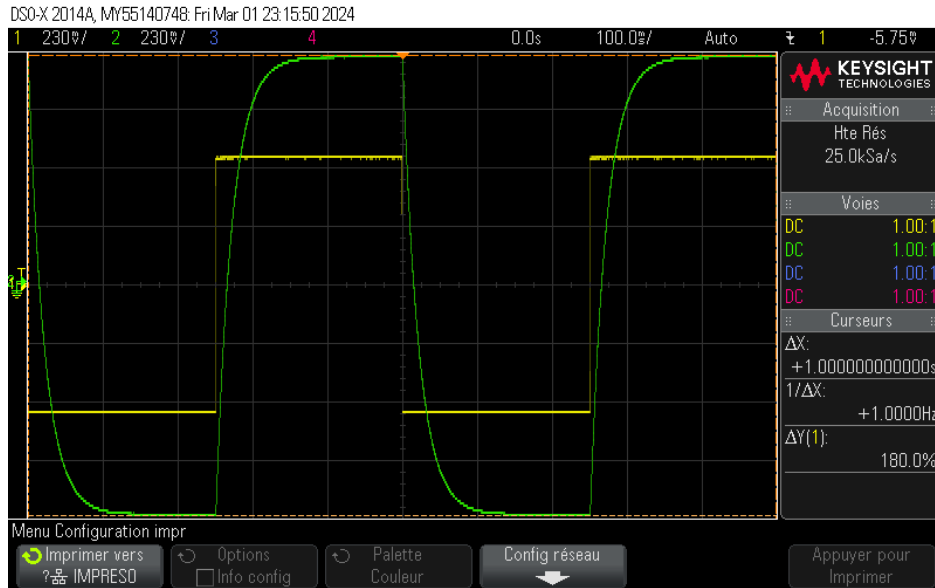


Figure 1.1: Image de l'oscilloscope lors la mesure de  $A$  pour le premiere systeme

Pour la suite on mesure l'amplification pour les entrées sinusoïdales.

Une fois  $A$  connue, sachant que la fréquence de coupure a  $-3dB$   $f_{-3dB}$  représente

$$20 \cdot \log(|A|) - 3dB = 20 \cdot \log(|A|) + 20 \cdot \log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{|A|}{\sqrt{2}}\right)$$

on sait qu'on cherche une fréquence pour laquelle l'amplitude de la sortie est  $S_{-3dB} \simeq 0.7 \cdot A$ , autrement dit 70% de l'amplitude dans la bande passante. En connaissant  $f_{-3dB}$  on peut commencer a mesurer l'amplification (le rapport sortie / entrée) et le déphasage de notre systeme, pour des valeur écarté sur l'échelle logarithmique, mais plus serré autour la fréquence  $f_{-3dB}$ .

Il est important de noter ici le fait que sur le graphique on a l'impression que l'intersection des deux droites n'est pas exactement sur la courbe. Il est vrai qu'une valeur de  $7.4Hz$  correspondrais mieux sur le graphe pour  $f_{-3dB}$  mais expérimentalement on a mesuré un déphasage de  $-45$  deg a une fréquence de  $7.2Hz$ , c'est pour cela qu'on a décidé de garder cette valeur.

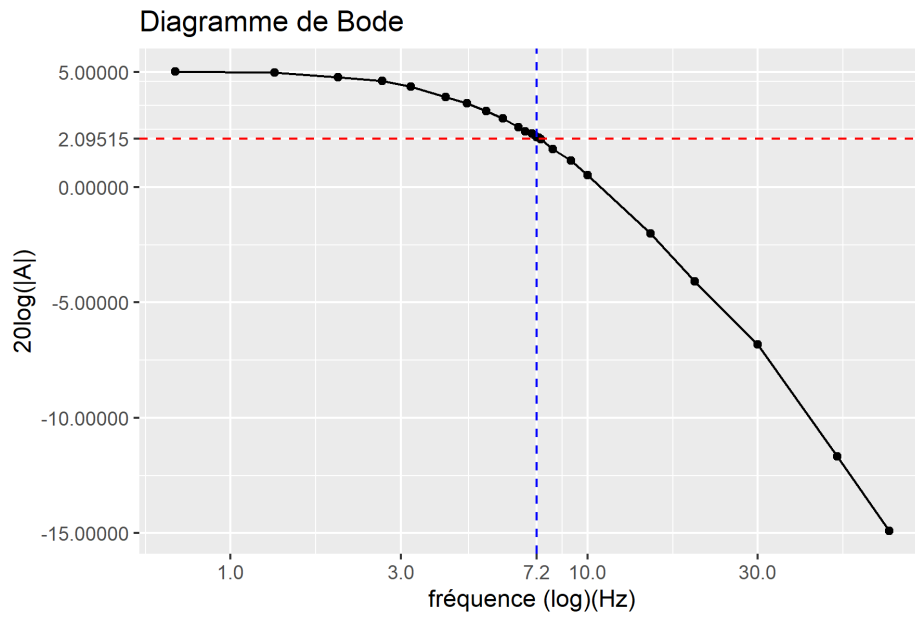


Figure 1.2: Diagramme de Bode pour le premiere systeme

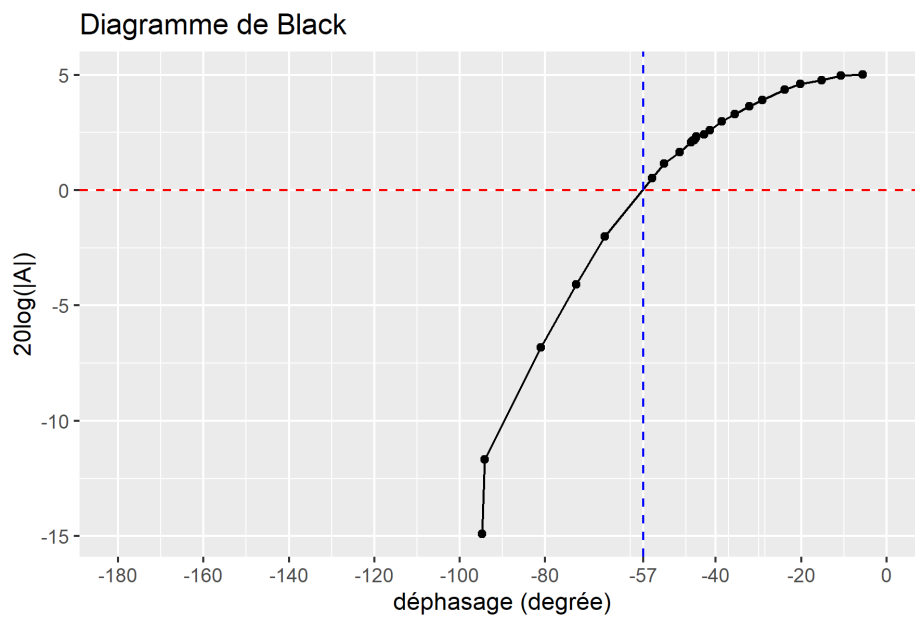


Figure 1.3: Diagramme de Black pour le premiere systeme

Il est possible de déterminer la marge de phase en calculant graphiquement depuis la figure 1.3 , la difference entre  $-180$  et le point d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses. Dans notre cas:

$$M_{ph} = -57 - (-180) = 123deg$$

La marge de phase est orienté selon les valeurs de l'abscisse croissantes.

En regardant les allures de diagrammes de Black et Bode, on peut remarquer que la modélisatoin du systeme par un systeme d'ordre 1 semble raisonnable.

## Systeme 2

Pour le systeme 2, on constate qu'en variant la fréquence d'entrée sinusoidale, au début l'amplification augmente, ainsi nous soupçonnons que le systeme peut pas etre modélisé par un systeme d'ordre 1 puisque ces systemes ne présentes jamais des résonances. Ainsi on va modéliser le systeme par un systeme d'ordre 2.

## 1.2 Réponse indicielle

Dans cette deuxieme partie on va s'interesser a l'identification des systemes, c'est a dire trouver une fonction de transfert, qui décrit au plus proche notre systeme. Il est demandé de tracer la *caractéristique statique* de notre systeme, qui est la courbe qui représente la sortie en fonction de l'entrée. Lorsque notre systeme est linéaire, la caractéristique statique est une droite de pente  $A$ , l'amplification. En réalité étant donné que le domaine linéaire de la caractéristique statique est toujours limité (par exemple par la tension de saturation des amplificateurs opérationnelles), c'est a dire que la droite n'a pas en tant que limite en  $\pm\infty$  l'infini, deux points de cassures, a partir desquelles la pente devient nulle.

### 1.2.1 Système du première ordre

Pour les systemes de premiere ordre de type passe-bas, on peut décrire le systeme dans le domaine de Laplace par la fonction

$$F_1(p) = \frac{A}{1 + \tau p}$$

ou  $A$  représente l'amplification dans la bande passante (pour les passe-bas c'est aussi l'amplification statique, dans ce cas sans unité) et  $\tau$  le constant de temps. Il est ici possible de déterminer l'amplification  $A$  en soumettant notre systeme a une entrée de type échelon de fréquence  $f \ll 10Hz$ . Ceci en realité est faite en mettant un signale carré de fréquence faible. Pour mesurer  $\tau$  il suffit de mesurer le temps de réponse a 5 pourcent c'est a dire le temps a partir duquel la réponse est autour de sa valeur en régime permanent en ne plus dépassant  $\pm 5\%$  de cette valeur. On peut bien visualiser le régime permanent et transitoire au meme temps, si on choisit une fréquence telle que le temps de réponse a 5% est égale a la moitié de la demi-période de notre signale d'entrée:

$$\frac{T_E}{4} = t_{5\%}$$

ou  $T_E$  est la période du signale d'entrée.

