



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Калужский филиал
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИУК «Информатика и управление»

КАФЕДРА ИУК4 «Программное обеспечение ЭВМ, информационные технологии»

ДОМАШНЯЯ РАБОТА

«Алгоритмы на графах»

ДИСЦИПЛИНА: «Дискретная математика»

Выполнил: студент гр. ИУК4-32Б

(Подпись)

(Зудин Д.В.)
(Ф.И.О.)

Проверил:

(Подпись)

(Никитенко У.В.)
(Ф.И.О.)

Дата сдачи (защиты): 15.12.2022

Результаты сдачи (защиты):

- Балльная оценка: 180

- Оценка: *хорошо*

Калуга, 2022 г.

Цель: приобретение практических навыков в нахождении эйлеровых и гамильтоновых циклов в неориентированных графах, решение задач «китайского почтальона» и коммивояжера.

Задачи:

1. Построить маршрут (цикл, цепь) во взвешенном графе G минимального веса, проходящий, по крайней мере, один раз по каждой вершине исходного графа;
2. Построить маршрут (цикл, цепь), проходящий по каждому ребру графа, по крайней мере, один раз с минимальным суммарным весом.

Формулировка общего задания

Исходные графы $G_1: (12, \{5, 6\})$

$G_2: (7, \{3, 4\})$

Алгоритм генерации варианта

$$G(p, X) : A[l:p, l:p], \text{ где}$$

p – количество вершин в графе;

X – параметр генерации (множество целых чисел);

A – матрица смежности неориентированного графа

$S = \langle \text{фамилия} \rangle \langle \text{имя} \rangle \langle \text{отчество} \rangle$

$n(c)$ – функция – номер буквы в алфавите

1. Вычеркнуть из S все повторные вхождения букв.

2. Построить $Y = \| y_{ij} \|$, $i, j = 1..p$, $y_{ij} = |n(S_i) - n(S_j)|$.

$$\| a_{ij} \| = \begin{cases} 1, & \text{если } \exists x \in X: y_{ij} \bmod x = 0 \\ 0, & i = j \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

3. Построить $A = \| a_{ij} \|$, $i, j = 1..p$,

4. Для каждой изолированной вершины добавить (удалить) одно ребро. Добавляемое (удаляемое) ребро связывает текущую вершину со следующей (по номеру). Для последней вершины следующая – первая.

1. Определить, является ли граф G_1 эйлеровым.

Если граф G_1 – эйлеров, то:

- 1.1. построить эйлеров цикл по алгоритму Флёрри;
- 1.2. решить задачу «китайского почтальона», удалив минимальное число ребер, делающих его не эйлеровым (в качестве весов ребер взять 1).

Если G_1 не является эйлеровым, то:

- 1.3. построить эйлеровы цепи в графе G_1 ;
- 1.4. решить задачу «китайского почтальона» (в качестве весов ребер взять 1);
- 1.5. добавить минимальное число ребер, делающих его эйлеровым и найти эйлеров цикл по алгоритму Флёрри;

2. Определить, является ли граф G_2 гамильтоновым.

Если граф – гамильтонов, то:

- 2.1. построить гамильтонов цикл, используя дерево полного перебора;
- 2.2. построить гамильтоновы циклы, используя алгоритм Робертса-Флореса;
- 2.3. решить для него задачу коммивояжера, удалив минимальное число ребер, нарушающих свойство гамильтоновости (в качестве весов ребер взять 1).

Если граф не является гамильтоновым, то:

- 2.4. решить задачу коммивояжера (в качестве весов ребер взять 1);
- 2.5. добавить минимальное число ребер, делающих его гамильтоновым;
- 2.6. построить гамильтонов цикл, используя дерево полного перебора и алгоритм Робертса-Флореса.

