

Лекция 1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ЗАКОНЫ И ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

1.1. Элементы электрических цепей

Электрическая цепь – это совокупность определенным образом соединенных друг с другом элементов, создающих пути для прохождения тока. Электрическая цепь состоит из источников и приемников электрической энергии и промежуточных звеньев (проводов), связывающих источники с приемниками.

Источниками электрической энергии являются устройства, которые преобразуют химическую, тепловую, механическую и другие виды энергии в электрическую.

Приемниками электрической энергии, или так называемой нагрузкой, являются электрические лампы, электрические двигатели и другие устройства, в которых электрическая энергия превращается в световую, тепловую, механическую и в другие виды энергии.

При исследовании процессов в электрических цепях вводится понятие **элемента**, под которым подразумевается не физические существующие электротехнические устройства, а их идеализированные модели, которым теоретически присваиваются определенные электрические и магнитные свойства.

Электрический ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов. Носителями зарядов в металлах являются свободные электроны, а в жидкостях – ионы. Электрическому току предписывается направление – так называемое **положительное направление**. Но в общем случае ток представляет собой движение электрических зарядов разных знаков в разные стороны, и положительное направление тока выбирается произвольно (на схемах указывается стрелкой).

Численно ток определяется как предел отношения количества электричества, переносимого заряженными частицами сквозь рассматриваемое поперечное сечение проводника за некоторый промежуток времени, к этому промежутку времени, когда он стремиться к нулю.

Если обозначить через q количества электричества, прошедшего через рассматриваемое сечение проводника за время t , то **мгновенное значение тока**, т.е. значение его в любой момент времени t , определяется по формуле:

$$i = \frac{dq}{dt};$$

здесь $q = q_+ + q_-$; где q_+ и q_- – положительные и отрицательные заряды, переместившиеся в противоположные стороны за время t . Заряд q измеряется в Кулонах (K).

Элементы электрической цепи могут быть активными и пассивными.

К **пассивным** элементам электрических цепей относятся сопротивления, индуктивности и емкости.

1) **Сопротивление** – это идеализированный элемент электрической цепи, приближенно заменяющий резистор, в котором происходит необратимый процесс преобразование электрической энергии в тепловую.

Условное графическое изображение сопротивления показано на рис. 1.1.

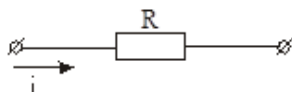


Рис. 1.1. Условное графическое изображение сопротивления

По закону Ома (1826 г.) $R = \frac{U}{i}$.

В Международной системе единиц (СИ) i измеряется в амперах (A), U – в вольтах (B) и сопротивление в омах (Om). Величина, обратная сопротивлению, называется **проводимостью** $g = \frac{1}{R}$.

В системе СИ проводимость измеряется в сименсах ($Сим$).

2) **Индуктивность** – идеализированный элемент электрической цепи, приближающийся по свойствам к индуктивной катушке, в которой накапливается энергия магнитного поля.

Условное графическое изображение индуктивности приведено на рис. 1.2.

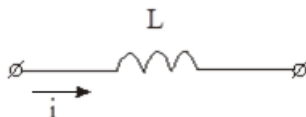


Рис. 1.2. Условное графическое изображение индуктивности

Ток в индуктивности определяется по формуле:

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u_L dt .$$

Индуктивность в системе СИ измеряется в генри (G_n).

3) **Емкость** – это идеализированный элемент электрической цепи, заменяющий конденсатор, в котором накапливается энергия электрического поля.

Условное графическое обозначение емкости приведено на рис.1.3.

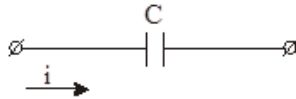


Рис.1.3. Условное графическое обозначение емкости

Ток, проходящий через емкость, определяется по формуле:

$$i = C \frac{du_C}{dt} .$$

В системе СИ емкость измеряется в фарадах (Φ).

Активными элементами электрических цепей являются источники электрической энергии: источники напряжения (источник ЭДС) и источники тока.

Упорядоченное перемещение положительных зарядов в источнике от меньшего потенциала к большему возможно за счет присущих источнику сторонних сил. Величина работы, затрачиваемой сторонними силами на перемещение единицы положительного заряда, называется **электродвижущей силой** (ЭДС) источника.

Источник напряжения (источник ЭДС) – это идеализированный источник питания, напряжение на котором не зависит от тока, проходящего через него. Предполагается, что внутри такого идеального источника напряжения пассивные элементы (R, L, C) отсутствуют и прохождение через него тока не вызывает в нем падения напряжения.

