Google Colab

1 Задание 3.1.4

Имеется система линйеных уравнений:

$$Ax = b$$

Решим систему уравнений с помощью np.linalg.solve и получим

$$x = (21.42617103, -36.01188314, 49.15018933, -49.51391554, 32.05364783, -11.09060325, 1.26654193)$$

Число обусловленности матрицы A - это $cord(A) = 4333277.062952723$

Возьмём $\Delta = 0.001$ и на его основе посчитаем вектор относительных погрешностей d

Если построить оценку погрешности решений, то получится, что реальная погрешность гораздо меньше оценки для этой погрешности.

```
[ ] # пункт 5. Оценка между дельта погрешностью и со значением d погрешности

    print(f"δ(x^m) <= cond(A) · δ(b^m)")
    for m in range(n):
      print(f"{d[m]} <= {np.linalg.cond(A) * delta / np.linalg.norm(b, np.inf)} ")

    δ(x^m) <= cond(A) · δ(b^m)
    0.5269963758139323 <= 1083.3192657381808
    2.810314615518679 <= 1083.3192657381808
    7.445858923813933 <= 1083.3192657381808
    11.973341313702303 <= 1083.3192657381808
    11.973341313684882 <= 1083.3192657381808
    6.714808634706409 <= 1083.3192657381808
    1.5935714121103537 <= 1083.3192657381808
```

Рис. 1: Оценка относительной погрешности решения

2 Задание 3.2

Теперь у нас меняются не компоненты вектора b, а компоненты матрицы A. Поэтому d - это матрица относительных погрешностей δx^{ij}. Визуализируем её с помощью гистограммы.

Наибольший вклад в погрешность вносит элемент $(2, 1)$ матрицы A

Относительная погрешность в таком случае, всё также сильно меньше оценки погрешности

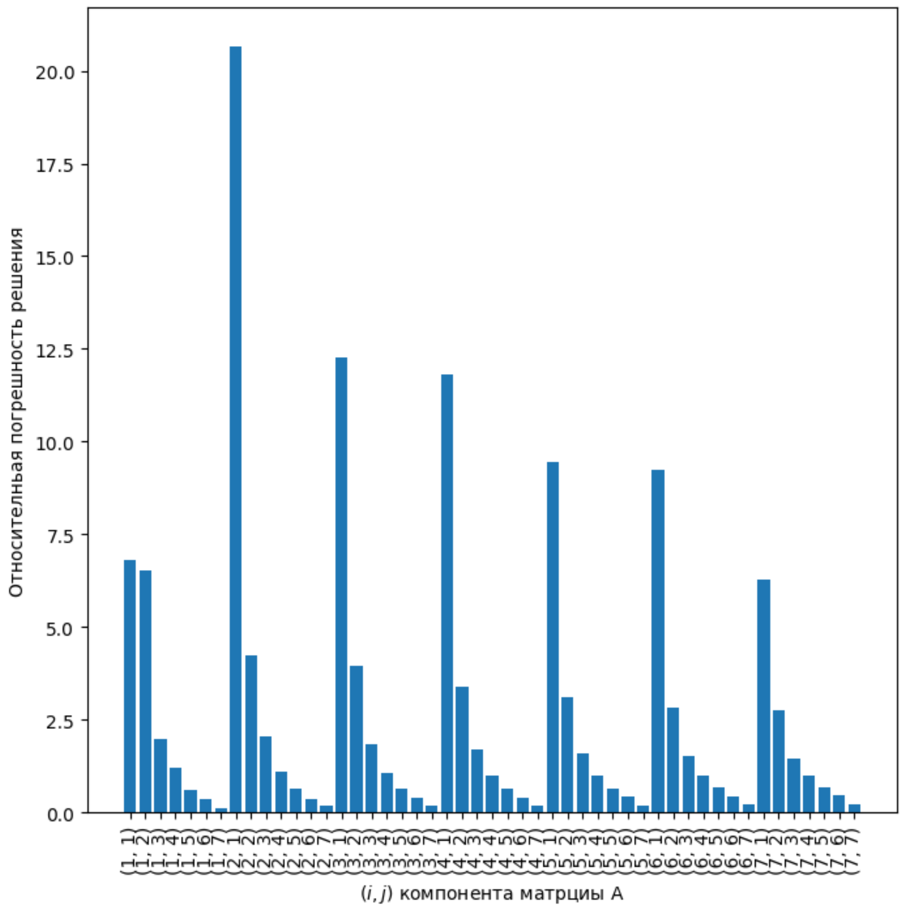

Рис. 2: Гистограмма по относительной погрешности решения системы

```
print("δ(x*) <= cond(A) · δ(A*)")
print(f"{d.max()} <= {np.linalg.cond(A) * delta / np.linalg.norm(A, np.inf)} ")

δ(x*) <= cond(A) · δ(A*)
20.664334263317052 <= 1213.0026568686974
```

Рис. 3: Оценка относительной погрешности решения

3 3.8.2

Для начала реализую метод LU-разложение для произвольного порядка n. Всё это есть в колабовском файле.

Затем для k (макс возможных значений) найду обратную матрицу A. Вычислю число обуслевленности матрицы по формуле для каждого значений n. Построю график зависимости cond(A) от n.

Получится такой график:

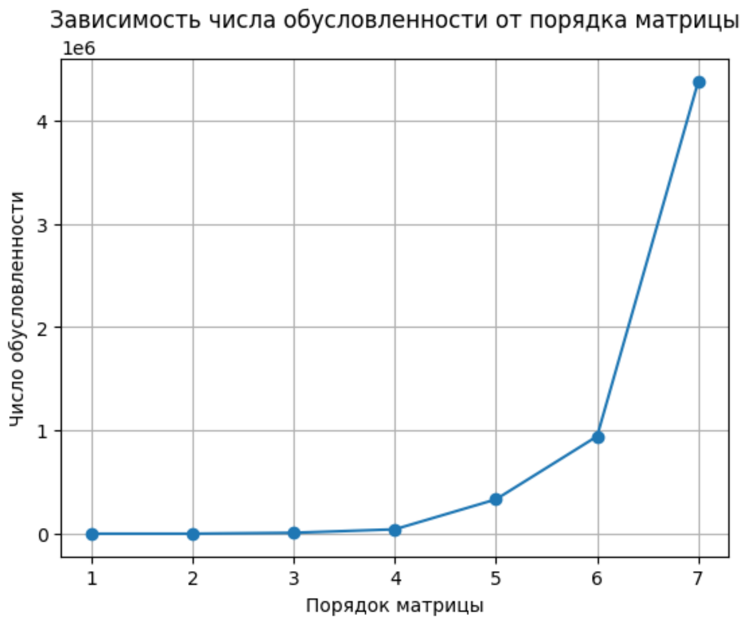

Рис. 4: График y