> 本笔记适用于对课上内容已有了解，但时间太久忘了（指考试前）的情况下复习用，不能作为初次学习的指导
> 本笔记基于《概率论与数理统计》浙江大学第四版

第一章 概率论的基本概念

随机试验

略

样本空间、随机事件

S必然事件 $\varnothing$不可能事件
交换律:
$A\cup B=B\cup A,\ A\cap B=B\cap A$
结合律:
$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C,\ A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$
分配率:
$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C),\ A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$
德摩根律:
$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B},\ \overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

频率与概率

若集合函数P满足

1. 非负性：$\forall A\in S,\ P(A)\geq 0$
2. 规范性：$P(S)=1$
3. 可列可加性：$\forall A_1,A_2,\cdots\in S,\ P(\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i)=\sum_{i=1}^{\infty}P(A_i)$

则称P为事件A的概率函数，记为$P(A)$
加法公式:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

古典概型

略

条件概率

条件概率的定义:

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

乘法原理：

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

全概率公式：

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$$

其中$B_1, B_2, \cdots, B_n$是S的一个划分
贝叶斯公式：

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A|B_j)P(B_j)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B) + P(A|\overline{B})P(\overline{B})}$$

独立性

设A，B是S上的两个事件，若$P(A \cap B) = P(A)P(B)$，则称A，B相互独立。

第二章 随机变量及其分布

随机变量

略

离散型随机变量及其分布律

$$P\{X = x_i\} = p_i,\ i = 1, 2, \cdots, n$$

p_i满足如下两个条件

1. $p_i \geq 0$
2. $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

0-1分布

$$P\{X = 1\} = p,\ P\{X = 0\} = 1 - p$$

二项分布

$$P\{X = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k},\ k = 0, 1, \cdots, n$$

泊松分布

$$P\{X=k\}=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!},\ k=0,1,2,\cdots$$

$b(n,p)$的二项分布可由$\lambda=np$的泊松分布近似

随机变量的分布函数

$$F(x)=P\{X\leq x\},-\infty<x<\infty$$

称为随机变量X的分布函数，具有以下性质

1. 不减性：$F(x)\geq F(y),\ x\leq y$
2. $0\leq F(x)\leq 1$，且$F(-\infty)=0,F(\infty)=1$
3. $F(x)$是右连续的

连续型随机变量及其分布律

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

$f(x)$满足如下性质：

1. $f(x)\geq 0$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1$
3. $P\{a\leq X\leq b\}=\int_a^b f(x)dx$
4. 若$f(x)$在x处连续，则$F'(x)=f(x)$

均匀分布

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & a\leq x\leq b\\ 0, & x<a,x>b\end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\leq a\\ \frac{x-a}{b-a}, & a\leq x\leq b\\ 1, & x\geq b\end{cases}$$

记为$U(a,b)$

指数分布

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x\geq 0\\ 0, & x<0\end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ 1-e^{-\lambda x}, & x>0\end{cases}$$

或令$\lambda=1/\theta$,

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-x/\theta}, & x\geq 0\\ 0, & x<0\end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ 1-e^{-x/\theta}, & x>0\end{cases}$$

有无记忆性:

$$P\{X>s+t\mid X>s\}=P\{X>t\}=e^{-\lambda t}$$

正态分布

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

最大值为$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$，当$x=\mu$时取得
标准正态分布

$$\phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\phi(t)dt$$

有$\Phi(-x)=1-\Phi(x)$
当$X\sim N(\mu,\sigma^2)$时，有$F(x)=\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$
$P\{a<X<b\}=\mathit{\Phi}(\dfrac{b-\mu}{\sigma})-\mathit{\Phi}(\dfrac{a-\mu}{\sigma}), a<b$
$Hint:\ \int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2/2}dx=\sqrt{2\pi}$

随机变量的函数的分布

求$Y=g(X)$的分布律

定义法：

$$F_Y(y) = P\{Y \le y\} = P\{g(X) \le y\} = \int_{g(x)\le y} f_X(x)dx$$
$$f_Y(y) = F'_Y(y)$$

公式法：
若$g(x)$处处可导且恒有$g'(x) > 0$（或$g'(x) < 0$），$h(x)$是$g(x)$的反函数，则

$$f_Y(y) = \begin{cases} |h'(x)|f_X(h(y)), & \alpha < y < \beta \\ 0, & others \end{cases}$$

