


**КАФЕДРА**      *МК10 «Высшая математика и физика»*

ДОМАШНЯЯ РАБОТА №2  
Вариант № 20

**ТЕМА:** «Функции нескольких переменных»

 (подпись) ( Суриков Н.С. )  
(Ф.И.О.)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

( Савотин А. И. )  
(Ф.И.О.)

Оценка:

Калуга, 2024

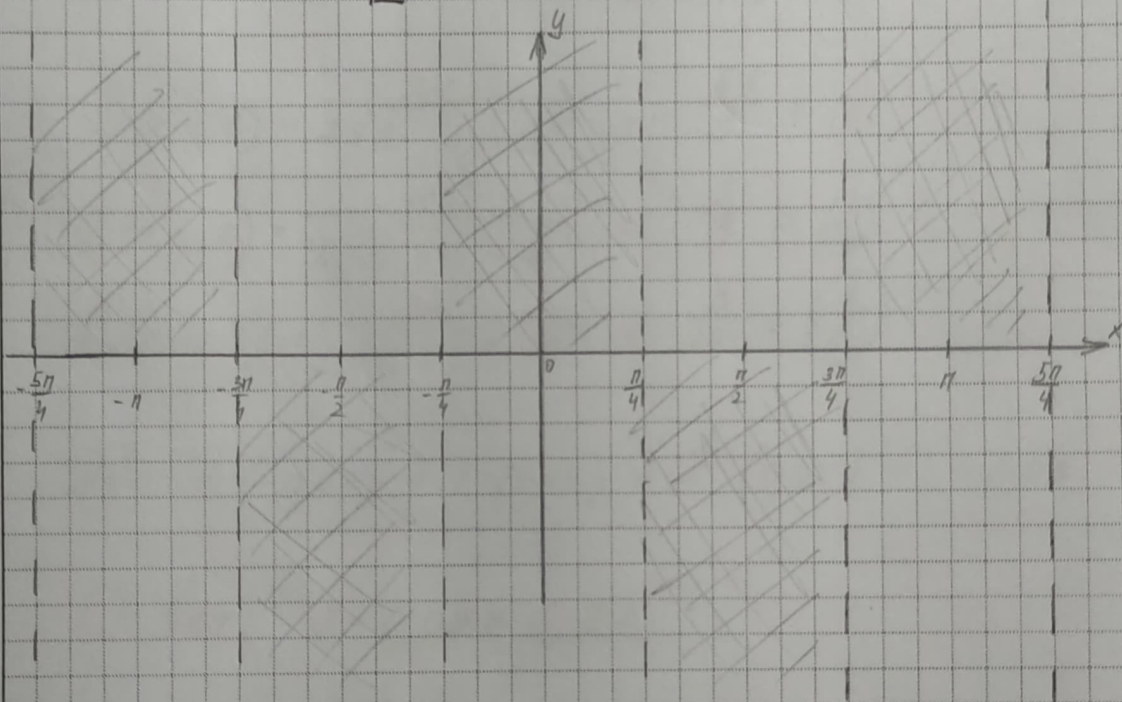
Суриков. Н.С. В-20

Задание 1. Найти область определения функции и изобразить её на чертеже.

$$z = \frac{1}{\sqrt{y \cos(2x)}} \quad \text{ОДР: } y \cos(2x) > 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y > 0 \\ \cos(2x) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ \frac{3\pi}{4} + \pi k < x < \frac{5\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < 0 \\ \cos(2x) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < 0 \\ \frac{\pi}{4} + \pi k < x < \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



Ответ:  $D(z)$  - это объединение бесконечного множества бесконечных вертикальных полос 2х видов:

1.  $\frac{3\pi}{4} + \pi k < x < \frac{5\pi}{4} + \pi k, (y > 0), k \in \mathbb{Z}$
2.  $\frac{\pi}{4} + \pi k < x < \frac{3\pi}{4} + \pi k, (y < 0), k \in \mathbb{Z}$



Задача 2. Вычислить приближенно.

