

Résumé des formules et notations pour le programme de post traitement

Rémi LEMAIRE

Sommaire

1	Notations	2
1.1	Grandeurs mesurées	2
1.2	Constantes	2
1.3	Grandeurs calculables	2
2	Modélisation des grandeurs calculables	2
2.1	Modélisations	2
2.1.1	Masse	2
2.1.2	Angle par rapport à la verticale	3
2.1.3	Pousée	3
2.2	Représentations graphiques et erreurs	4
2.2.1	Masse	4
2.2.2	Angle par rapport à la verticale	6
2.2.3	Poussée	7
2.3	Remarques	8

1 Notations

1.1 Grandeurs mesurées

- Temps : t (en s)
- Accélération : a_x, a_y, a_z (en m/s^2)
- Vitesse angulaire : $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ (en Deg/s)
- Jauges de déformation : $j1, j2, j3, j4, j5$

1.2 Constantes

- La masse au dessus des jauges : m_{sj} (en kg)
- Le module d'Young de l'aluminium : E (en Pa)
- La surface d'un 'U' : S (en m^2)
- Le nombre de poutres : n
- La surface aérodynamique : S_a (en m^2)
- La constante de pesanteur : g (en m/s^2)
- Le coefficient de traînée : C_x
- La masse volumique de l'air : ρ (en kg/m^3)

1.3 Grandeurs calculables

- Poussée moteur : F (en N)
- Masse totale : m (en kg)
- L'angle de la fusée par rapport à la verticale : α (en Rad)

2 Modélisation des grandeurs calculables

2.1 Modélisations

Ces formules sont issues du Stab' Traj', qui les calcule par pas de temps. Les valeurs sont importées sur Excel des fonctions sont déduites des courbes (grâce à des courbes de tendance polynomiales). Toutes les fonctions trouvées sont valables pour $t \in [0 s; 4,69 s]$

2.1.1 Masse

$$m : t \mapsto a_{m,6}t^6 + a_{m,5}t^5 + a_{m,4}t^4 + a_{m,3}t^3 + a_{m,2}t^2 + a_{m,1}t + a_{m,0}$$

$$\left\{ \begin{array}{lcl} a_{m,6} & = & 1,08353.10^{-3} \\ a_{m,5} & = & -1,39664.10^{-2} \\ a_{m,4} & = & 6,72714.10^{-2} \\ a_{m,3} & = & -1,45763.10^{-1} \\ a_{m,2} & = & 1,62182.10^{-1} \\ a_{m,1} & = & 5,98339.10^{-1} \\ a_{m,0} & = & 9,73180 \end{array} \right.$$

$$\forall n \in [0, 6], [a_{m,n}] = [kg/s^n]$$

2.1.2 Angle par rapport à la verticale

$$\alpha : t \mapsto \begin{cases} 1,39626340159546 \text{ Rad} & \text{si } t \in [0 \text{ s}; 0,31 \text{ s}] \\ a_{\alpha,6}t^6 + a_{\alpha,5}t^5 + a_{\alpha,4}t^4 + a_{\alpha,3}t^3 + a_{\alpha,2}t^2 + a_{\alpha,1}t + a_{\alpha,0} & \text{si } t \in [0,31 \text{ s}; 4,69 \text{ s}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{\alpha,6} &= 5,46847.10^{-5} \\ a_{\alpha,5} &= -9,52597.10^{-4} \\ a_{\alpha,4} &= 6,73489.10^{-3} \\ a_{\alpha,3} &= -2,50265.10^{-2} \\ a_{\alpha,2} &= 5,31966.10^{-2} \\ a_{\alpha,1} &= -7,35729.10^{-2} \\ a_{\alpha,0} &= 1,41417 \end{cases}$$