Решение

Сгенерирую граф G_1 по алгоритму $G(p, X) : A[l:p, l:p]$

1. Составлю строку S из ФИО:

$S = \text{ЗУДИНДАНИИЛВАСИЛЬЕВИЧ}$

2. Избавлюсь от повторных вхождений символов:

$S = \text{ЗУДИНАЛВСЬЕЧ}$

3. Составлю таблицу вершин графа:

S	З	У	Д	И	Н	А	Л	В	С	Ь	Е	Ч
n	9	21	5	10	15	1	13	3	19	28	6	25

4. Построю таблицу рёбер графа G_1 :

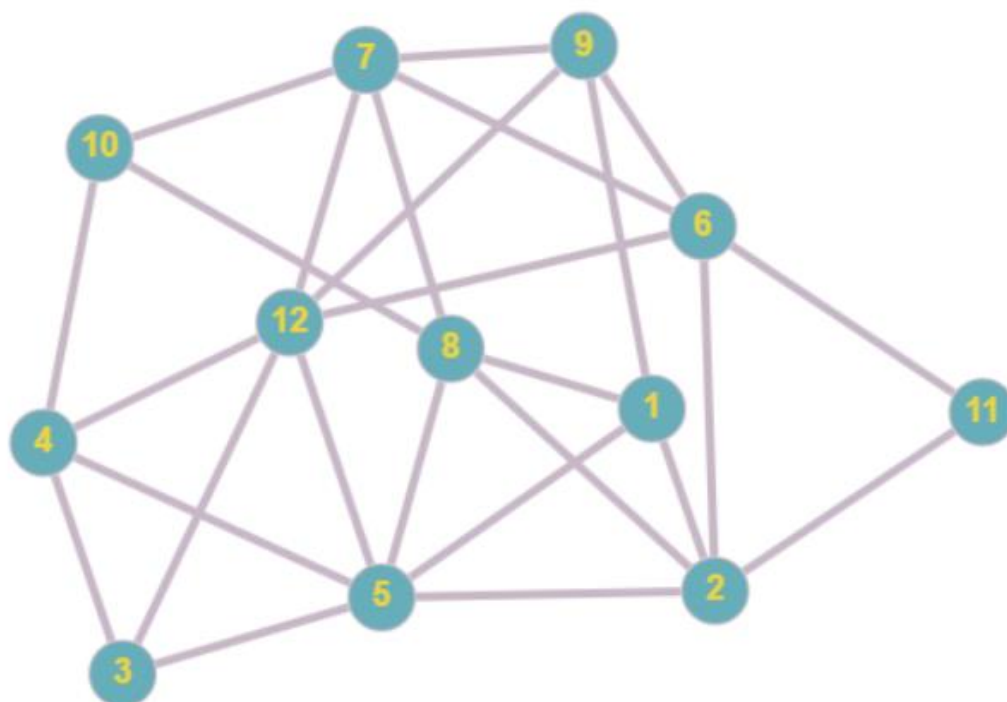
Y	9	21	5	10	15	1	13	3	19	28	6	25
9	0	12	4	1	6	8	4	6	10	19	3	16
21	12	0	16	11	6	20	8	18	2	7	15	4
5	4	16	0	5	10	4	8	2	14	23	1	20
10	1	11	5	0	5	9	3	7	9	18	4	15
15	6	6	10	5	0	14	2	12	4	13	9	10
1	8	20	4	9	14	0	12	2	18	27	5	24
13	4	8	8	3	2	12	0	10	6	15	7	12
3	6	18	2	7	12	2	10	0	16	25	3	22
19	10	2	14	9	4	18	6	16	0	9	13	6
28	19	7	23	18	13	27	15	25	9	0	22	3
6	3	15	1	4	9	5	7	3	13	22	0	19
25	16	4	20	15	10	24	12	22	6	3	19	0

5. Составлю матрицу смежности A_1 по следующему закону:

$$A = \|a_{ij}\|, i, j = 1..p, \|a_{ij}\| = \begin{cases} 1, \text{если } \exists x \in X: y_{ij} \bmod x = 0 \\ 0, i = j \\ 0, \text{иначе} \end{cases}$$

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
2	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
4	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
5	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
6	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
7	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
8	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
9	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
10	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
11	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
12	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0

