

1. Labor

Die graphische Darstellung reellwertiger Funktionen

1. Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. Man stelle f dar, wobei folgende Fragen berücksichtigt werden.

a) Was sind passende untere und obere Grenzen für die dargestellten Intervalle auf den Ox bzw. Oy Achsen? (Vergleiche entstehende Bilder mit $x \in [-1, 1]$, $y \in [-1, 1]$ und mit $x \in [-100, 100]$, $y \in [-1, 1]$.)

b) Lässt f horizontale Asymptoten zu? (Falls ja, sollten auch diese im selben Bild wie f dargestellt werden.)

c) Das Taylor Polynom zweiten Grades welches f um $x_0 = 0$ approximiert ist $T(x) = ?$ (Stelle auch diese Polynomfunktion im selben Bild dar.)

2. Die Rosenbrock Funktion.

Es sei $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2$. Stelle f dar sowohl in einer 3D Darstellung als auch als Kontourdiagramm (contour plot).

Finde das Minimum von f und untersuche ob f convex ist (f convex genau dann wenn ihre Subniveaumengen¹ convex sind).

Warum wird f als Testfunktion für Optimierungsalgorithmen benutzt?

¹Subniveaumenge = sublevel set (engl.) = submulțime de nivel (ro.)