$$\forall n \in [0, 6], [a_{\alpha,n}] = [\text{Rad}/\text{s}^n]$$

2.1.3 Pousée

$$F : t \mapsto \begin{cases} a_{F^1,6}t^6 + a_{F^1,5}t^5 + a_{F^1,4}t^4 + a_{F^1,3}t^3 + a_{F^1,2}t^2 + a_{F^1,1}t + a_{F^1,0} & \text{si } t \in]0 \text{ s}; 0,11 \text{ s}[\\ a_{F^2,1}t + a_{F^2,0} & \text{si } t \in [0,11 \text{ s}; 0,27 \text{ s}[\\ a_{F^3,4}t^4 + a_{F^3,3}t^3 + a_{F^3,2}t^2 + a_{F^3,1}t + a_{F^3,0} & \text{si } t \in [0,27 \text{ s}; 3,67 \text{ s}[\\ a_{F^4,6}t^6 + a_{F^4,5}t^5 + a_{F^4,4}t^4 + a_{F^4,3}t^3 + a_{F^4,2}t^2 + a_{F^4,1}t + a_{F^4,0} & \text{si } t \in [3,67 \text{ s}; 4,66 \text{ s}[\\ a_{F^5,2}t^2 + a_{F^5,1}t + a_{F^5,0} & \text{si } t \in [4,66 \text{ s}; 4,69 \text{ s}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{F^1,6} &= -2,38908.10^{10} \\ a_{F^1,5} &= 8,99627.10^9 \\ a_{F^1,4} &= -1,35272/10^9 \\ a_{F^1,3} &= 1,03223.10^8 \\ a_{F^1,2} &= -4,17951.10^6 \\ a_{F^1,1} &= 9,40860.10^4 \\ a_{F^1,0} &= -3,98168.10^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{F^2,1} &= -1,51773.10^3 \\ a_{F^2,0} &= 1,44589.10^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{F^3,4} &= 5,227679 \\ a_{F^3,3} &= -29,9596 \\ a_{F^3,2} &= 18,2021 \\ a_{F^3,1} &= -27,3958 \\ a_{F^3,0} &= 1,04720.10^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{F^4,6} = -1,2149887146.10^4 \\ a_{F^4,5} = 3,0651741778.10^5 \\ a_{F^4,4} = -3,2135643264.10^6 \\ a_{F^4,3} = 1,7922336703.10^7 \\ a_{F^4,2} = -5,6082367388.10^7 \\ a_{F^4,1} = 9,3365689869.10^7 \\ a_{F^4,0} = 6,4609233988.10^7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{F^5,2} = 1,8375000.10^4 \\ a_{F^5,1} = -1,7418375.10^5 \\ a_{F^5,0} = 4,1274345.10^5 \end{cases}$$

$$\forall m \in [1, 5], \forall n \in [0, 6], [a_{F^m,n}] = [N/s^n]$$

2.2 Représentations graphiques et erreurs

2.2.1 Masse

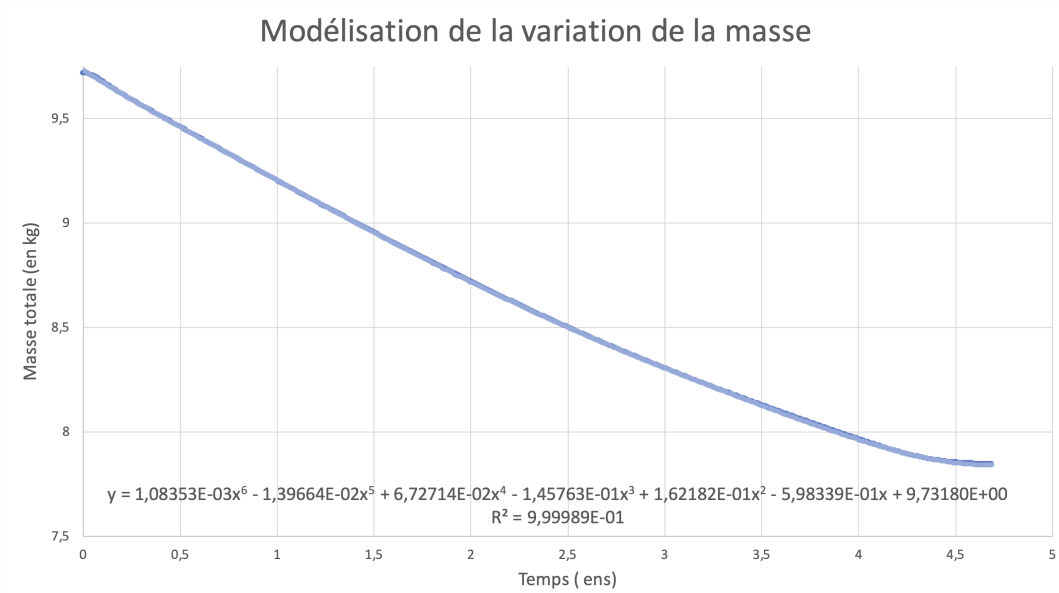


FIGURE 1 – Graphique avec les données extraites du Stab' Traj' et la courbe de tendance polynomiale.