Lorsqu'on souhaite de mesurer ces caractéristiques avec un entrée harmonique (sinusoidale) on peut soumettre le systeme a un signale sinusoidale de fréquence basse, et on mesure le rapport des valeurs maximums des allures des sortie par rapport a l'entrée. Pour trouver  $\tau$  on peut mesurer la fréquence de coupure a  $-3dB$  en sachant que  $f_{-3dB} = 2\pi\omega_0$  donc

$$\omega_0 = \frac{f_{-3dB}}{2\pi}$$

Il est maintenant facile a déterminer  $\tau$  en connaissant la relation

$$\tau = \frac{1}{\omega_0}$$

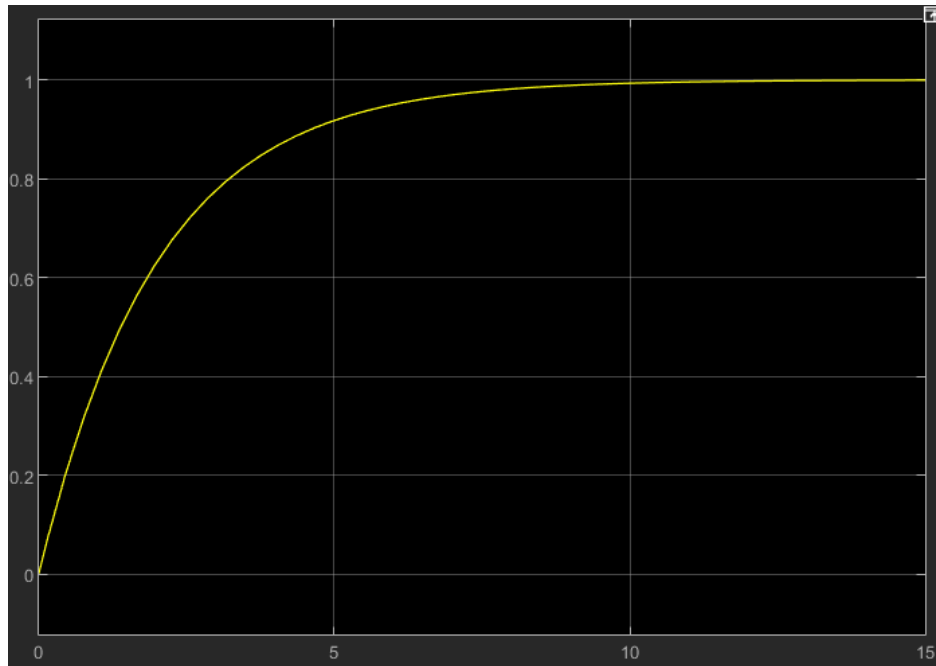


Figure 1.4: Réponse d'un système à première ordre

ou  $\omega_0$  est la pulsation de cassure a  $-3dB$  et aussi la pulsation de coupure vu qu'il s'agit d'un systeme du premiere ordre. Voir la figure 1.4 pour voir l'allure de la réponse d'un tel système.

En appliquant un signale d'entrée constant (en pratique on met un signale carré), on obtient une réponse comme dans la figure

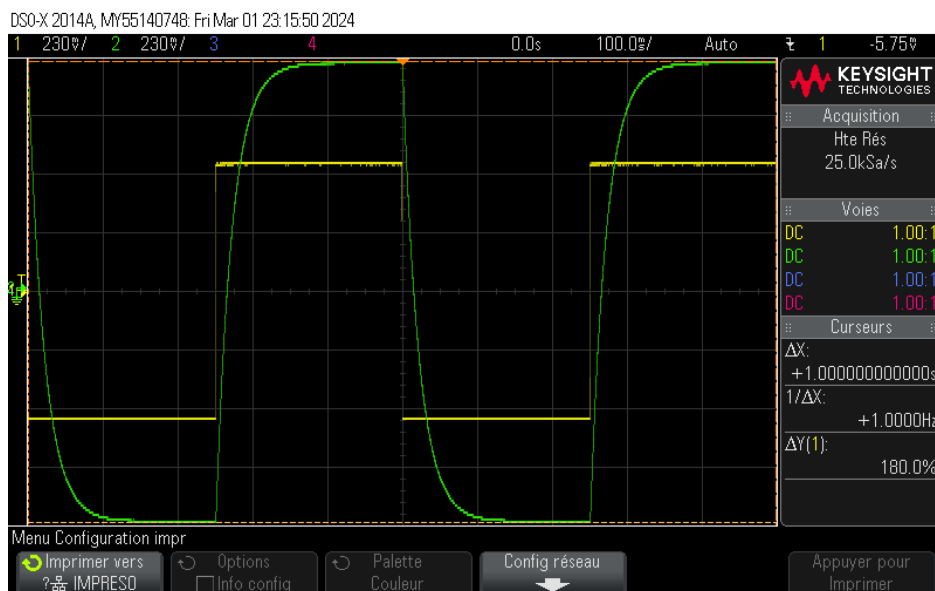


Figure 1.5: Réponse de systeme 1 de la boite

Le systeme ne présente pas de dépassements et de plus quand le signale d'entrée change de valeur, la pente en la réponse n'est pas nulle, ainsi il est raisonnable de modéliser ce systeme par un systeme de premiere ordre. On est alors capable de mesurer l'amplification (déjà fait,  $A = 1.8$ ) et le temps de réponse afin d'obtenir le constant de temps  $\tau$  sachant que le temps de réponse a 5% est égale a 3 fois  $\tau$ . On obtient alors  $\tau = 0.021667$ , d'ou on

propose comme modele:

$$F_1(p) = \frac{1.8}{1 + 0.021667p}$$

On remarque que le systeme est stable, avec une valeur finale de 1.8 fois l'entrée. En le mesurant pour plusieurs valeurs, on est capable de tracer la caractéristique statique de ce systeme, en représentant la valeur en régime permanent de la sortie par rapport a la valeur de l'entrée:

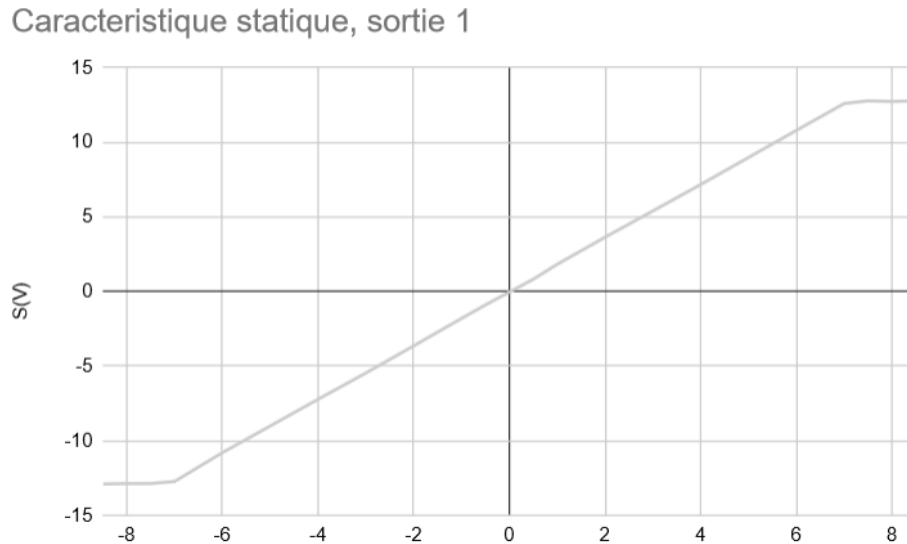


Figure 1.6: Caractéristique statique systeme 1

On en déduit que la zone de linéarité de ce systeme est entre  $\pm 7$ . Avec les valeurs spécifiques on est capable de déterminer la valeur de la pente de la droite dans la zone linéaire, qui est autour de 1.8 pour ce systeme qui est l'amplification dans la bande passante de notre systeme.

### 1.2.2 Système du second ordre

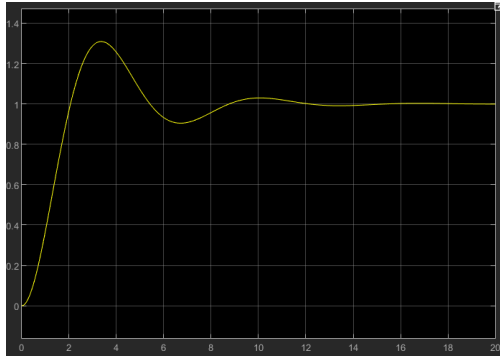
Les systèmes du second ordre de type passe-bas peuvent être décrit dans le domaine de Laplace par la fonction

$$F_2(p) = \frac{A}{1 + 2m\frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

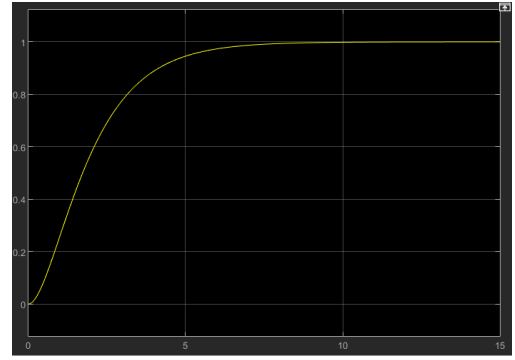
ou  $A$  est l'amplification dans la bande passante (pour les passe bas l'amplification statique aussi),  $m$  est le *coefficient d'amortissement* et  $\omega_0$  est la pulsation de cassure de la fonction de transfert. Lorsque le coefficient d'amortissement est inférieur à  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , la réponse du système présente des *dépassements*, c'est à dire que la réponse prend des valeurs supérieurs à la valeur en régime permanent.