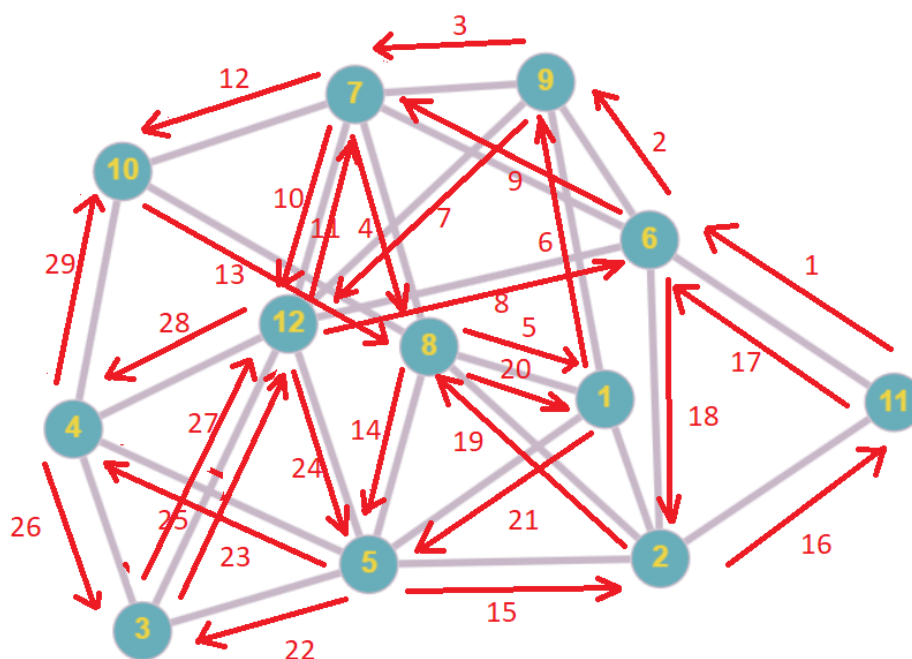
6. Построю граф по матрице смежности A_1 :



7. Определим, является ли граф эйлеровым:

Граф не содержит Эйлеров цикл

8. Решение задачи «китайского почтальона»



В графе с 30 ребрами 4 повторения. Маршрут оптимальный.

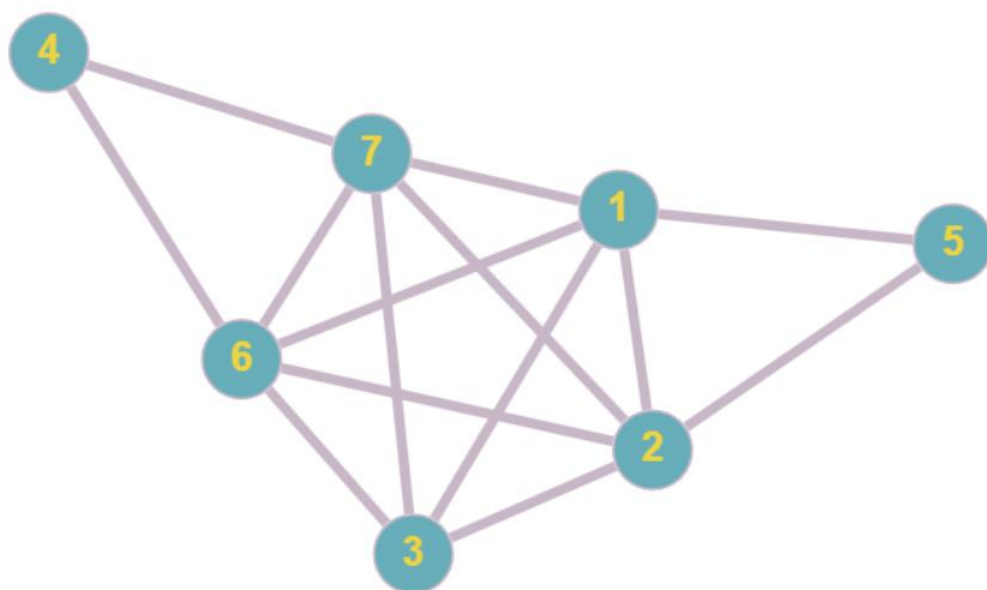
9. Построю таблицу рёбер G_2 :