На рис. 1.4 изображен источник напряжения. Стрелка внутри кружка указывает положительное направление ЭДС, т.е. направление возрастания потенциала внутри источника.

Источник тока – это идеализированный источник питания, который дает ток, не зависящий от величины нагрузки цепи. Предполагается, что внутреннее сопротивление идеального источника бесконечно велико и поэтому параметры внешней электрической цепи, от которых зависит напряжение на зажимах источника, не влияют на ток источника.

На рис. 1.5 изображен источник тока, стрелка внутри которого показывает положительное направление тока I .

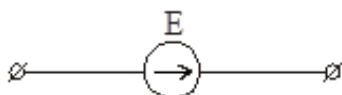


Рис. 1.4. Идеальный источник напряжения

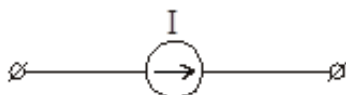


Рис. 1.5. Идеальный источник тока

В определениях источников электрической энергии упоминается об их идеальности, что физически осуществить невозможно. **Реальные источники электрической энергии** имеют внутреннее сопротивление, которое ограничивает мощность, отдаваемую во внешнюю электрическую цепь. Поэтому при расчете и анализе электрических цепей источник электрической энергии заменяют расчетным эквивалентом. Это может быть:

- источник ЭДС и последовательно с ним включенное сопротивление R , равное внутреннему сопротивлению реального источника энергии (рис. 1.6);
- источник тока с параллельно включенным с ним сопротивлением R , равным внутреннему сопротивлению реального источника энергии (рис.1.7).

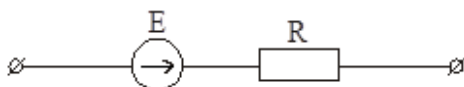


Рис. 1.6. Реальный источник ЭДС

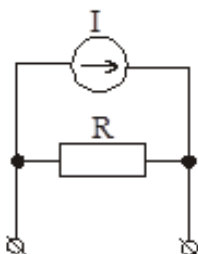


Рис. 1.7. Реальный источник тока

Линейной электрической цепью называют такую цепь, в которой сопротивления, индуктивности и емкости не зависят от величин и направлений токов и напряжений. Сами пассивные элементы в таких цепях также являются линейными, т.к. напряжение и ток в каждом элементе связаны линейными уравнениями – алгебраическим или дифференциальным первого порядка.

Для активных элементов электрических цепей, условием линейности идеального источника напряжения является независимость величины ЭДС от тока, проходящего через источник. Условием линейности идеального источника тока является независимость тока от напряжения на его зажимах.

В действительности реальные элементы электрических цепей не являются линейными. Например, при прохождении тока через цепь, содержащую сопротивление, выделяются тепло. Сопротивление нагревается, и его величина изменяется.

Рассмотрим основные определения, относящиеся к электрической цепи.

Ветвь образуется одним или несколько последовательно соединенными элементами цепи (рис. 1.8).

Узел – место соединения трех или большего числа ветвей (рис. 1.8 – 1.9).

Ветви, присоединенные к одной паре узлов, называют **параллельными** (рис. 1.9).

Любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям, называется **контуром** (рис. 1.8).

Замкнутый контур называется **независимым**, если он содержит хотя бы одну ветвь по сравнению с ранее рассмотренными контурами.

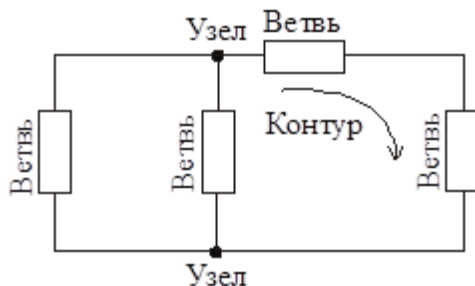


Рис. 1.8. Схема электрической цепи

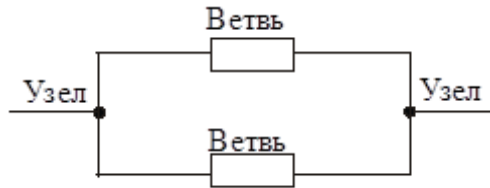


Рис. 1.9. Параллельное соединение ветвей

1.2. Напряжение на участке цепи

Под напряжением на некотором участке электрической цепи понимают разность потенциалов между крайними точками этого участка.