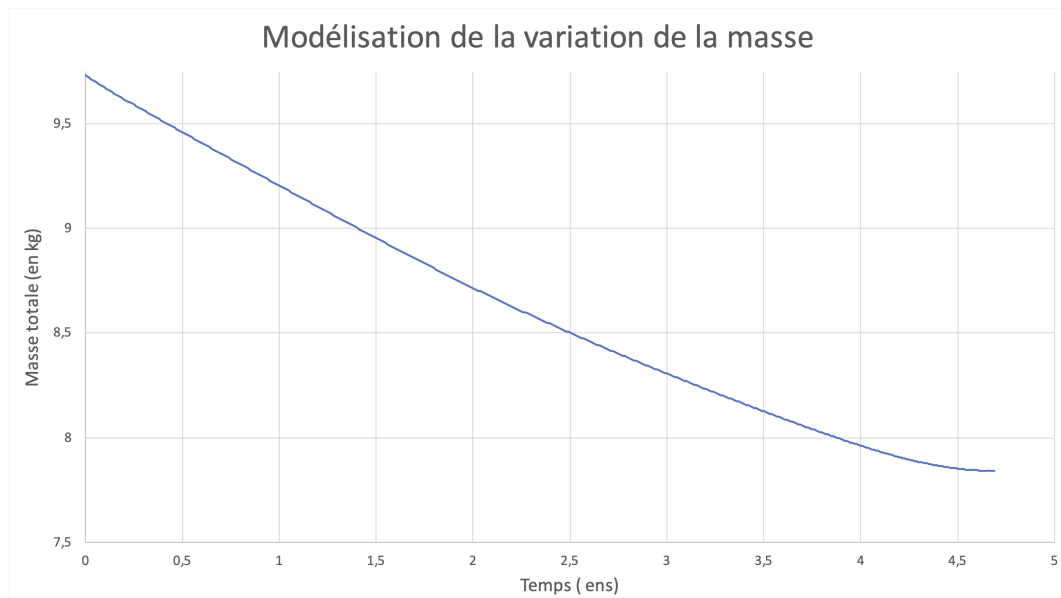


FIGURE 2 – Tracé de la modélisation seule
Écart entre la modélisation de la masse et les prévisions du
Stab' Traj'

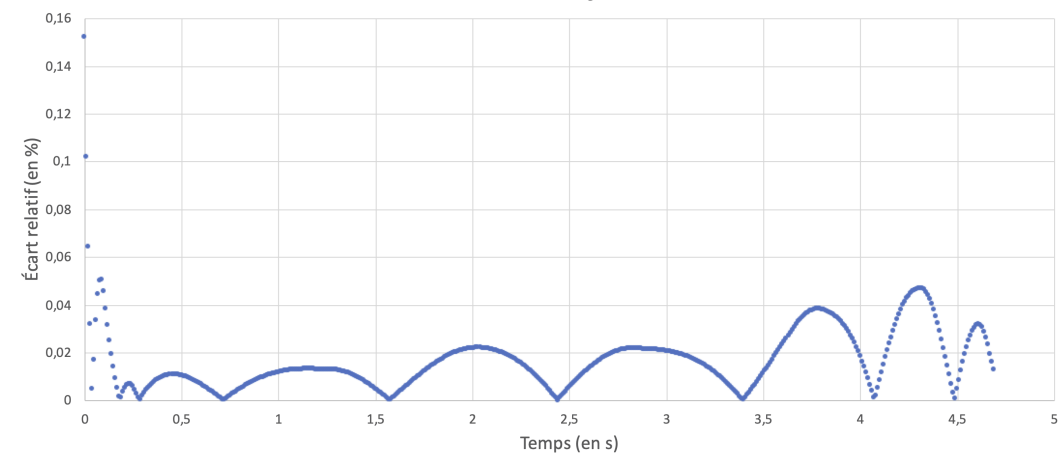


FIGURE 3 – Erreur entre notre modélisation et les données extraites. Nous pouvons remarquer que nous sommes toujours en dessous de 0,2 % d'erreur.