Dans le cas ou  $m < 1$ , afin de mesurer l'amplification dans la bande passante  $A$  on peut mesurer la réponse a une échelon en boucle ouverte et comparer le résultat obtenu par rapport a l'entrée. Alors  $A = \frac{\Delta S}{\Delta E}$  (ainsi sans unité). Toujours pour une entrée type échelon, on peut mesurer la premiere dépassement, en prenant la valeur en régime permanent en tant que 100% et mesurant le pique de la premiere dépassement. En ce connaissant, on peut déterminer le coefficient d'amortissement  $m$  en utilisant les abaqes. On peut également





(a)  $0 < m < 1$



(b)  $m > 1$

Figure 1.7: Réponse d'un système a 2nd ordre

mesurer le temps de réponse a 5% qui est le temps ou l'allure de la réponse entre pour la dernière fois dans la bande de la valeur en régime permanent  $\pm 5\%$  et n'en sors plus. En connaissant déjà la valeur du coefficient d'amortissement, on peut utiliser les abaqes pour déterminer  $\omega_0$ .

Lorsqu'on prends  $F_2(j\omega_0)$  on obtient:

$$\frac{A}{1 + 2mj - 1} = \frac{A}{2mj}$$

d'ou

$$|F_2(j\omega_0)| = \frac{|A|}{|2mj|} = \frac{A}{2m}, \quad \text{Arg}(F_2(j\omega_0)) = \text{Arg}\left(\frac{A}{2mj}\right) = \text{Arg}(A) - \text{Arg}(2mj) = -\frac{\pi}{2}$$

Ainsi pour un essai harmonique, lorsqu'on retrouve la fréquence  $f$  ou le déphasage est  $-\frac{\pi}{2} \text{rad}$  on retrouve  $\omega_0 = \frac{2\pi}{f}$ , En mesurant la réponse (soit  $v_0$  la valeur mesurée) en cette fréquence on peut déduire que  $v_0 = \frac{A}{2m} \Rightarrow m = \frac{A}{2v_0}$ .

Pour notre systeme on applique un signale type échelon sur l'entrée. On obtient l'allure suivante:

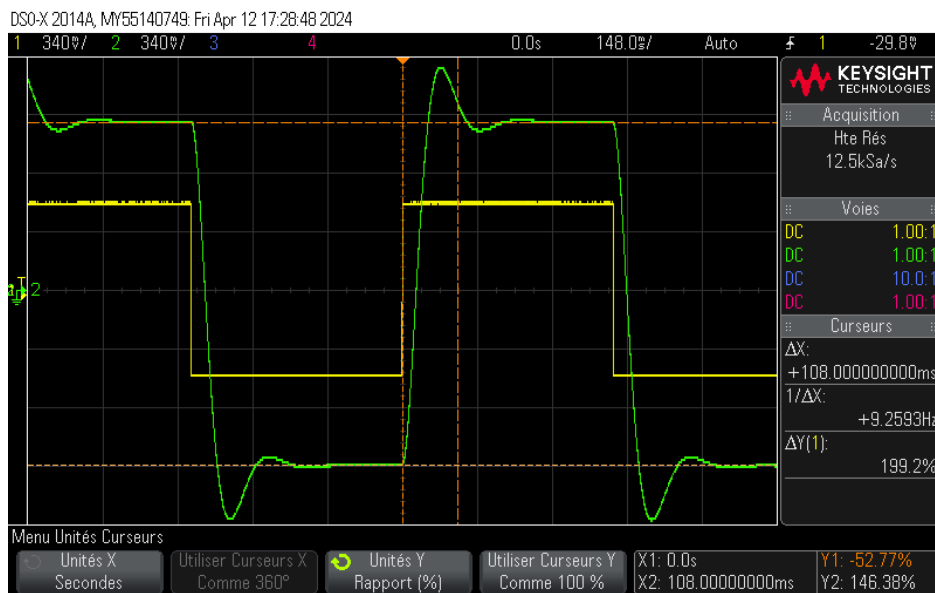


Figure 1.8: Mesure de A second sortie

On peut mesurer la valeur en régime de la réponse par rapport a l'entrée, ici on obtient  $A = 2$ . En ce faisant pour des valeurs différentes d'entrée on peut, comme pour le premiere systeme, obtenir la caractéristique statique:

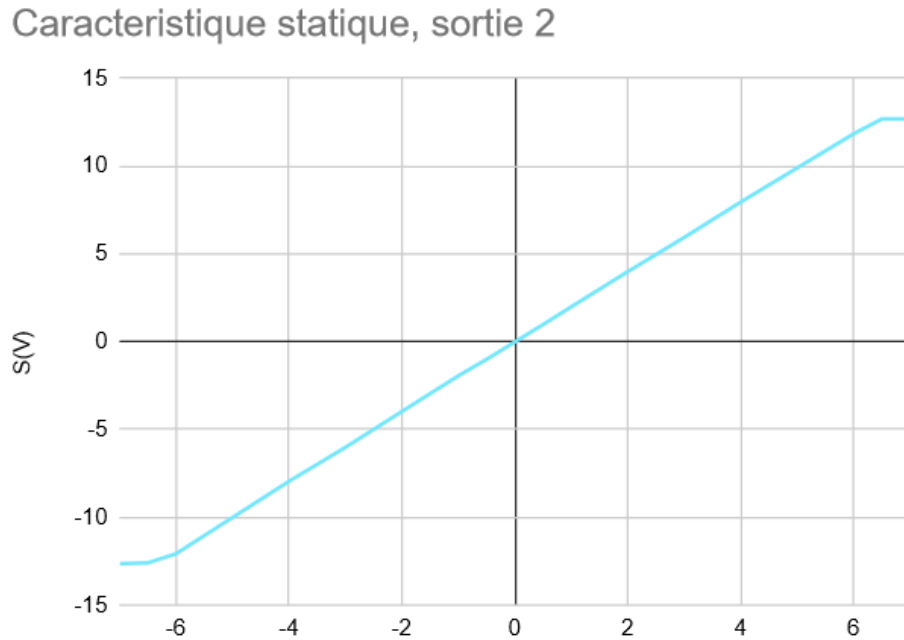


Figure 1.9: Caractéristique statique sortie 2

Cette caractéristique nous donne une pente proche de 2 qui est notre amplification dans la bande passante et on remarque que la zone de linéarité est entre autour  $\pm 6.5V$ .

Depuis le figure 1.8 on remarque que le systeme présente des dépassement, ainsi excluant la possibilité de modéliser le systeme par un systeme de premiere ordre. On remarque également que la pente n'est pas nulle la ou l'entrée bascule. C'est pour ces raisons la, qu'on propose d'étudier ce systeme comme un systeme de second ordre. On peut alors mesurer ces caractéristiques ( $A = 2$  déjà fait). Le systeme soit alors de forme:

$$\frac{A}{1 + 2m\frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

On peut chercher le coefficient d'amortissement  $m$ , en mesurant la valeur de la premiere dépassement:

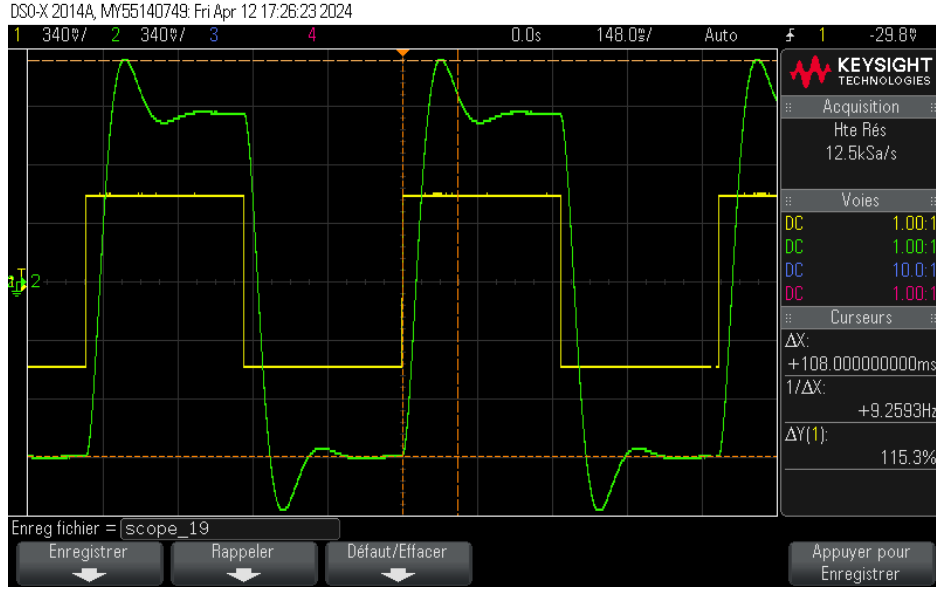


Figure 1.10: Mesure de la premiere dépassement

En connaissant ce valeur (dans notre cas 15%), on peut utiliser les abaqués pour déterminer  $m$ . On obtient  $m = 0.5$  pour notre système. On peut ensuite mesurer le temps de réponse à 5%:

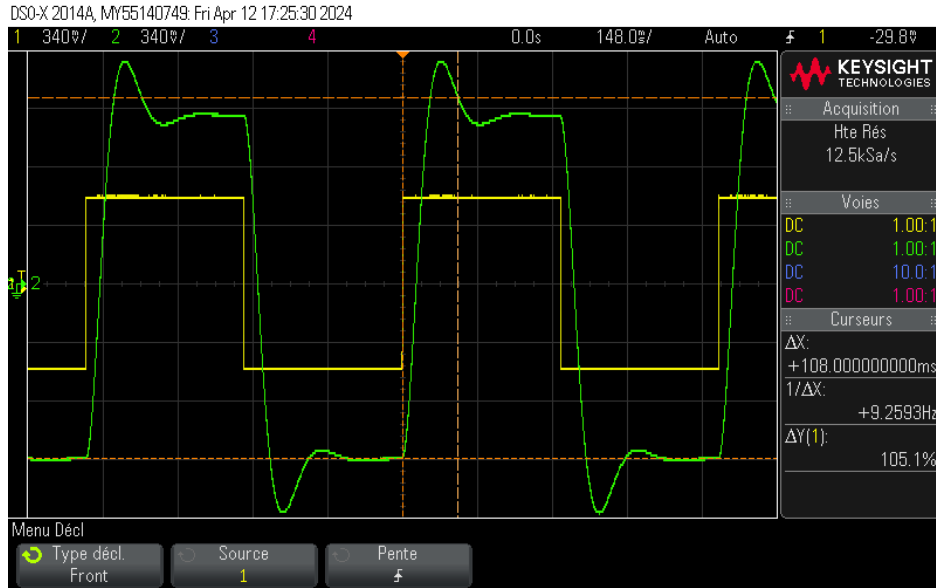


Figure 1.11: Mesure du temps de réponse

En utilisant les abaqués, on obtient  $t_{r5\%} \cdot \omega_0 = 5$ , d'où  $\omega_0 = \frac{5}{0.108} = 46.3 \text{ rad/s}$ . Pour la suite, on a pris  $\omega_0 = 43.85 \text{ rad/s}$  puisqu'en refaisant la mesure, on a obtenu une valeur légèrement différente pour le temps de réponse de notre système. De ce qui précède, nous proposons comme modèle pour la seconde sortie de la boîte:

$$F_2(p) = \frac{2}{0.00052p^2 + 0.0228p + 1}$$

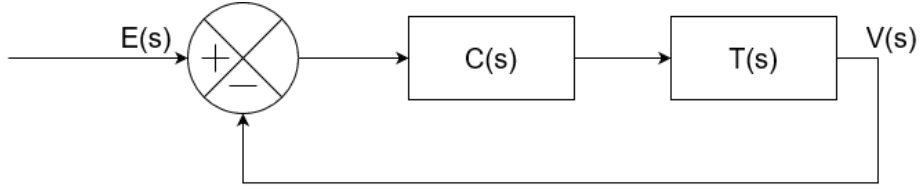


Figure 1.12: Modélisation par schéma-blocks

## 1.3 Asservissement des systemes

Dans cette partie on s'intéressera à calculer des correcteurs pour les systèmes qui permettent de les asservir. On utilisera le logiciel MatLab afin de simuler la réponse des systèmes pour pouvoir comparer dans le chapitre prochaine aux systèmes réalisés. Les systèmes asservis peuvent être modélisés par des schéma-blocks comme représenté sur la figure 1.12, où  $E(s)$  est le signal d'entrée représenté en domaine de Laplace,  $C(s)$  est la fonction qui représente le correcteur utilisé et  $T(s)$  est la fonction de transfert de notre système. On peut également représenter sur le schéma,  $V(s)$  qui est la sortie du système en domaine de Laplace.

### 1.3.1 Système 1

Le premier système peut être modélisé par un système de premier ordre:

$$T(s) = F_1(s) = \frac{A}{1 + \tau s}$$

où  $A = 1,8$  et  $\tau = 21,667\text{ms}$  d'après les mesures effectuées dans la première partie.

#### Correction avec correcteur proportionnel

Pour un correcteur proportionnel on a  $C(s) = K$ ,  $K > 0$ . Ainsi la fonction de transfert en boucle fermée est, d'après la formule de Black:

$$FTBF = \frac{FTBO}{1 + FTBO} = F_{p1}(s)$$

$$F_{p1}(s) = \frac{\frac{KA}{1+\tau s}}{1 + \frac{KA}{1+\tau s}} = \frac{KA}{1 + \tau s + KA}$$

$$F_{p1}(s) = \frac{\frac{KA}{1+KA}}{1 + \frac{\tau}{1+KA}s} = \frac{K_{BF}}{1 + \tau_{BF}s}$$

avec  $K_{BF} = \frac{KA}{1+KA}$  et  $\tau_{BF} = \frac{\tau}{1+KA}$

Il est alors possible de déterminer l'erreur statique  $\varepsilon_s$  et le temps de réponse à 5%  $t_{r5\%}$  en fonction de  $K$ . En effet:

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \varepsilon(s)$$

avec  $\frac{\varepsilon(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 + \frac{KA}{1+\tau s}}$  d'où  $\varepsilon(s) = \frac{E(s)}{1 + \frac{KA}{1+\tau s}}$  or ici,  $E(s)$  est un échelon donc

$$\varepsilon_s = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{\frac{E_0}{s}}{1 + \frac{KA}{1+\tau s}} = \frac{E_0}{1 + KA} = \frac{E_0}{1 + K_{BO}}$$

avec  $K_{BO} = KA$ . On remarque qu'en augmentant  $K$  on arrive à diminuer l'erreur statique, mais on n'arrivera jamais à l'annuler.

Vu qu'il s'agit d'un système du premier ordre, on peut exprimer  $t_{r5\%1p}$  (temps de réponse à 5% du premier système en boucle fermée avec correcteur proportionnel) avec

$$t_{r5\%1p} = 3\tau_{BF} = 3 \cdot \frac{\tau}{1 + K_{BO}}$$

ainsi on conclue que le temps de réponse à 5% diminue lorsque  $K$  augmente, le système devient plus *rapide* et plus *nerveux*.

En faisant l'application numérique avec  $K = 1$  on obtient:

$$t_{r5\%1p} = 23,214ms \quad \varepsilon_s = 0,357 = 35,7\%$$

### Chercher le $K$ qui convient

Dans un premier temps, on va chercher la valeur de  $K$  tels que notre système admette une erreur statique de 10%

$$\varepsilon_{s10\%} = \frac{E_0}{1 + KA} \Rightarrow K = \frac{E_0}{A\varepsilon_{s10\%}} - \frac{1}{A} = 5$$

ensuite, on calcule le temps de réponse à 5%

$$t_{r5\%err10} = \frac{3\tau}{1 + KA} = 6,5ms.$$

Pour retrouver le  $K$  où l'erreur statique devient 1% on fait le même calcul:

$$\varepsilon_{s1\%} = \frac{E_0}{1 + KA} \Rightarrow K = \frac{E_0}{A\varepsilon_{s1\%}} - \frac{1}{A} = 55$$

ainsi donnant un temps de réponse  $t_{r5\%err1}$

$$t_{r5\%err1} = 0,65ms$$

Dans un second temps, on cherche le  $K$  tels que le temps de réponse à 5% soit 5 fois plus petit par rapport à en boucle ouverte.

On a donc

$$t_{r5\%5x} = \frac{t_{r5\%}}{5} = \frac{3\tau}{1 + KA} \Rightarrow K = \frac{15\tau}{t_{r5\%}A} - \frac{1}{A} = 2,22$$

ou l'erreur statique est:

$$\varepsilon_{5x} = \frac{E_0}{1 + KA} = 0,20 = 20\%$$

Il est possible de faire les mêmes calculs pour obtenir un temps de réponse 50 fois plus rapide:

$$t_{r5\%50x} = \frac{t_{r5\%}}{50} \Rightarrow K = \frac{150\tau}{t_{r5\%}A} - \frac{1}{A} = 27,22$$

ou l'erreur statique est:

$$\varepsilon_{50x} = \frac{E_0}{1 + KA} = 0,020 = 2\%$$

## Correction avec un correcteur intégral

Dans le cas d'un correcteur intégral, on a  $C(s) = \frac{1}{T_i s}$  ou  $T_i$  représente le constant de temps de l'intégral. Comme dans la partie précédente, il est possible d'exprimer la fonction de transfert en boucle fermée par l'aide du formule de Black:

$$FTBF = \frac{FTBO}{1 + FTBO}$$

$$F_{i1}(s) = \frac{\frac{1}{T_i s} \frac{A}{1+\tau s}}{1 + \frac{1}{T_i s} \frac{A}{1+\tau s}}$$

$$F_{i1}(s) = \frac{A}{T_i s(1 + \tau s) + A} = \frac{A}{A + T_i s + T_i \tau s^2}$$

$$F_{i1}(s) = \frac{1}{1 + \frac{T_i}{A} s + \frac{T_i \tau}{A} s^2}$$

On reconnait la forme d'une fonction de transfert du second ordre.

$$F_{i1}(s) = \frac{A}{1 + 2m \frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{A_1}{T_i \tau}}, \quad m = \frac{T_i \omega_0}{2A_1} = \sqrt{\frac{T_i}{4A_1 \tau}}$$

Il est possible de calculer l'erreur statique en utilisant le meme formule que dans la partie correction proportionnel:

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \varepsilon_{s2}(s)$$

avec

$$\varepsilon_{s2}(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{T_i}{A_1} s + \frac{T_i \tau}{A_1} s^2}} = \frac{1 + \frac{T_i}{A_1} s + \frac{T_i \tau}{A_1} s^2}{1 + 1 + \frac{T_i}{A_1} s + \frac{T_i \tau}{A_1} s^2}$$

donnant

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{2} = 0$$

L'erreur statique est ainsi égale a 0.