Рассмотрим участок цепи (рис. 1.10), на котором есть сопротивление R и нет ЭДС.

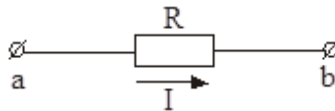


Рис. 1.10. Участок цепи без источника напряжения

Выберем положительное направление тока (указано стрелкой на рис. 1.10). Ток течет от более высокого потенциала к более низкому. Поэтому, потенциал точки $a(\varphi_a)$ выше потенциала точки $b(\varphi_b)$ на величину, равную произведению I на сопротивление R .

$$\varphi_a = \varphi_b + IR.$$

Напряжение между точками a и b :

$$u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = IR.$$

Рассмотрим участок цепи (рис.1.11), на котором имеется не только сопротивление, но и источник напряжения.

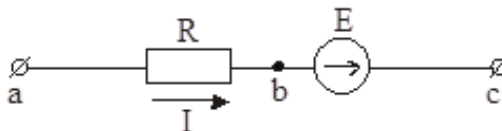


Рис. 1.11. Участок цепи с источником напряжения

По определению напряжения имеем: $u_{ac} = \varphi_a - \varphi_c$.

При переходе от точки c к точке b ЭДС источника напряжения направлена встречно, поэтому потенциал точки b меньше, чем потенциал точки c , на величину ЭДС:

$$\varphi_b = \varphi_c - E.$$

Ток течет от более высокого потенциала к более низкому. Поэтому потенциал точки a выше, чем потенциал точки b на величину падения напряжения в сопротивлении R .

$$\varphi_a = \varphi_b + IR.$$

В итоге имеем:

$$\varphi_a = \varphi_c - E + IR, u_{ac} = \varphi_a - \varphi_c = IR - E.$$

Если для рис. 1.11 находить u_{ca} , то получим:

$$u_{ca} = \varphi_c - \varphi_a = -u_{ac}.$$

Изменения чередования индексов равносильно изменению знака этого напряжения.

1.3. Закон Ома для участка цепи

Закон Ома устанавливает связь между током и напряжением на некотором участке цепи. Например, для рис. 1.10 можно записать:

$$u_{ab} = IR$$

или

$$I = \frac{u_{ab}}{R} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R}.$$

Для участка цепи, изображенного на рис. 1.11 ток определяется по формуле:

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_c + E}{R} = \frac{u_{ac} + E}{R}.$$

1.4. Законы Кирхгофа

Все электрические цепи подчиняются первому и второму закону Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма токов в узле равна нулю:

$$\sum I = 0.$$

Знаки токов берутся с учетом выбранных положительных направлений токов. Всем токам, направляемым к узлу, присваивается

одинаковый знак, и все токи, направленные от узла, учитываются с противоположным знаком.

Например, для рис. 1.12 по первому закону Кирхгофа получим:

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0.$$

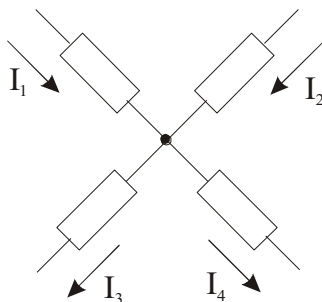


Рис. 1.12. Пример к первому закону Кирхгофа

Физически первый закон Кирхгофа означает, что движение зарядов в цепи происходит так, что ни в одном из узлов они не скапливаются.

Второй закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма ЭДС в любом контуре цепи равна алгебраической сумме падений напряжения на элементах этого контура:

$$\sum I \cdot R = \sum E.$$

Обход контура совершается в произвольно выбранном направлении. При этом слагаемые входят со знаком плюс, если они совпадают с направлением обхода контура, и со знаком минус, если они не совпадают с ним.

Например, для рис. 1.13, согласно второму закону Кирхгофа получим:

$$R_1 I + R_2 I + R_3 I = E_1 - E_2.$$

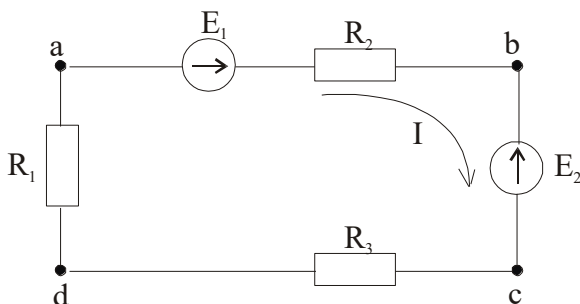


Рис. 1.13. Пример ко второму закону Кирхгофа

Если на схеме (рис. 1.13) нанести точки a, b, c, d , то полученное уравнение можно записать в другом виде:

$$u_{ab} + u_{bc} + u_{cd} + u_{da} = 0.$$

В этом случае второй закон Кирхгофа можно сформулировать следующим образом: алгебраическая сумма напряжений вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