Y	9	21	5	10	15	1	13
9	0	12	4	1	6	8	4
21	12	0	16	11	6	20	8
5	4	16	0	5	10	4	8
10	1	11	5	0	5	9	3
15	6	6	10	5	0	14	2
1	8	20	4	9	14	0	12
13	4	8	8	3	2	12	0

10. Составлю матрицу смежности A_2 :

A	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	1	0	1	1	1
2	1	0	1	0	1	1	1
3	1	1	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1
5	1	1	0	0	0	0	0
6	1	1	1	1	0	0	1
7	1	1	1	1	0	1	0

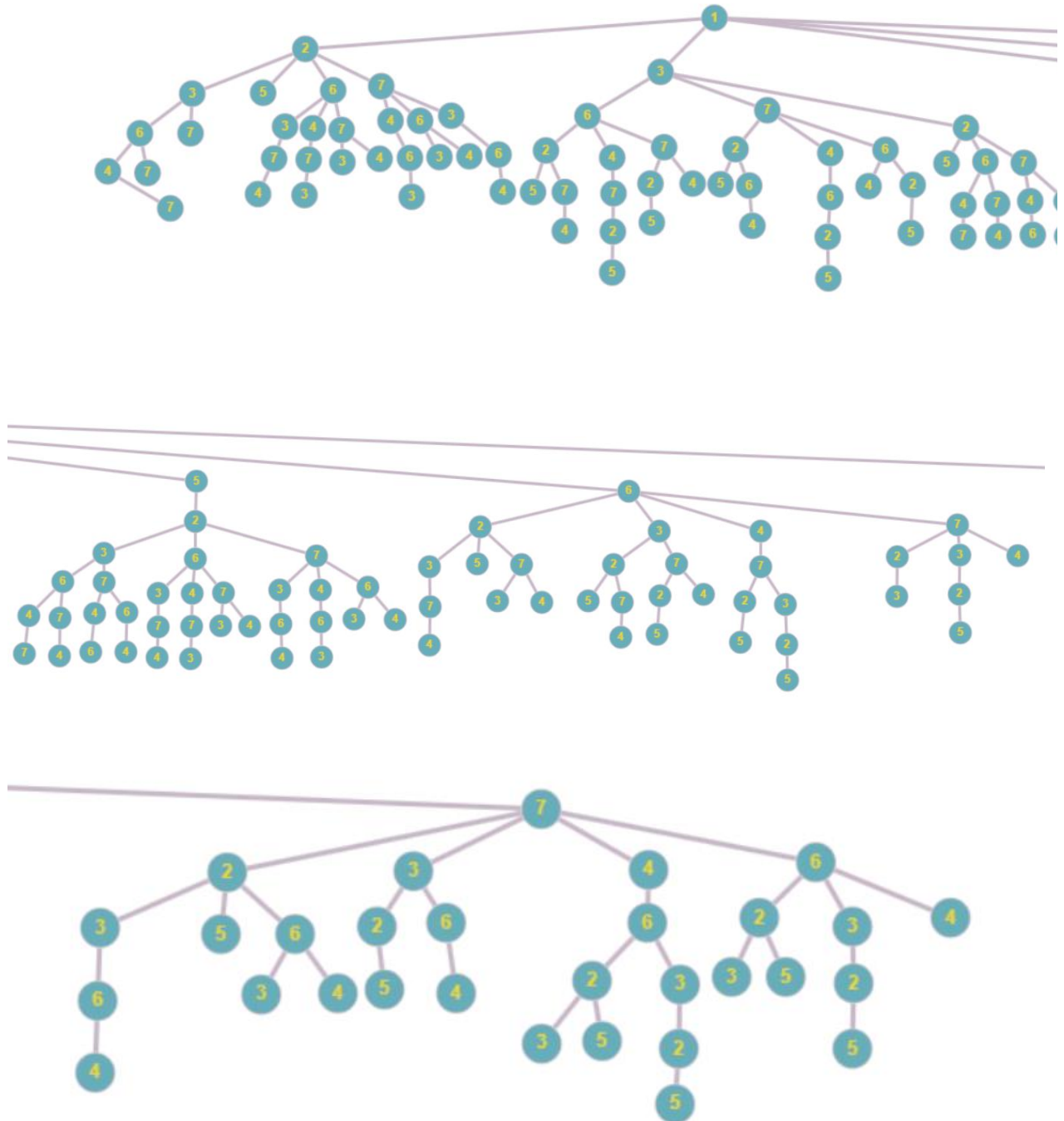
11. Построю граф G_2 по матрице смежности A_2 :