Sachant que

$$m = \sqrt{\frac{T_i}{4A_1 \tau}}$$

on peut conclure que plus  $T_i$  augmente, plus le coefficient d'amortissement  $m$  augmente. Ainsi lorsque  $T_i$  est assez petit,  $m$  dépasse la valeur de  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  ou le système va commencer a presenter des dépassements, au meme temps augmentant la rapidité du système. Plus  $T_i$  est petit plus le régime transitoire est longue, ainsi devenant pratiquement instable apres un certain valeur. Le systeme ainsi devient moins nerveux pour les valeur plus en plus grandes de  $T_i$ .

En utilisant les abaqes on peut chercher  $T_i$  pour que la réponse indicielle présente un dépassement de 5%. En effet on cherche  $m = 0,7$ . Alors

$$0,7 = \sqrt{\frac{T_i}{4A_1 \tau}} \Rightarrow T_i = 0,7^2 \cdot 4A_1 \tau = 0,0764$$

Pour ce  $T_i$  le temps de réponse a 5% peut etre retrouvé en utilisant les abaqes:

$$t_{r5\%dep5\%} \cdot \omega_0 = 3 \Rightarrow t_{r5\%dep5\%} = \frac{3}{\omega_0} = 0,09s = 90ms$$

### 1.3.2 Système 2

Le second système peut être modélisé par une fonction de transfert du second ordre.

$$F_2(s) = \frac{A_2}{1 + 2m\frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

avec  $A_2 = 2$ ,  $m = 0,5$  et  $\omega_0 = 43,85$

En utilisant un correcteur proportionnel on obtient:

$$F_{p2}(s) = \frac{K_2 \frac{A_2}{1 + 2m\frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}}{1 + K_2 \frac{A_2}{1 + 2m\frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{K_2 A_2}{1 + K_2 A_2 + 2m\frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

$$F_{p2}(s) = \frac{\frac{K_2 A_2}{1 + K_2 A_2}}{1 + \frac{2m}{\omega_0(1 + K_2 A_2)}s + \frac{1}{1 + K_2 A_2} \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} = \frac{K_{BF2}}{1 + \frac{2m'}{\omega'_0}s + \left(\frac{s}{\omega'_0}\right)^2}$$

avec  $K_{BF2} = \frac{K_2 A_2}{1 + K_2 A_2}$ ,  $\omega'_0 = \omega_0 \sqrt{1 + K_2 A_2}$  et  $m' = \frac{m}{\sqrt{1 + K_2 A_2}}$  on reconnaît un système du second ordre. On peut également écrire, vu que  $A = 2$ ,

$$K_{BF2} = \frac{2K_2}{1 + 2K_2}, \quad \omega'_0 = \omega_0 \sqrt{1 + 2K_2}, \quad m' = \frac{m}{\sqrt{1 + 2K_2}}$$

On remarque que l'effet d'augmenter  $K_2$  est la diminution du coefficient d'amortissement  $m'$  qui implique l'augmentation de la nervosité du système.

On cherche à calculer  $K$  pour obtenir une erreur statique de 10%, avec

$$\varepsilon_{s2}(s) = \frac{E(s)}{1 + KF_2(s)} = \frac{\frac{1}{s} \left(1 + \frac{2m'}{\omega'_0}s + \left(\frac{s}{\omega'_0}\right)^2\right)}{1 + KA_2 + \frac{2m'}{\omega'_0}s + \left(\frac{s}{\omega'_0}\right)^2}$$

d'où

$$\lim_{s \rightarrow 0} = s \cdot \frac{\frac{1}{s} \left(1 + \frac{2m'}{\omega'_0}s + \left(\frac{s}{\omega'_0}\right)^2\right)}{1 + KA_2 + \frac{2m'}{\omega'_0}s + \left(\frac{s}{\omega'_0}\right)^2} = \frac{1}{1 + KA_2} = 0,1 \Rightarrow K_{10} = 4.5$$

Il est ainsi possible de déterminer l'amplitude du premier dépassement, en calculant le coefficient d'amortissement de la fonction de transfert du système en boucle fermée, et regardant les abaques. On retrouve  $m'_1 = \frac{m}{\sqrt{1 + K_{10}A_2}} = 0.158114$  qui nous laisse montrer depuis les abaques que le système présente un premier dépassement de 60%. On évalue également le temps de réponse à 5% une fois qu'on calcule  $\omega'_{10} = \omega_0 \sqrt{1 + K_{10}A_2} = 138.665$ . Depuis les abaques, pour  $m = 0.15$ ,  $t_{r5\%}\omega_0 = 20$ , d'où  $t_{r5\%} = 0.144s$

De même façon on peut retrouver pour une erreur de 2%

$$\frac{1}{K_{2p}A} = 0.02 \Rightarrow K_{2p} = 24.5$$

pour lequel:

$$m'_2 = 0.0707$$

à partir duquel on déduit un premier dépassement de 80%. On cherche alors  $\omega'_2 = \omega_0 \sqrt{1 + K_{2p}A_2} = 310.066$ , d'où  $t_{r5\%} = \frac{40}{310.0663} = 0.129s$

## 1.4 Simulation des asservissements

Dans cette partie nous allons simuler la réponse des systemes en utilisant les valeurs obtenus dans la partie précédente, en utilisant le logiciel l'outil *Simulink* du logiciel *Matlab*, afin de pouvoir les comparer aux résultats de la section précédente.

### 1.4.1 Systeme d'ordre 1

Dans un premier temps on prends le systeme décrit par la fonction de transfert

$$F_1(s) = \frac{A}{\tau s + 1}$$

les valeurs sont  $A = 1.8$  et  $\tau = 0.021667$ .

#### Correcteur proportionnel

Pour les correcteur proportionnel les valeurs obtenus sont

$$K_{sp1.1} = 5 \quad K_{sp1.2} = 55 \quad K_{sp2.1} = 2.22 \quad K_{sp2.2} = 27.22$$

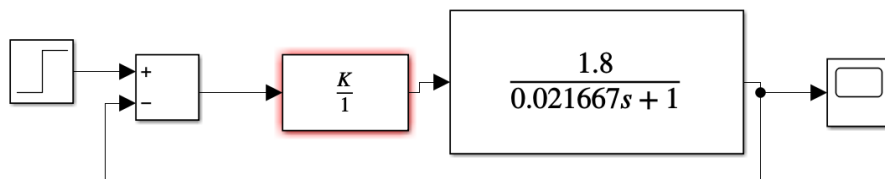


Figure 1.13: Modélisation par schéma-blocks dans Simulink

Dans le logiciel on réalise le schéma de la figure 1.13 en remplaçant  $K$  a chaque fois par les valeurs calculées.

Nos mesures des erreurs statiques sont exactement les que nous avons calculé.

Les valeurs sont, si pas exactement les meme, tres proches des valeurs calculés. On peut alors conclure que les calculs de  $K$  sont justes pour vérifier les caractéristiques attendues. On peut également remarquer le fait que, lorsqu'on augmente  $K$ , la précision du systeme augmente, c'est a dire que l'erreur statique diminue, et la rapidité du systeme augmente, c'est a dire que la valeur en régime permanent est atteinte dans moins de temps que pour les valeurs plus faibles de  $K$  (voir les figures).

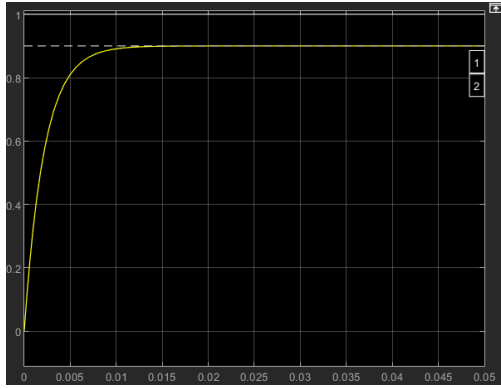
#### Correcteur intégral

Pour cette section on va simuler le systeme avec un correcteur proportionnel. On modélisera dans Simulink comme dans la figure 1.16.

