

Prof. Dr. Armin Biere Dr. Mathias Fleury Freiburg, 7. Juni 2024

Technische Informatik Übungsblatt 7 (v2)

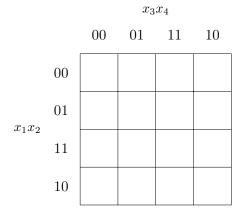
Achtung 1: Handgeschriebene Antworten werden nicht benotet.

Aufgabe 1 (3+2+3) Punkte

Die Funktion $f: \mathbb{B}^4 \to \mathbb{B}$ sei durch ihre **ON**-Menge gegeben (in der Reihenfolge $x_1x_2x_3x_4$):

$$ON(f) = \{0000, 0001, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1010, 1100, 1110, 1111\}$$

a) Bestimmen Sie Anhand von Karnaugh Diagrammen die Primimplikanten.



Hinweis: es gibt mehr als 5.

- b) Bestimmen Sie die Kosten $(cost_1, cost_2)$ (gemäß der Vorlesung)
 - i) des vollständigen Polynoms (besteht aus allen Mintermen der Funktion) und
 - ii) des reduzierten Polynoms (besteht aus allen Primimplikanten der Funktion).

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Geben Sie alle Minterme der Funktion f an. Berechnen Sie einen Schritt des Quine-McCluskey-Algorithmus. Führen Sie also einen Schritt der Vereinheitlichtung durch

Aufgabe 3 (3 Punkte + 3 Bonus-Punkte)

Sei $f: \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ eine boolesche Funktion. f sei monoton wachsend, d.h. für $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ und $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ gilt:

$$a \le b \implies f(a) \le f(b),$$

wobei $a \leq b$ wie folgt definiert ist:

$$a \le b \Leftrightarrow \forall i \in \{1, \dots, n\}: a_i \le b_i$$

- a) Zeigen Sie: Jeder Primimplikant von f enthält nur positive Literale. $\mathit{Hinweis}$: Beweis durch Widerspruch.
- b*) Zeigen Sie: Das Minimalpolynom von f ist eindeutig bestimmt. Hinweis: Zeigen Sie, dass alle Primimplikanten wesentlich sind.