Законы Кирхгофа используются для нахождения токов в ветвях схемы. Порядок анализа электрических цепей с помощью законов Кирхгофа следующий:

- 1) произвольно выбирается направление токов во всех ветвях;
- 2) для $(k-1)$ узла, где k – число узлов, составляется уравнение по первому закону Кирхгофа;
- 3) выбираются независимые контура (их число $n-k+1$, где n – число ветвей) и произвольно устанавливаются в них направление обходов;
- 4) для каждого независимого контура составляется уравнение по второму закону Кирхгофа;
- 5) решается система n – уравнений с n – неизвестными, составленных по пунктам 2 и 4;
- 6) появление отрицательных результатов для каких – либо токов означает, что их истинное направление противоположно выбранному.

Пример. Найти токи в ветвях схемы рис.1.14, при следующих исходных данных:

$$E_1 = 10 \text{ В}, E_2 = 30 \text{ В}, R_1 = R_3 = R_5 = 20 \text{ Ом}, R_2 = R_4 = 20 \text{ Ом}.$$

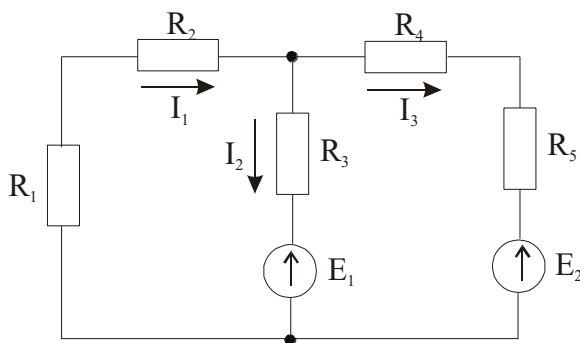


Рис. 1.14. Схема электрической цепи

Решение:

Следуя порядку анализа электрических цепей, произвольно выберем направления токов во всех ветвях. В схеме два узла, поэтому по первому закону Кирхгофа можно составить одно уравнение:

$$I_1 = I_2 + I_3.$$

Количество независимых контуров в данной схеме равно 2. Направления обхода контуров выбираем по часовой стрелке. Для контура $R_1 R_2 R_3 E_1$ по второму закону Кирхгофа получим:

$$R_1 I_1 + R_2 I_1 + R_3 I_2 = -E_1.$$

Для контура: $E_1 R_3 R_4 R_5 E_2$

$$R_4 I_3 + R_5 I_3 - R_3 I_2 = -E_2 + E_1.$$

Совместное решение трех уравнений дает результат:

$$I_1 = -0,5 \text{ A}, I_2 = 0 \text{ A}, I_3 = -0,5 \text{ A}.$$

Отрицательные значения токов I_1 и I_3 говорит о том, что выбранные направления этих токов не совпадают с истинными направлениями. В действительности токи I_1 и I_3 текут в обратном направлении.

1.5. Активный и пассивный двухполюсники

В любой электрической схеме всегда можно выделить, какую – то одну ветвь, а всю остальную часть схемы, вне зависимости от ее структуры и сложности, условно изобразить некоторым прямоугольником (рис. 1.15). **Двухполюсник** – это обобщенное название схемы, которая своими двумя выходными зажимами (полюсами) присоединяется к выделенной ветви.

Если в двухполюснике есть ЭДС или источник тока, то такой двухполюсник называется **активным**.

Если в двухполюснике нет ЭДС и источника тока, то двухполюсник называется **пассивным**.

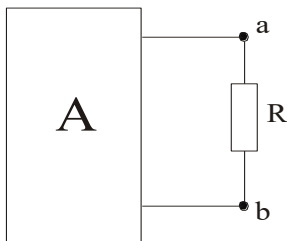


Рис. 1.15. Условное изображение активного двухполюсника

Для расчета электрических цепей существуют методы, которые опираются на два варианта теоремы об эквивалентном источнике.

Теорема об эквивалентном источнике напряжения (Thevenin's theorem): любой линейный активный двухполюсник может быть представлен в виде эквивалентного источника напряжения, ЭДС которого равна напряжению холостого хода на зажимах двухполюсника, а внутреннее сопротивление равно сопротивлению между зажимами двухполюсника, когда все источники внутри него выключены.