其中$\alpha = min\{g(-\infty), g(\infty)\}, \beta = max\{g(-\infty), g(\infty)\}$

第三章 多维随机变量及其分布

二维随机变量

连续型

$$F(x,y) = P\{X \le x, Y \le y\}, -\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty$$

离散型

$$P\{X = x_i, Y = y_j\} = p_{ij},\ i,j = 1,2,3,\cdots$$
$$F(x,y) = \sum_{x_i \le x}\sum_{y_i \le y} p_{ij}$$

有如下性质：

1. $0 \le F(x,y) \le 1$
2. $F(-\infty, y) = F(x, -\infty) = F(-\infty, -\infty) = 0$
3. $F(+\infty, +\infty) = 1$
4. $P\{a < x \le b, c < y \le d\} = F(b,d) - F(b,c) - F(a,d) + F(a,c)$

概率密度函数

$$F(x,y) = \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(u,v)dudv$$

有如下性质：
1. $0 \le f(x,y) \le \infty$
2. $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dxdy = 1$
3. $P\{a < x \le b, c < y \le d\} = \displaystyle\int_a^b \int_c^d f(x,y)dxdy$

4. 若$f(x,y)$在(x,y)处连续，则$\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x \partial y} = f(x,y)$

边缘分布

连续型

$$
\begin{gathered}
F_X(x) = P\{X \le x\} = F(x,+\infty) \\
F_Y(y) = P\{Y \le y\} = F(+\infty,y) \\
f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy \\
f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx
\end{gathered}
$$

离散型

$$
\begin{gathered}
p_{i\cdot} = P\{X = x_i\} = \sum_{i=1}^{+\infty} p_{ij} \\
p_{\cdot j} = P\{Y = y_j\} = \sum_{j=1}^{+\infty} p_{ij}
\end{gathered}
$$

条件分布

连续型

$$
\begin{gathered}
f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x,y)}{f_Y(y)} \\
f_{Y|X}(y|x) = \frac{f(x,y)}{f_X(x)} \\
F_{X|Y}(x|y) = P\{X \le x|Y = y\} = \int_{-\infty}^{x} \frac{f(s,y)}{f_Y(y)}ds \\
F_{Y|X}(y|x) = P\{Y \le y|X = x\} = \int_{-\infty}^{y} \frac{f(x,s)}{f_X(x)}ds
\end{gathered}
$$

离散型

$$
\begin{gathered}
P\{X = x_i|Y = y_j\} = \frac{P\{X = x_i, Y = y_j\}}{P\{Y = y_j\}} = \frac{p_{ij}}{p_{\cdot j}} \\
P\{Y = y_j|X = x_i\} = \frac{P\{X = x_i, Y = y_j\}}{P\{X = x_i\}} = \frac{p_{ij}}{p_{i\cdot}}
\end{gathered}
$$

相互独立的随机变量

离散型X和Y相互独立 $\iff F(x,y) = F_X(x)F_Y(y) \iff p_{ij} = p_{i\cdot}p_{\cdot j}$
连续型X和Y相互独立 $\iff F(x,y) = F_X(x)F_Y(y) \iff f(x,y) = f_X(x)f_Y(y)$

两个随机变量的函数的分布

$Z=X+Y$的分布

$$F_{X+Y}(z)=P\{X+Y\leq z\}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{z-y}f(x,y)dxdy$$
$$f_{X+Y}(z)=\int_{-\infty}^{\infty}f(z-y,y)dy=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,z-x)dx$$

若X和Y相互独立，则

$$f_{X+Y}(z)=\int_{-\infty}^{\infty}f_X(z-y)f_Y(y)dy=\int_{-\infty}^{\infty}f_Y(z-x)f_X(x)dx$$

$Z=\frac{X}{Y}$, $Z=XY$的分布

$$f_{Y/X}(z)=\int_{-\infty}^{\infty}|x|f(x,zx)dx$$
$$f_{XY}(z)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|x|}f(x,\frac{z}{x})dx$$

若X和Y相互独立，则

$$f_{Y/X}(z)=\int_{-\infty}^{\infty}|x|f_X(x)f_Y(zx)dx$$
$$f_{XY}(z)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|x|}f_X(x)f_Y(\frac{z}{x})dx$$