2.2.2 Angle par rapport à la verticale

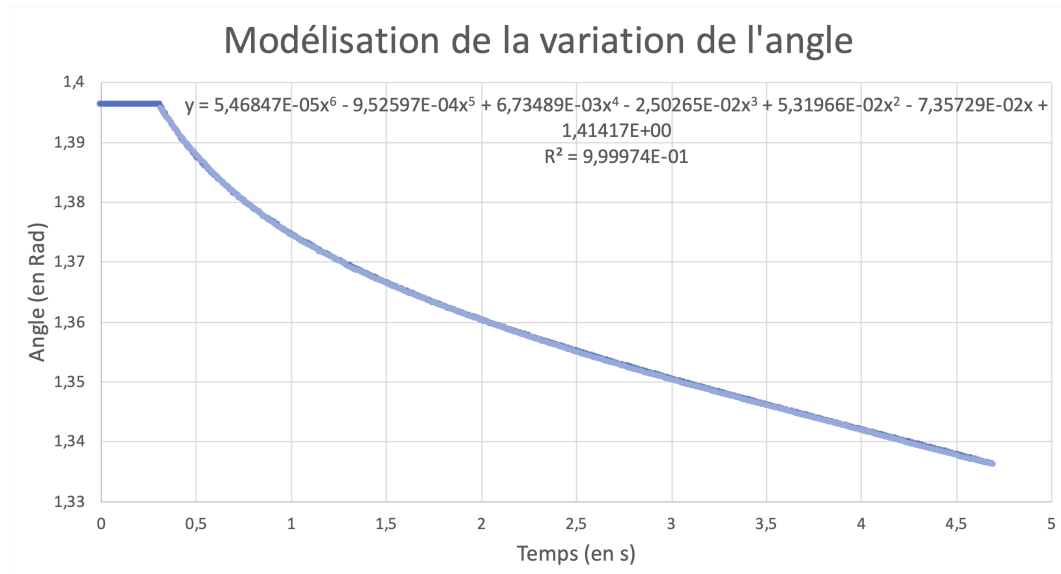


FIGURE 4 – Graphique avec les données extraites du Stab' Traj' et la courbe de tendance polynomiale sur la partie non constante

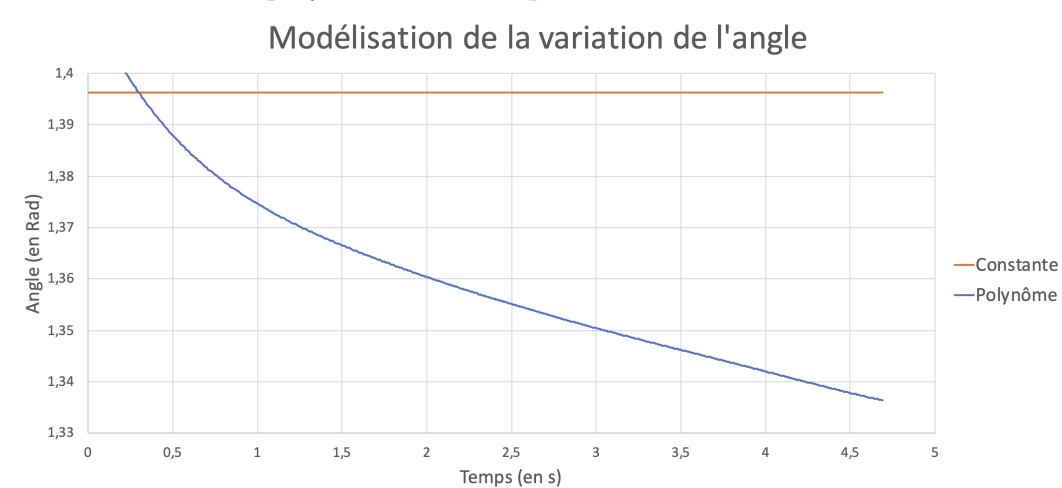


FIGURE 5 – Tracé des deux courbes utilisées pour la modélisation.