Холостой ход соответствует размыканию ветви, т.е. отсутствию тока в ветви.

Пример. Задана электрическая схема (рис. 1.16), в которой:

$$R_1 = 15 \text{ Ом}, R_2 = 10 \text{ Ом}, R_3 = 10 \text{ Ом}, E_1 = 20 \text{ В}.$$

Найти ток I_3 .

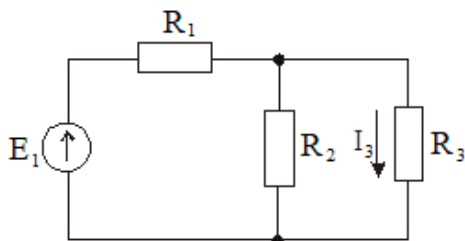


Рис. 1.16. Схема электрической цепи

Решение:

Для определения тока I_3 мысленно удалим R_3 из цепи и воспользуемся теоремой об эквивалентном источнике напряжения. Оставшаяся часть схемы представляет собой активный двухполюсник (рис. 1.17).

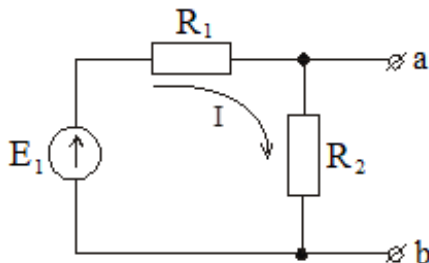


Рис. 1.17. Преобразованная схема электрической цепи

Найдем напряжение холостого хода $u_{abx.x}$ и внутреннее сопротивление двухполюсника R_{ab} .

$$I = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{20}{25} = 0,8 \text{ A};$$

$$u_{abx.x} = \varphi_a - \varphi_b = IR_2 = 0,8 \cdot 10 = 8 \text{ В};$$

$$R_{ab} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{150}{25} = 6 \text{ Ом}.$$

По теореме об эквивалентном источнике напряжения линейный активный двухполюсник представляется в виде генератора ЭДС и сопротивления R_{ab} (рис. 1.18).

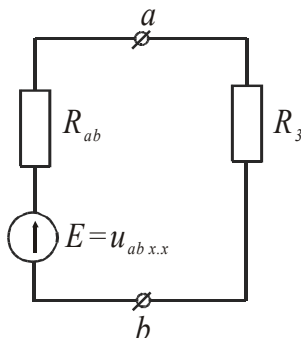


Рис. 1.18. Преобразованная, согласно теореме, схема электрической цепи

Из рис.1.18 найдем ток I_3 :

$$I_3 = \frac{u_{abx.x}}{R_{ab} + R_3} = \frac{8}{6 + 10} = 0,5 \text{ A}.$$

Теорема об эквивалентном источнике тока (*Norton's theorem*):

Любой линейный активный двухполюсник может быть представлен в виде эквивалентного источника тока, ток которого равен току короткого замыкания, проходящего между зажимами двухполюсника, а внутреннее сопротивление равно сопротивлению между зажимами двухполюсника, когда все источники внутри него выключены.

Для рассмотренного примера (рис. 1.16) мысленно удалим R_3 и воспользуемся теоремой об эквивалентном источнике тока (рис. 1.19).

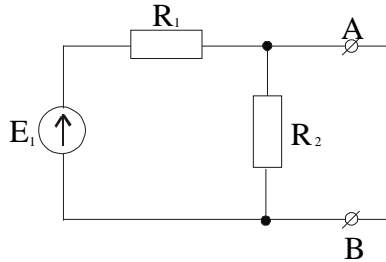


Рис. 1.19. Преобразованная схема электрической цепи

Сопротивление R_3 стало равным нулю ($R_3 = 0$) и для этой ветви имеет место режим короткого замыкания, а протекающий ток по этой ветви будет являться **током короткого замыкания** ($I_{кз}$).

$$I_{кз} = \frac{E_1}{R_1} = \frac{20}{15} = 1,33 \text{ A.}$$

Схема, эквивалентная рис. 1.16, представлена на рис. 1.20.