$M=max\{X,Y\}$, $N=min\{X,Y\}$的分布
若X和Y相互独立，则

$$F_{max}(z)=P\{\max(X,Y)\leq z\}=P\{X\leq z,Y\leq z\}=F_X(Z)F_Y(Z)$$
$$F_{min}(z)=1-(1-F_X(Z))(1-F_Y(Z))$$

第四章 随机变量的数字特征

数学期望

$Y=g(X),Z=g(X,Y)$
离散型

$$E(X)=\sum_{i=1}^{+\infty}x_ip_i$$
$$E(Y)=E(g(X))=\sum_{k=1}^{+\infty}g(x_k)p_k$$
$$E(Z)=E(g(X,Y))=\sum_{i=1}^{+\infty}\sum_{j=1}^{+\infty}g(x_i,y_j)p_{ij}$$

连续型

$$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx$$
$$E(Y)=E(g(X))=\int_{-\infty}^{+\infty}g(x)f(x)dx$$
$$E(Z)=E(g(X,Y))=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}g(x,y)f(x,y)dxdy$$

性质：

1. $E(C)=C$
2. $E(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$
3. X和Y相互独立，则$E(XY)=E(X)E(Y)$

方差

$$D(X)=E((X-E(X))^2)=E(X^2)-[E(X)]^2$$

性质：

1. $D(C)=0$
2. $D(CX)=C^2D(X),\ D(X+C)=D(X)$
3. $D(X\pm Y)=D(X)+D(Y)\pm 2Cov(X,Y)$
4. X和Y相互独立，则$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

契比雪夫不等式

$$P\{|X-\mu|\geq\epsilon\}\leq\frac{\sigma^2}{\epsilon^2}$$
$$P\{|X-\mu|<\epsilon\}\geq 1-\frac{\sigma^2}{\epsilon^2}$$

常见分布的期望与方差

分布	符号	$E(X)$	$D(X)$

分布	**符号**	$E(X)$	$D(X)$
0-1分布	$Bi(p)$	p	$p(1-p)$
二项分布	$B(n,p)$	np	$np(1-p)$
几何分布	$Ge(p)$	$1/p$	$(1-p)/p^2$
均匀分布	$U(a,b)$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$
泊松分布	$P(\lambda)$	λ	λ
指数分布	$E(\lambda)$	$1/\lambda\ or\ \theta$	$1/\lambda^2\ or\ \theta^2$
正态分布	$N(\mu,\sigma^2)$	μ	σ^2
卡方分布	$\chi^2(n)$	n	$2n$

协方差及相关系数

$$Cov(X,Y)=E((X-E(X))(Y-E(Y)))=E(XY)-E(X)E(Y)$$

性质:

1. $Cov(X,C)=0$
2. $Cov(aX,bY)=abCov(X,Y)$
3. $Cov(X_1+X_2,Y)=Cov(X_1,Y)+Cov(X_2,Y)$
4. $Cov(X,Y)=Cov(Y,X)$
5. $Cov(X,Y)=0\Rightarrow X和Y相互独立$
6. $Cov(X,X)=D(X)$
7. $D(X\pm Y)=D(X)+D(Y)\pm 2Cov(X,Y)$

$$\rho_{XY}=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)D(Y)}}$$

性质:

1. $|\rho_{XY}|\le 1$
2. $|\rho_{XY}|=1\iff X和Y线性相关，即存在常数a,b使得P\{Y=aX+b\}=1$

矩、协方差矩阵

k阶（原点）矩：$E(X^k)$
k阶中心矩：$E((X-E(X))^k)$
X,Y的$k+l$阶混合矩：$E(X^kY^l)$
X,Y的$k+l$阶中心混合矩：$E((X-E(X))^k(Y-E(Y))^l)$
协方差矩阵:

$$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix} c_{ij}=\operatorname{cov}(X_i,X_j),\ c_{ij}=c_{ji}$$

$$=\begin{bmatrix} D(X_1) & Cov(X_1,X_2) & \cdots & Cov(X_1,X_n) \\ Cov(X_2,X_1) & D(X_2) & \cdots & Cov(X_2,X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov(X_n,X_1) & Cov(X_n,X_2) & \cdots & D(X_n) \end{bmatrix}$$

第五章 大数定理及中心极限定理

大数定理

弱大数定理（辛钦大数定理）：设$X_1,X_2,\cdots$是独立同分布的随机变量，且$E(X_i)=\mu$，则对任意$\varepsilon>0$，当$n\to+\infty$时，有

$$\lim_{n\to+\infty}P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\mu\right|<\varepsilon\right\}=1$$