$$\sqrt{9 \cdot (1,98)^3 + 6 \cdot (1,03)^3 + 3e^{0,6}}$$

$$f(x, y, z) = \sqrt{9x^3 + 6y^3 + 3e^z}$$

$$f(x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z) \approx f(x, y, z) + df$$

$$\begin{array}{l|l} x=2, \Delta x=-0,02 & f(x, y, z) = \sqrt{72+6+3} = \sqrt{81} = \textcircled{9} \\ y=1, \Delta y=0,03 & df = f'_x(x, y, z) \cdot \Delta x + f'_y(x, y, z) \cdot \Delta y + \\ z=0, \Delta z=0,06 & f'_z(x, y, z) \cdot \Delta z \end{array}$$

$$f'_x(x, y, z) = \frac{27x^2}{2\sqrt{9x^3+6y^3+3e^z}} = \frac{54}{9} = \textcircled{6}$$

$$f'_y(x, y, z) = \frac{18y^2}{2\sqrt{9x^3+6y^3+3e^z}} = \frac{9}{9} = \textcircled{1}$$

$$f'_z(x, y, z) = \frac{3e^z}{2\sqrt{9x^3+6y^3+3e^z}} = \frac{3}{18} = \textcircled{\frac{1}{6}}$$

$$df = 6 \cdot (-0,02) + 1 \cdot (0,03) + \frac{1}{6} \cdot (0,06) = -0,08$$

$$\text{Ответ: } 9 - 0,08 = \underline{8,92}.$$



Задача 3. Проверить, удовлетворяет ли  
указанному уравнению данная функция  $Z$ .

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad Z = \arctg \frac{x}{y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y}{y^2 + x^2}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{x}{y^2 + x^2}$$

Проверим:

$$x \cdot \frac{y}{y^2 + x^2} + y \cdot \frac{-x}{y^2 + x^2} = 0$$

$$\frac{xy}{y^2 + x^2} - \frac{xy}{y^2 + x^2} = 0 \Rightarrow 0 = 0. \text{ Верно.}$$

Ответ: данная функция  $Z$  удовлетворяет  
указанному уравнению.

Задача 4. Найти уравнение касательной  
плоскости и нормали к заданной  
поверхности  $S$  и точке  $M_0(x_0, y_0, z_0)$

$$F = x^2 - y^2 - z^2 + xz + 4z = -5, \quad M_0(-2, 1, 0)$$

$$F(x, y, z) = x^2 - y^2 - z^2 + xz + 4z + 5 = 0$$

Уравнение касательной плоскости имеет

вид:

$$F'_x(M_0) \cdot (x - x_0) + F'_y(M_0) \cdot (y - y_0) + F'_z(M_0) \cdot (z - z_0)$$



$$F'_x = 2x + 2$$

$$F'_x(M_0) = -4$$

$$F'_y = -2y$$

$$F'_y(M_0) = -2$$

$$F'_z = -2z + x + 4$$

$$F'_z(M_0) = 2$$

$$-4(x+2) - 2(y-1) + 2(z-0) = 0.$$

$$-4x - 8 - 2y + 2 + 2z = 0$$

$$-4x - 2y + 2z - 6 = 0 \quad | :(-2)$$

$$2x + y - z + 3 = 0. \quad - \text{ ур. касательной}$$

Ур. нормали по  $M_0(-2, 1, 0)$  и  $\vec{N} = \{-4, -2, 2\}$

$$\vec{N} = \{2, 1, -1\}$$

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{(z-0)}{-1} \quad - \text{ ур. нормали.}$$

Ответ:  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$



Задание 5. Исследовать на экстремум функцию.

$$Z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20.$$

$$\begin{cases} Z'_x = 2x - y + 9 = 0 \\ Z'_y = -x + 2y - 6 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x + 9 \Rightarrow y = -8 + 9 = 1 \\ -x + 4x + 18 - 6 = 0 \\ 3x = -12 \\ x = -4 \end{cases} \quad \boxed{\begin{matrix} x = -4 \\ y = 1 \end{matrix}}$$

$M_0(-4, 1)$  - ед. крит. точка.

$$Z''_{xx} = 2$$

$$Z''_{yy} = 2$$

$$Z''_{xy} = -1$$

$$\checkmark J(M_0) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = 2 > 0$$

$\Rightarrow M_0$  - т. мин.

$$\Delta_2 = 4 - 1 = 3 > 0$$

$$Z_{\min} = 16 + 4 + 1 - 36 - 6 + 20 = \boxed{-1}$$