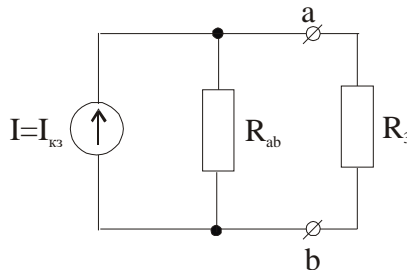


Рис. 1.20. Схема электрической цепи, преобразованная по теореме об эквивалентном источнике тока

Из рис. 1.20 определим ток I_3 :

$$I_3 = I_{кз} \frac{R_{ab}}{R_3 + R_{ab}} = 1,33 \frac{6}{10 + 6} = 0,5 \text{ A.}$$

1.6. Мгновенная мощность и энергия

Пусть через участок электрической цепи (приемник энергии) под воздействием приложенного напряжения u проходит электрический

заряд q . Совершаемая при этом элементарная работа (поступающая в приемник элементарная энергия) определяется по формуле:

$$dw = u \cdot dq = u \cdot i \cdot dt.$$

Мгновенная мощность – это скорость поступления в цепь электрической энергии в данный момент времени, т.е. производная энергии по времени.

$$p = \frac{dw}{dt} = u \frac{dq}{dt} = u \cdot i.$$

Мгновенная мощность положительна при одинаковых знаках u и i и отрицательна при разных знаках. Если положительные направления для напряжения и тока приняты совпадающими, то при $p > 0$ энергия поступает в приемник, а при $p < 0$ она возвращается из рассматриваемого участка цепи к источнику.

Кроме мгновенной мощности можно определить **энергию поступившую в приемник за промежуток времени от t_1 до t_2** .

$$w = \int_{t_1}^{t_2} p dt.$$

В отличие от мгновенной мощности эта величина не может быть отрицательной. В системе СИ работа и энергия измеряется в джоулях (*Дж*), мощность - в ваттах (*Вт*).

1.7. Основные характеристики синусоидального тока

Синусоидальный ток – это ток, изменяющийся во времени по синусоидальному закону (рис.1.21)

$$i = I_m \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \psi\right) = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

Максимальное значение функции называется **амплитудой** (I_m). Время, за которое совершается одно полное колебание, называется **периодом колебания** (T). Величина, обратная периоду, т.е. число периодов в единицу времени называется **частотой**

$$f = \frac{1}{T}.$$

Измеряется f в *1/сек* или герцах (*Гц*).

Величина $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ называется **угловой частотой** и измеряется в *рад/сек* или *1/сек*.

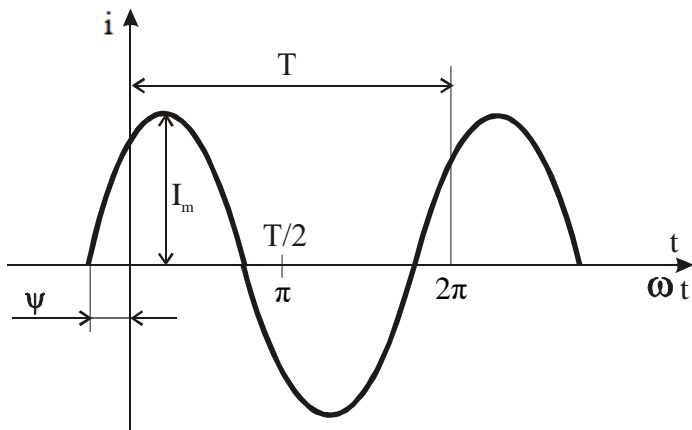


Рис. 1.21. Синусоидальная функция

Аргумент синуса, т.е. величина $(\omega t + \psi)$ называется **фазой**. Фаза характеризует состояние колебания в данный момент времени t .

Значение фазы при $t=0$, т.е. угол ψ , называют **начальной фазой**.

Т.о. любая синусоидально изменяющаяся функция определяется тремя величинами: амплитудой, угловой частотой и начальной фазой.

В России и странах Западной Европы используются установки синусоидального тока частотой 50 Гц , которая принята за стандартную в электроэнергетике. В США стандартной является частота 60 Гц .

Обозначение генератора синусоидальной ЭДС показано на рис.1.22. Стрелка показывает положительное направление, принятое для ЭДС.



Рис. 1.22. Обозначение генератора синусоидальной ЭДС

Под средним значением синусоидально изменяющейся величины понимают среднее значение ее за полупериода. **Среднее значение тока** определяется по формуле:

$$I_{cp} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2}{\pi} I_m$$

Среднее значение тока составляет $\frac{2}{\pi} = 0,638$ от амплитудного.

Действующее значение синусоидального тока (эффективное или среднеквадратичное) определяется по формуле:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m.$$

Т.о. действующее значение синусоидального тока равно 0,707 от амплитуды.