伯努利大数定理：设$X_n\sim B(n,p)$，则对任意$\varepsilon>0$，当$n\to+\infty$时，有

$$\lim_{n\to+\infty}P\left\{\left|\frac{X_n}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}=1$$

中心极限定理

列维-林德伯格中心极限定理：设$X_1,X_2,\cdots$是独立同分布的随机变量，且$E(X_i)=\mu,D(X_i)=\sigma^2>0$，则对任意$x$，有

$$\lim_{n\to+\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}\leq x\right\}=\varPhi(x)$$

表明，当$n\to+\infty$时，

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}\sim N(0,1)$$

$$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$$

李雅普诺夫中心极限定理：设$X_1,X_2,\cdots$是相互独立的随机变量，且$E(X_i)=\mu,D(X_i)=\sigma^2>0$，记$B_n^2=$

$\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2$，若存在正数δ，使得$\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{B_n^{2+\delta}}\sum_{i=1}^{n}E(|X_i-\mu_i|^{2+\delta})=0$，则有

$$\lim_{n\to+\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-\sum_{i=1}^{n}\mu_i}{B_n}\le x\right\}=\Phi(x)$$

表明，当$n\to+\infty$时，

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-\sum_{i=1}^{n}\mu_i}{B_n}\sim N(0,1)$$

棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理：设$X_n\sim B(n,p)$，则对任意x，有

$$\lim_{n\to+\infty}P\left\{\frac{X_n-np}{\sqrt{np(1-p)}}\le x\right\}=\Phi(x)$$

表明，当$n\to+\infty$时，

$$\frac{X_n-np}{\sqrt{np(1-p)}}\sim N(0,1)$$

第六章 样本及抽样分布

随机样本

略

直方图和箱线图

略

抽样分布

样本平均值：

$$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$$

样本方差：

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2=\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\bar{X}^2\right)$$

样本标准差:

$$S=\sqrt{S^2}=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}$$

样本k阶原点矩:

$$A_k=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^k$$

样本k阶中心矩:

$$B_k=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^k$$

注：$A_1=\bar{X},\ B_2\neq S^2$

χ^2分布

设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是相互独立的随机变量，且$X_i\sim N(0,1)$，则称

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{n}X_i^2$$

为自由度为n的χ^2分布，记为$\chi^2(n)$
性质:

1. $\chi^2\sim\chi^2(n),E(\chi^2)=n,D(\chi^2)=2n$
2. $\chi_1^2\sim\chi_1^2(n_1)$，$\chi_2^2\sim\chi_2^2(n_2)$，且$\chi_1^2$，$\chi_2^2$相互独立，则$\chi_1^2+\chi_2^2\sim\chi^2(n_1+n_2)$

t分布

设X,Y是相互独立的随机变量，且$X\sim N(0,1),Y\sim\chi^2(n)$，则称

$$t=\frac{X}{\sqrt{Y/n}}$$

为自由度为n的t分布，记为$t(n)$
性质:

1. $\lim_{n\to+\infty}t(n)=N(0,1)$

F分布

设X,Y是相互独立的随机变量，且$X\sim\chi^2(n_1),Y\sim\chi^2(n_2)$，则称

$$F=\frac{X/n_1}{Y/n_2}$$

为自由度为n_1,n_2的F分布，记为$F(n_1,n_2)$
性质:

1. $F\sim F(n_1,n_2),\ \frac{1}{F}\sim F(n_2,n_1)$

设总体均值为μ，总体方差为σ^2，样本均值为$\bar{X}$，样本方差为S^2，则有

$$E(\bar{X})=\mu,\ D(\bar{X})=\frac{\sigma^2}{n},\ E(S^2)=\sigma^2$$

设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是相互独立的随机变量，且$X_i\sim N(\mu,\sigma^2)$，则

- $\bar{X}$，S^2相互独立
- $\overline{X}\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})\rightarrow U=\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$
- $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$
- $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$

设$X_1,X_2,\cdots,X_n$与$Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$是相互独立的随机变量，且$X_i\sim N(\mu_1,\sigma_1^2),Y_i\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，则

- $F=\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$
- 当$\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$时，$T=\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_\omega\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\sim t(n_1+n_2-2)$，其中$S_\omega^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$

第七章 参数估计

点估计

矩估计

$$A_l=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^l\rightarrow\mu_l=E(X^l),\ l=1,2,\cdots,k$$

