

## Série 4

### Flot à valeur maximale & Flot à coût minimum

#### Exercice 1

On considère le réseau de transport  $G(X,U,C)$  (de la Figure1), où les arcs sont munis de capacités et pour lequel un flot initial est donnée. Sur chaque arc  $u \in U$  le premier nombre est le flot initial  $f_u$ , le second nombre est la capacité  $c_u$ . Le flot  $f_u$  de l'arc  $u$  doit vérifier la relation :  $0 \leq f_u \leq c_u$ .

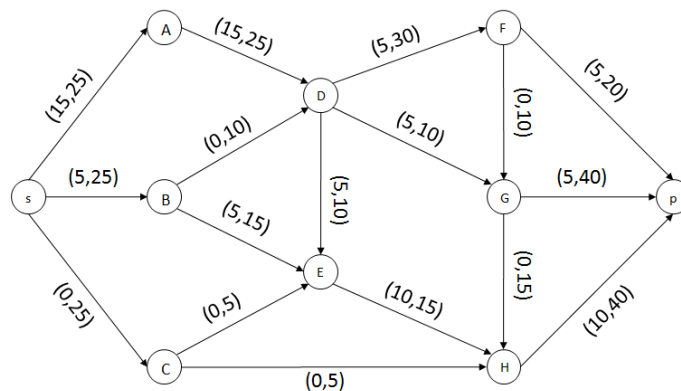


Figure 1

1. Les valeurs de  $f_u$  figurant sur les arcs forment-elles un flot ? quelle est sa valeur ?
2. Ce flot est-il complet ? sinon, le modifier pour le rendre complet.
3. Ce flot est-il maximal ? sinon déterminer un flot de s à p de valeur maximale.
4. Donner une coupe minimale du réseau et calculer sa capacité.

#### Exercice 2

Etant donné la carte routière représentée par la Figure 2, indiquant les chemins permettant aux automobilistes de se rendre de la ville 0 à la ville 13.

Le But de cet exercice est de déterminer le nombre minimal de radars qu'il faut déployer pour qu'une voiture se fasse contrôler au moins une fois lors de son trajet. Sachant qu'au plus un radar est placé sur un arc.

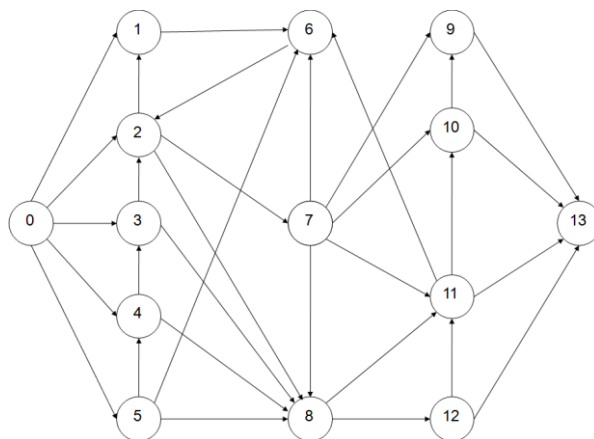


Figure 2

1. Indiquer à quel type de problème êtes-vous confronté et comment le résoudre.
2. En partant d'une solution initiale réalisable nulle, déroulez les différentes étapes de l'algorithme.
3. Donner la coupe minimale associée à ce problème.
4. Dédurre le nombre minimal de radars nécessaires et indiquer sur quels arcs doivent-ils être placés ?

### Exercice 3

Une entreprise employant quatre ouvriers  $x_1, x_2, x_3$  et  $x_4$  doit effectuer quatre travaux  $y_1, y_2, y_3$  et  $y_4$ . Le tableau ci-dessous donne les différentes affectations possibles :

L'ouvrier	est qualifié pour
$x_1$	$y_1, y_2$
$x_2$	$y_1, y_3$
$x_3$	$y_3, y_4$
$x_4$	$y_4$

L'entreprise peut-elle réaliser les quatre travaux ? Dans l'affirmative, comment doit-elle affecter les ouvriers aux postes de travail ?

### Exercice 4

Une agence matrimoniale a pour clients un ensemble  $H$  d'hommes et un ensemble  $F$  de femmes. Après présentation des dossiers des hommes aux femmes et réciproquement, il est apparu que certains mariages étaient tout à fait « envisageables » et d'autres non. L'agence souhaite réaliser le maximum de mariages.

1. Résoudre le problème avec les données suivantes :

	<i>Mariages envisageables</i>
Achille	Cléopâtre & Iphigénie
César	Cléopâtre & Fanny
Rodrigue	Juliette & Chimène
Roméo	Juliette & Chimène
Marius	Juliette & Fanny

2. Nos candidats au mariage ont eu la possibilité de donner des notes aux mariages qu'ils jugeaient envisageables. La moyenne des deux notes attribuées par les deux personnes directement concernées par chaque union est précisée dans le tableau ci-dessous :

	Cléopâtre	Iphigénie	Juliette	Fanny	Chimène
Achille	6	14			
César	13			10	
Rodrigue			12		16
Roméo			18		17
Marius			11	14	

Trouver l'ensemble des 5 mariages envisageables qui optimise la satisfaction totale Des intéressés, somme des notes des mariages de l'ensemble.

## Exercice 5

Un courtier en céréales se propose d'approvisionner par voie maritime ses trois magasins X, Y et Z à partir de trois ports A, B et C ; en utilisant les services d'une compagnie de transports. Les liaisons assurés et le tonnage des bateaux disponibles sont donnés par le tableau **Tab1**.

	X	Y	Z
A	6	6	6
B	6	6	-
C	-	6	6

**Tab1**

	X	Y	Z
A	4	0	1
B	0	6	-
C	-	6	3

**Tab2**

	X	Y	Z
A	5	5	1
B	1	8	-
C	-	5	1

**Tab3**

Les vendeurs situés en A, B et C peuvent respectivement fournir 5, 8 et 12 tonnes de maïs par semaine. Les magasins X, Y et Z peuvent en débiter 8, 13 et 4 tonnes.

1. Modéliser ce problème par un graphe.
2. Dans un premier temps le courtier décide d'acheminer la quantité donnée par le tableau **Tab2**. Ce flot est-il complet (justifier) ? et s'il ne l'est pas alors le rendre complet.
3. Déterminer le plan optimal du transport afin de satisfaire aux mieux les demandes des magasins X, Y et Z.
4. Les coûts de transport d'une tonne de produits (en milliers d'euros) sont donnés par le tableau **Tab3**.

Déterminer le flot de valeur 18 tonnes et à coût minimum, sachant que le magasin X est prioritaire.