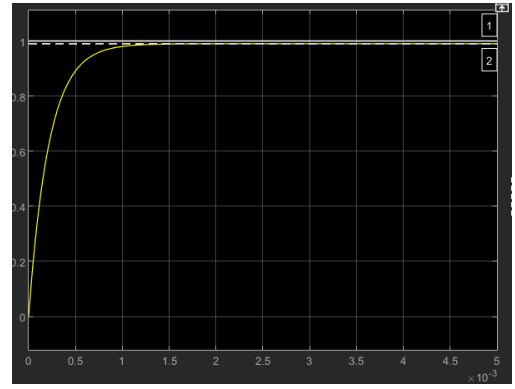
On prendra les valeurs

$$T_{i1} = \tau \quad T_{i2} = 5\tau \quad T_{i3} = 10\tau$$

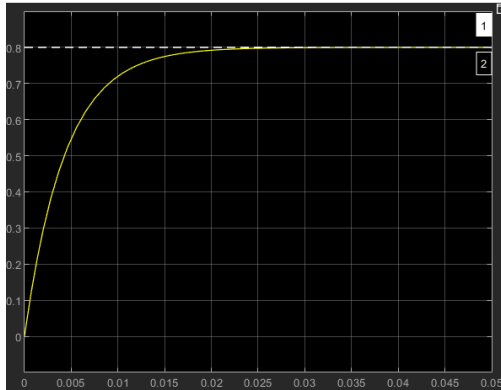




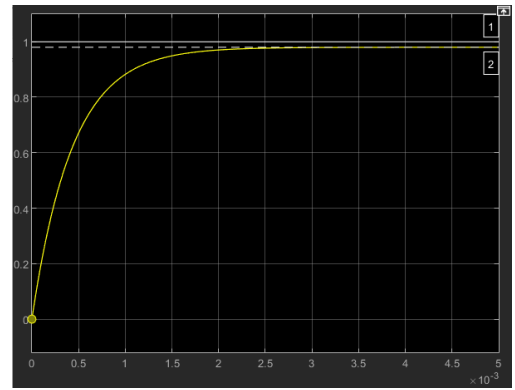
(a)  $K_{sp1.1} = 5$



(b)  $K_{sp1.2} = 55$

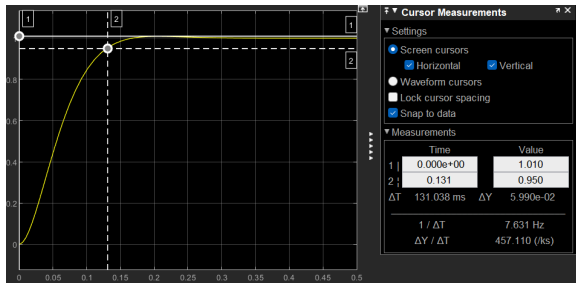


(c)  $K_{sp2.1} = 2.22$

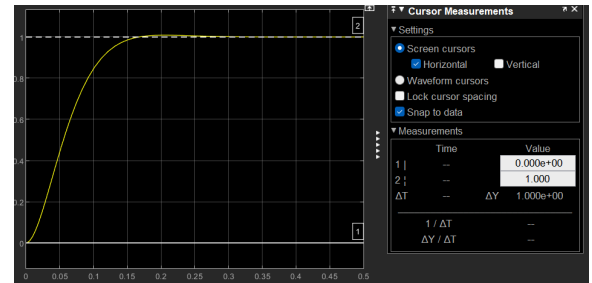


(d)  $K_{sp2.2} = 27.22$

Figure 1.14: Réponses simulés pour les K différentes, mesure de l'erreur

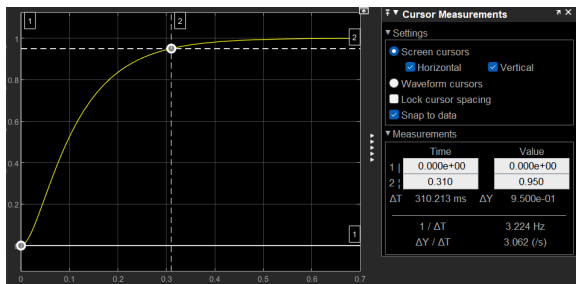


(a) Première dépassement, temps de réponse

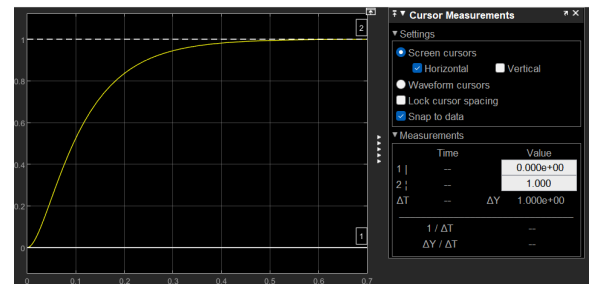


(b) Erreur statique

Figure 1.18: Réponses simulés, mesures des caractéristiques pour  $T_i = 5\tau$

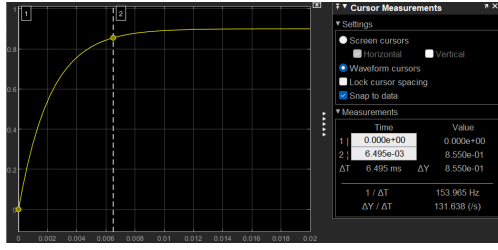


(a) Temps de réponse

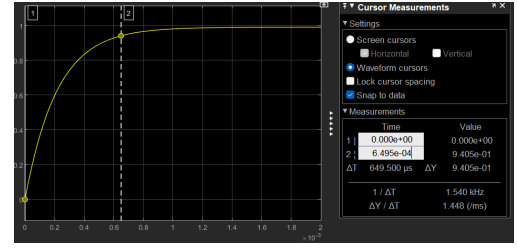


(b) Erreur statique

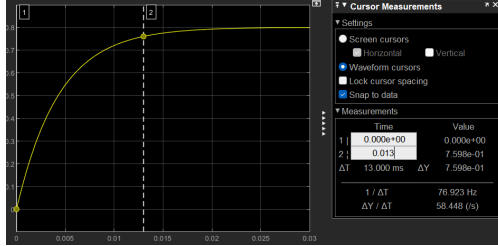
Figure 1.19: Réponses simulés, mesures des caractéristiques pour  $T_i = 10\tau$



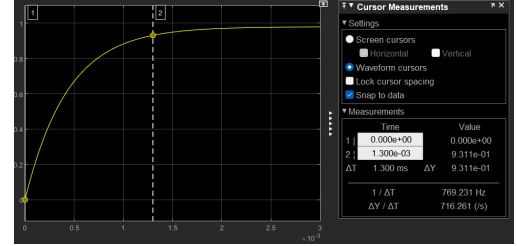
(a)  $K_{sp1.1} = 5$



(b)  $K_{sp1.2} = 55$



(c)  $K_{sp2.1} = 2.22$



(d)  $K_{sp2.2} = 27.22$

Figure 1.15: Réponses simulées, mesure du temps de réponse

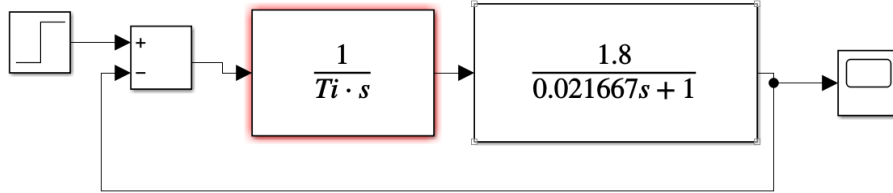
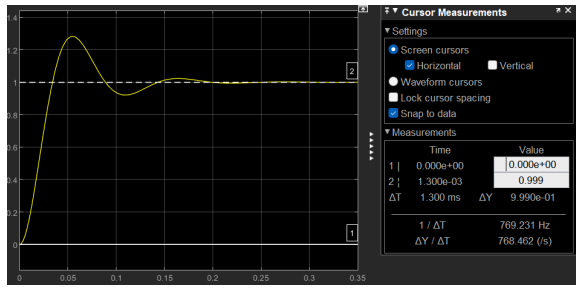


Figure 1.16: Modélisation par schéma-blocks dans Simulink

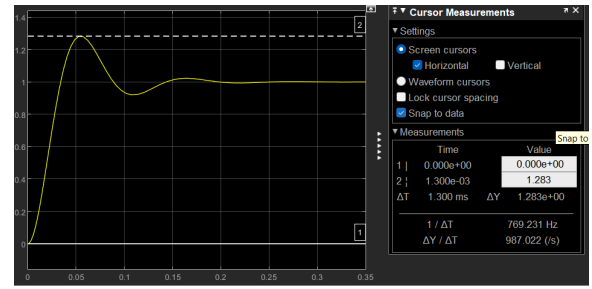
D'après les résultats obtenues (figures 1.17, 1.18, 1.19), on remarque que nos conclusions de la chapitre précédente sur le changement du dynamique du système sont cohérentes: plus la valeur de  $T_i$  est grande plus le système est lent (moins rapide), moins il présente des dépassements. On peut conclure grâce aux temps de réponses mesurés: pour  $T_{i1}$  c'est  $127.188ms$ , pour  $T_{i2}$  c'est  $131.038$  (presque le même) et pour  $T_{i3}$  c'est  $310.213ms$ . L'erreur est la même pour tous les systèmes, c'est 0. Pour mesurer, on cherche le nombre

$$1 - \frac{\text{valeur mesurée en régime permanent}}{\text{valeur attendue en régime permanent}}$$

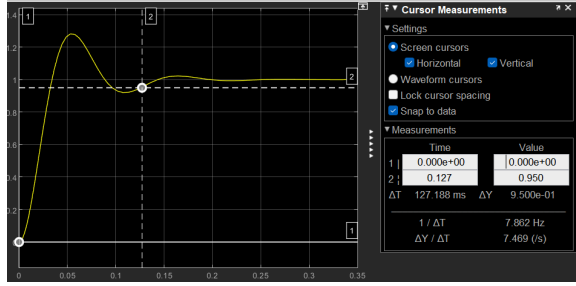
La valeur du premier dépassement diminue, ainsi d'après tous les éléments présentés on peut conclure que le système devient moins nerveux en augmentant  $T_i$ .