12. Определим, является ли граф гамильтоновым:

Граф является гамильтоновым, так как содержит гамильтонов цикл.

13. Построим гамильтонов цикл, используя дерево полного перебора:

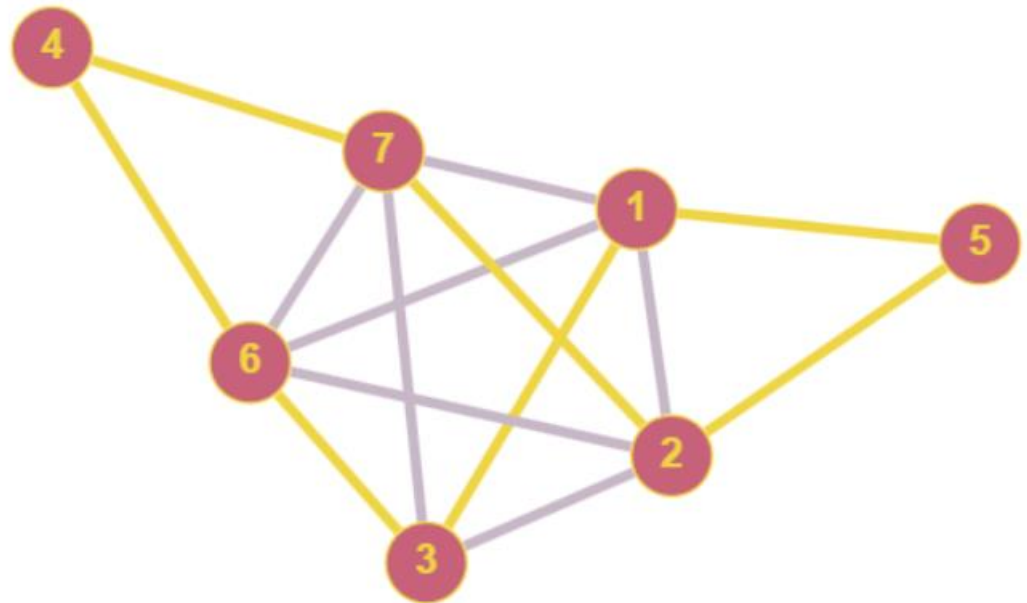


Гамильтоновы циклы:

1. (1, 3, 6, 4, 7, 2, 5)
2. (1, 3, 7, 4, 6, 2, 5)
3. (1, 5, 2, 3, 6, 4, 7)
4. (1, 5, 2, 3, 7, 4, 6)

5. (1, 5, 2, 6, 4, 7, 3)
6. (1, 5, 2, 7, 4, 6, 3)
7. (1, 6, 4, 7, 3, 2, 5)
8. (1, 7, 4, 6, 3, 2, 5)

14. Решение задачи коммивояжера



Гамильтонов цикл: (1, 3, 6, 4, 7, 2, 5, 1)

Выводы:

В ходе работы были приобретены практические навыки в нахождении эйлеровых и гамильтоновых циклов в неориентированных графах, были решены задачи «китайского почтальона» и коммивояжера.