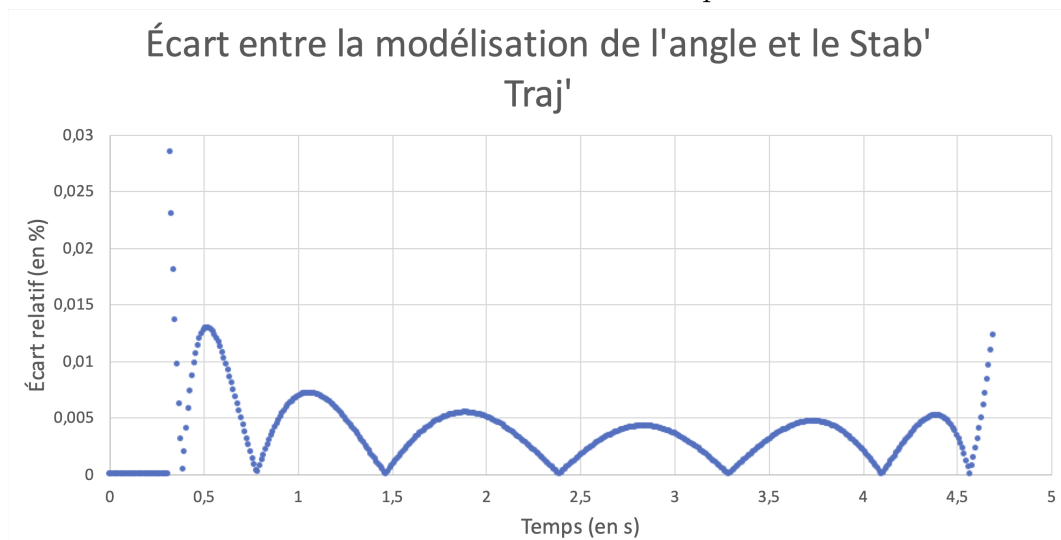


FIGURE 6 – Erreur par rapport aux données extraites. Malgré des pics d'imprécision aux extrémités du polynôme, nous restons toujours en dessous de 0,03 % d'erreur.

2.2.3 Poussée

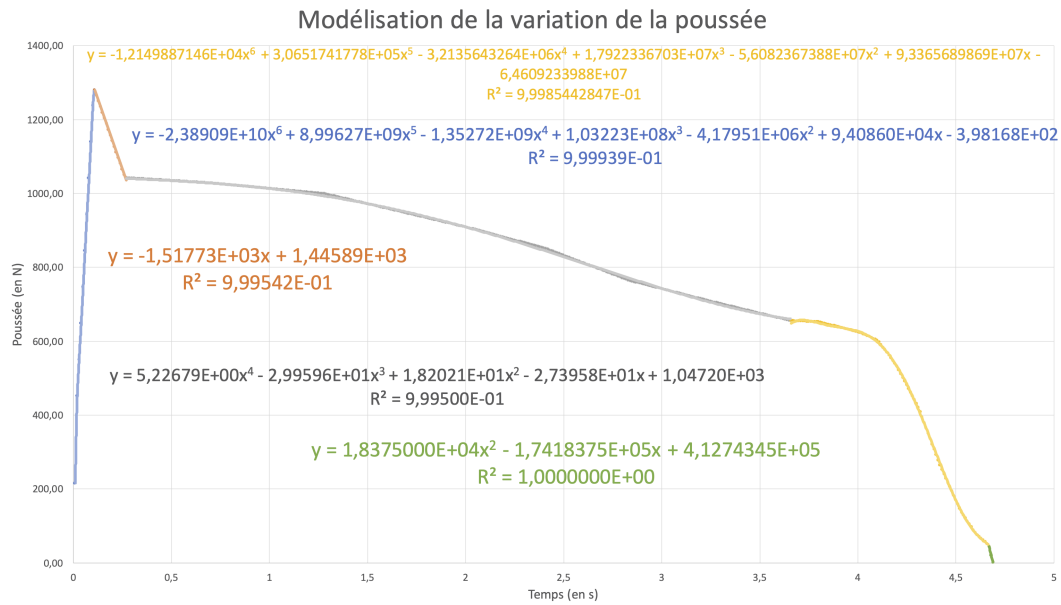


FIGURE 7 – Graphique avec les données extraites du Stab' Traj' et les courbes de tendances polynomiales et linéaires.