(a) Erreur statique

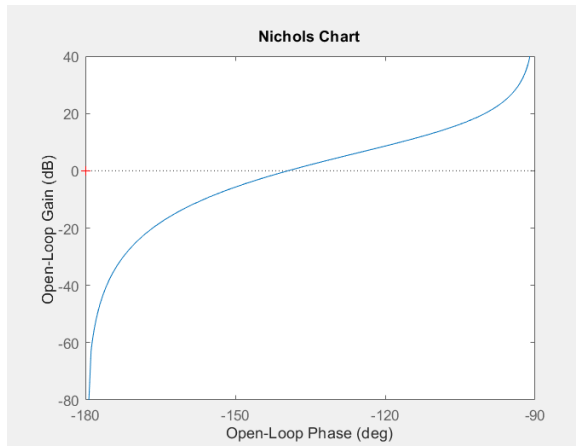


(b) Mesure de premiere dépassement

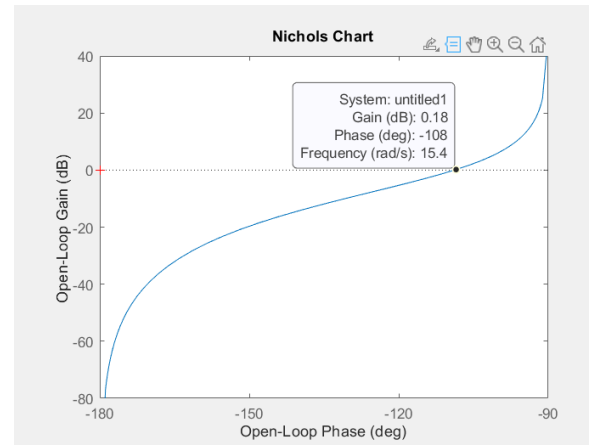


(c) Mesure du temps de réponse

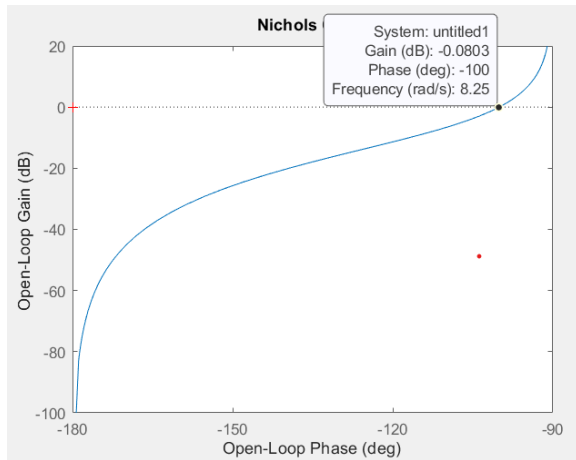
Figure 1.17: Réponses simulés, mesures des caractéristiques pour  $T_i = \tau$



(a)  $T_{i1} = \tau$



(b)  $T_{i2} = 5\tau$



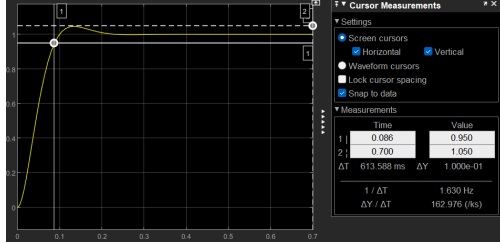
(c)  $T_{i3} = 10\tau$

Figure 1.20: Diagrammes de black pour les  $\tau$  différents

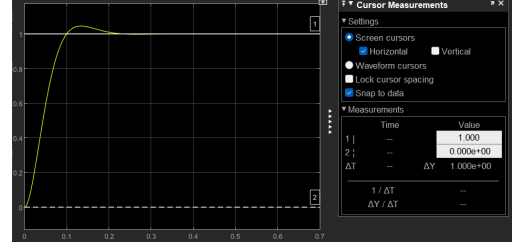
D'après les diagrammes de Black (figures 1.20), on peut calculer la *marge de phase*:

$$\Delta\Phi_1 = 180 - 139 = 41deg \quad \Delta\Phi_2 = 180 - 108 = 72deg \quad \Delta\Phi_3 = 180 - 100 = 80deg$$

On peut en conclure que plus  $\tau$  augmente, plus  $T_i$  augmente, plus la marge de phase est grande, qui implique que la stabilité du système augmente si  $T_i$  augmente.



(a) Mesure première dépassement, temps de réponse



(b) Mesure erreur statique

Figure 1.21: Simulation avec  $T_i = 0.0764$

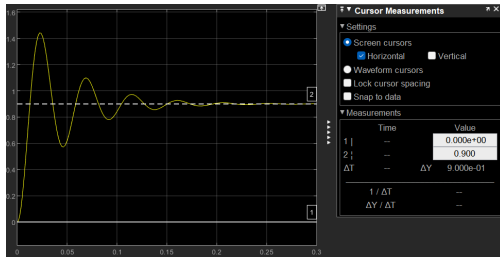
Lorsqu'on applique le  $T_i$  trouvé dans la partie précédente pour avoir un premier dépassement de 5% ( $T_i = 0.0764$ ) on mesure un premier dépassement de 5%, un temps de réponse de 86ms et une erreur statique nulle (figure 1.21). Dans nos calculs de la section précédente, on a trouvé un temps de réponse de 90ms donc nos résultats sont cohérents.

On peut ainsi comparer les résultats des correcteurs proportionnel et intégral. D'une part, le correcteur proportionnel ne présente jamais des dépassements en corrigeant un système de première ordre, qui garantit que nos composants ne seront pas surchargés. Lorsqu'on augmente la valeur de  $K$  pour le correcteur proportionnel on augmente, et lorsqu'on augmente  $T_i$  du correcteur intégral, on diminue la nervosité du système. Le correcteur proportionnel présente une erreur statique tandis que l'intégral n'en a pas (pour les entrées type échelon).

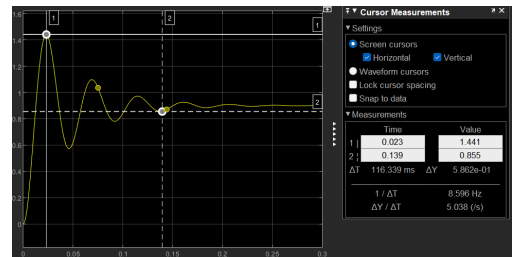
## 1.4.2 Système d'ordre 2

### Correcteur proportionnel

Dans un premier temps, on va simuler le système 2, modélisé par une fonction de transfert d'ordre 2, avec un correcteur proportionnel. On prendra les valeurs de  $K$  trouvées précédemment:  $K_{2,1} = 4.5$ ,  $K_{2,2} = 24.5$ .



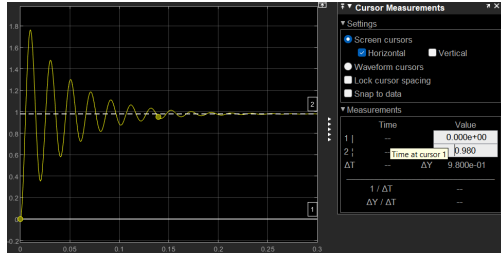
(a) Erreur statique



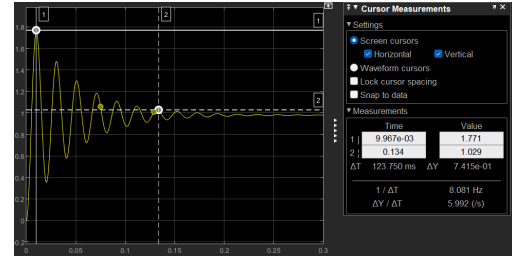
(b) Mesure première dépassement, temps de réponse

Figure 1.22: Simulation avec  $K = 4.5$

Pour  $K_{2,1} = 4.5$  on trouve une erreur statique de 10%, une première dépassement de 43.8% et un temps de réponse à 5% de 1.332s ce qui sont cohérents avec les résultats précédentes (sauf le dépassement [on a trouvé 60% mais mesuré 43.8%]).



(a) Erreur statique



(b) Mesure première dépassement, temps de réponse

Figure 1.23: Simulation avec  $K = 24.5$

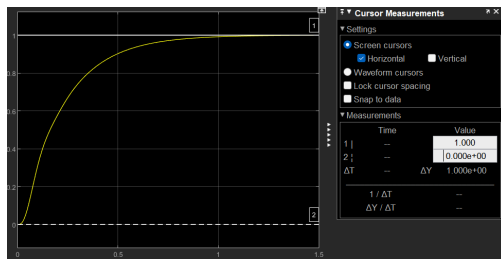
Pour  $K_{2,2} = 24.5$  on retrouve une erreur statique de 2%, et on mesure une première dépassement de 75.9% et un temps de réponse de 1.265s. Ici les résultats sont plus cohérents avec celles calculées.