列出k个方程，求解得到k个未知数，即为k阶矩估计

最大似然估计

设$X_1, X_2, \cdots, X_n$是相互独立的随机变量，且$X_i \sim F(\theta)$，则称

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta)$$

为似然函数，θ为参数，称

$$\hat{\theta} = \arg\max_{\theta} L(\theta)$$

为参数θ的最大似然估计，通常由下式解出

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} \ln L = 0,\ i = 1, 2, \cdots, k$$

估计量的评选标准

1. 无偏性：$E(\hat{\theta}) = \theta$
2. 有效性：$D(\hat{\theta}_1) \le D(\hat{\theta}_2)$，则称$\hat{\theta}_1$比$\hat{\theta}_2$更有效
3. 相合性：对于任意$\epsilon < 0$，有$\lim\limits_{n \to +\infty} P\{|\hat{\theta} - \theta| < \epsilon\} = 1$

区间估计

一个总体：设$X \sim N(\mu, \sigma^2)$，样本容量n，$\overline{X}$为样本均值，S为样本标准差，则

unknown parameter	$1 - \alpha$ confidence interval
$\mu\ (\sigma^2 \text{ known})$	$\left(\overline{X} - u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$
$\mu\ (\sigma^2 \text{ unknown})$	$\left(\overline{X} - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X} + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}}\right)$
σ^2	$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right)$

两个总体：设$X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$，样本容量$n_1, n_2$，$\overline{X}, \overline{Y}$为样本均值，$S_1, S_2$为样本标准差，则

unknown parameter	$1-\alpha$ confidence interval
$\mu_1-\mu_2$ $(\sigma_1^2, \sigma_2^2$ known$)$	$\left(\overline{X}-\overline{Y}-u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}, \overline{X}-\overline{Y}+u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\right.$
$\mu_1-\mu_2(\sigma_1^2, \sigma_2^2$ unknown，but $\sigma_1^2=\sigma_2^2)$	$\left(\overline{X}-\overline{Y}-t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)S_\omega\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}, \overline{X}-\overline{Y}+t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1\right.$
$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	$\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}\cdot\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-2)}, \frac{S_1^2}{S_2^2}\cdot F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1\right.$

第八章 假设检验

parameter test	H_0	H_1	static test	distribution ofstat
μ (σ^2 known)	$\mu = \mu_0$ $\mu \leq \mu_0$ $\mu \geq \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$U = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$N(0$
μ (σ^2 unknown)	$\mu = \mu_0$ $\mu \leq \mu_0$ $\mu \geq \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$t(n$ -
σ^2 (μ known)	$\sigma^2 = \sigma_0^2$ $\sigma^2 \leq \sigma_0^2$ $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$\chi^2 = \dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$	$\chi^2($
σ^2 (μ unknown)	$\sigma^2 = \sigma_0^2$ $\sigma^2 \leq \sigma_0^2$ $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$\chi^2(n$
$\mu_1 - \mu_2$ (σ_1^2, σ_2^2 known)	$\mu_1 - \mu_2 = \mu_0$ $\mu_1 - \mu_2 \leq \mu_0$ $\mu_1 - \mu_2 \geq \mu_0$	$\mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$ $\mu_1 - \mu_2 > \mu_0$ $\mu_1 - \mu_2 < \mu_0$	$U = \dfrac{\overline{X} - \overline{Y} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$N(0$
$\mu_1 - \mu_2$ (σ_1^2, σ_2^2 unknown but $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)	$\mu_1 - \mu_2 = \mu_0$ $\mu_1 - \mu_2 \leq \mu_0$ $\mu_1 - \mu_2 \geq \mu_0$	$\mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$ $\mu_1 - \mu_2 > \mu_0$ $\mu_1 - \mu_2 < \mu_0$	$T = \dfrac{\overline{X} - \overline{Y} - \mu_0}{S_\omega\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$	$t(n_1 +$
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (μ_1, μ_2 known)	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \geq \sigma_2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 < \sigma_2$	$F = \dfrac{n_2\sum_{i=1}^{n_1}(X_i - \mu_1)^2}{n_1\sum_{j=1}^{n_2}(Y_j - \mu_2)^2}$	$F(n_1$
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (μ_1, μ_2 unknown)	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \geq \sigma_2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 < \sigma_2$	$F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$	$F(n_1 - 1$