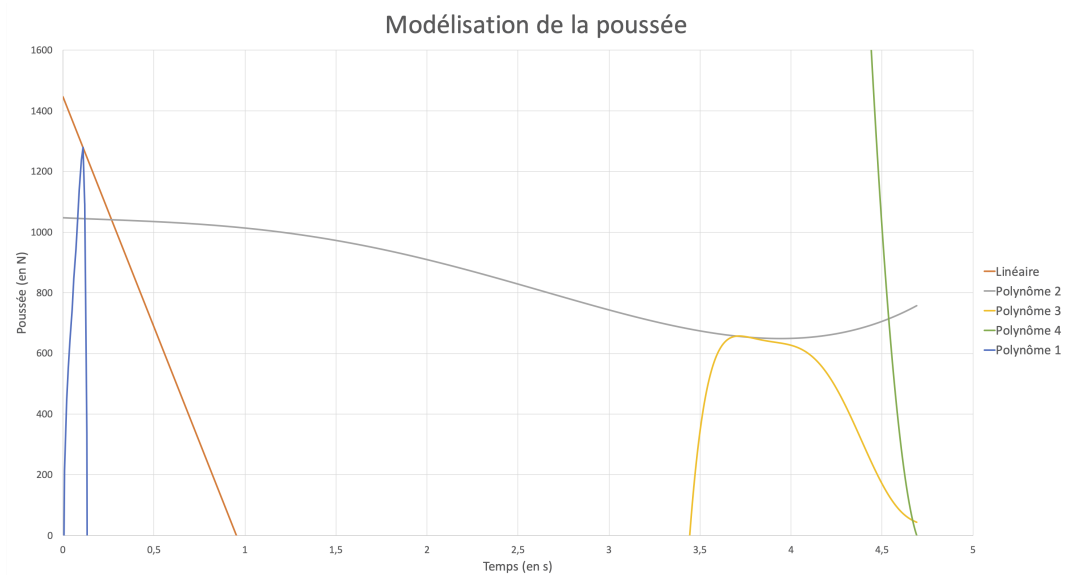


FIGURE 8 – Tracé des différentes courbes qui sont utilisées pour la modélisation de la poussée.

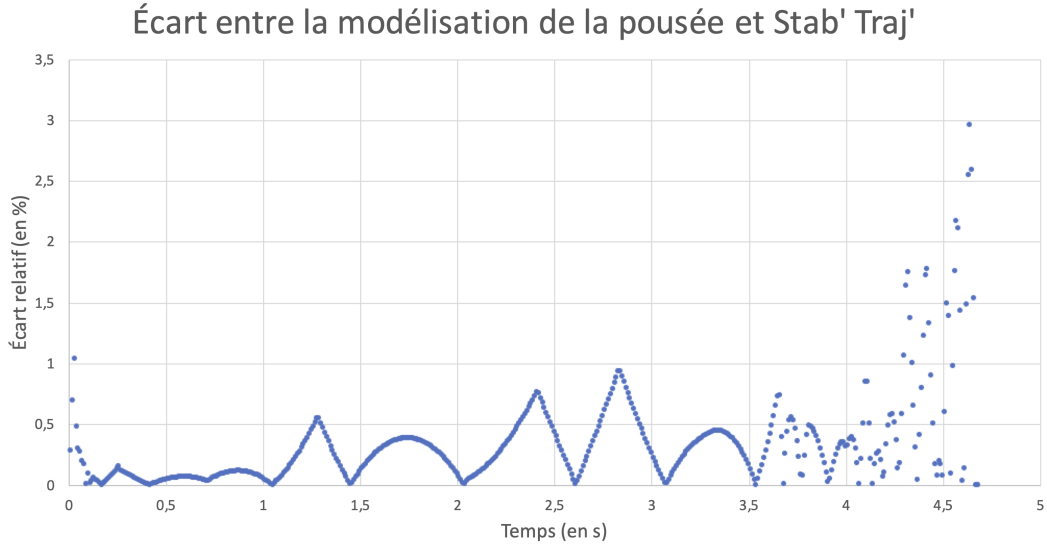


FIGURE 9 – Erreur par rapport aux données extraites. Le pic d'erreur est situé à la fin de la courbe jaune et atteint les 3 % d'erreur, mais la majeure partie de notre modèle est à moins de 1 %

2.3 Remarques

Les erreurs relatives pour la modélisation de la masse et de α sont extrêmement faibles. Ceci n'est pas requis, mais la facilité d'obtention de ce résultat nous permet de pouvoir utiliser cette modélisation sans le moindre doute sur l'erreur qu'elles apportent (ceci est surtout valable pour la masse, car la variation de masse est entièrement due à celle du moteur).

Les erreurs sont beaucoup plus grandes pour la courbe de poussée, mais elle reste dans le domaine de l'acceptable. Cependant si cette modélisation nous cause des problèmes, il est toujours possible d'en réaliser une plus poussée en utilisant encore plus de courbes indépendantes.

Il est à noter que la courbe est très fidèle pour l'extinction du moteur (courbe verte finale) car elle rejoint 0 N. On ne peut cependant pas dire la même chose de l'allumage du moteur, en effet la modélisation donne -398 N à $t = 0\text{ s}$ où nous attendons 0 N. Cependant nous avons gardé cette modélisation car elle offre une grande fidélité dès le premier point de référence du Stab' Traj' à $t = 0,01\text{ s}$.