On peut conclure que plus  $K$  augmente, plus le système devient nerveux: les premières dépassements sont de plus en plus importantes, mais l'erreur statique diminue. Une première dépassement de presque 80% dans le cas de  $K_{2,2}$  peut être considéré comme trop grand dans certaines applications, ainsi, augmenter la valeur de  $K$  afin de diminuer l'erreur statique n'est peut être pas la meilleure solution.

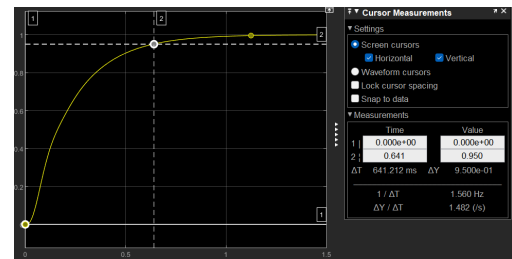
## Correcteur intégral

On peut dans un second temps regarder l'influence d'un correcteur intégrale sur la correction du système. On prendra les valeurs définies dans le TP:

$$T_{i1} = 0.456 \quad T_{i2} = 0.22805 \quad T_{i3} = 0.114025 \quad T_{i4} = 0.022805$$



(a) Erreur statique

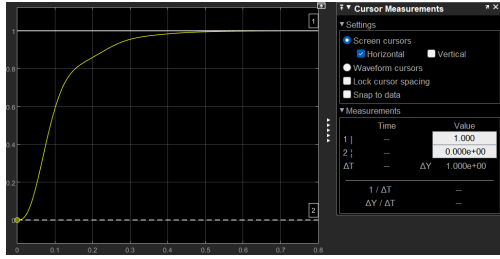


(b) Temps de réponse

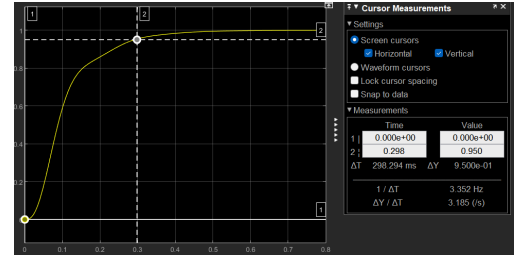
Figure 1.24: Simulation avec  $T_i = 0.456$

$$t_{r5\%T_{i1}} = 0.641s$$

Pour le première  $T_i = 0.456$  on retrouve une erreur statique nulle, un temps de réponse de 0.641s et il n'y a pas de dépassement.



(a) Erreur statique

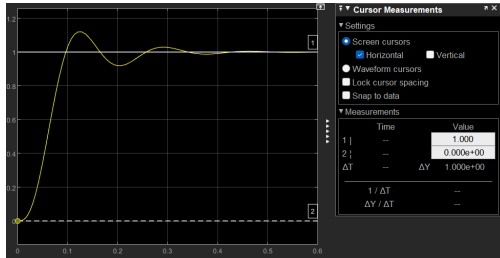


(b) Temps de réponse

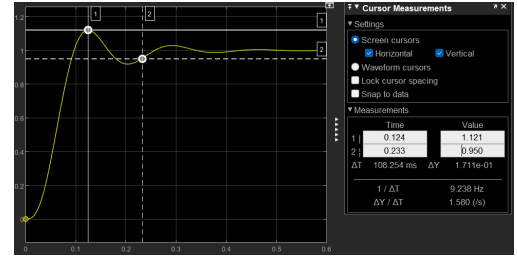
Figure 1.25: Simulation avec  $T_i = 0.22805$

$$t_{r5\%T_{i2}} = 0.298s$$

Pour  $T_i = 0.22805$  on retrouve une erreur statique nulle, un temps de réponse de  $0.298s$  et il n'y a pas de dépassement. La rapidité du système a augmenté en diminuant la valeur de  $T_i$



(a) Erreur statique

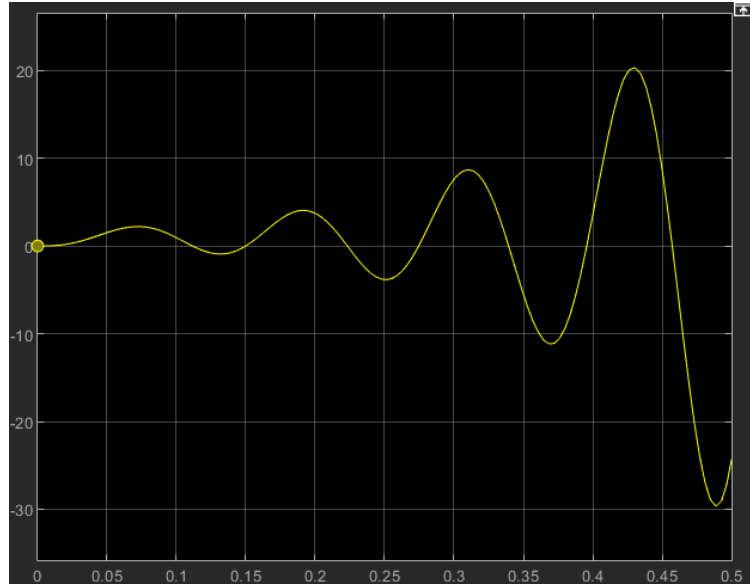


(b) Temps de réponse, première dépassement

Figure 1.26: Simulation avec  $T_i = 0.114025$

$$t_{r5\%T_{i3}} = 0.233s$$

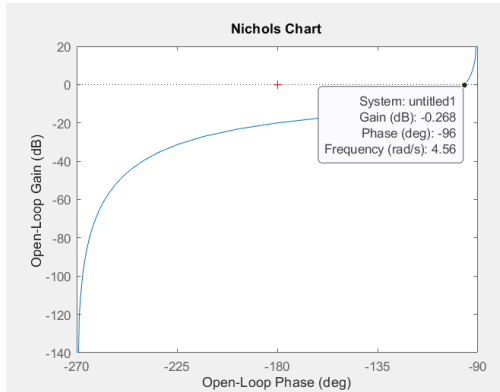
Pour  $T_i = 0.114025$  on retrouve une erreur statique nulle, un temps de réponse de  $0.233s$  et une première dépassement de 12.1%. On remarque que c'est la nervosité du système qui augmente en diminuant  $T_i$ , puisqu'avant il n'y avait pas de dépassement.



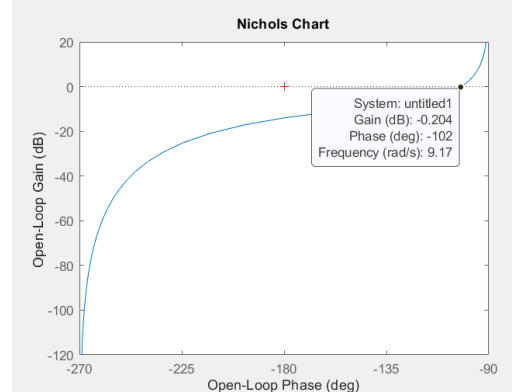
(a) Systeme instable

Figure 1.27: Simulation avec  $T_i = 0.215982$

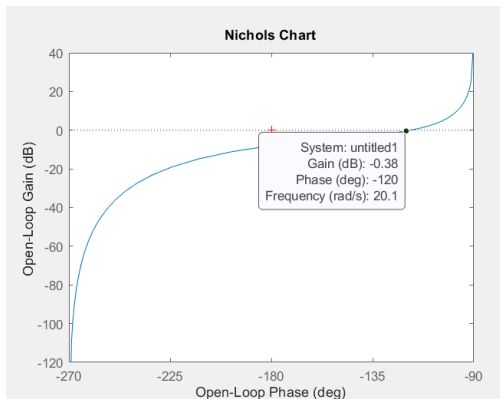
Pour  $T_i = 0.022805$  on trouve que le systeme devient instable. En effet le systeme n'a pas l'aire de converger vers une valeur spécifique, le régime transitoire n'a pas l'aire de se finir.



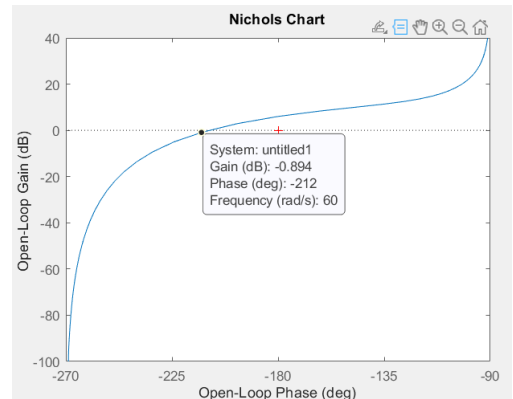
(a)  $T_i = 0.456$



(b)  $T_i = 0.22805$



(c)  $T_i = 0.114025$



(d)  $T_i = 0.022805$

Figure 1.28: Diagrammes de Black

On remarque sur les diagrammes de Black, que plus  $T_i$  est grand, plus le systeme est

stable puisque la marge de phase augmente, mais pour  $T_i = 0.022805$  la marge de phase devient négatif, ainsi le système n'est pas stable.