

MULTI-ORDERED TREES

ALGORITMOS E ESTRUTURAS DE DADOS 2021

Prof. Tomás Silva

Pedro Rasinhas - 103541 - 33%

Guilherme Antunes – 103600 – 33%

Daniel Ferreira - 102442 - 33%

ÍNDICE

Introdução	3
Metodologia	4
Função Tree_insert:	5
Função find:	6
Função Tree_depth:	6
Função list:	7
Função search:	7
Função nodeCounter:	8
Resultados e algumas conclusões	9
Gráficos (1)	10
Gráficos (2)	12
Histogramas	15
Demonstrações da função search	17
Demonstrações da função nodeCounter	20
Conclusões Finais	21
Webgrafia	22
Código C (apenas as funções alteradas)	23
Código MATLAB	31

Introdução

Como objetivo deste segundo trabalho prático pretende-se criar um programa que é capaz de gerar (aleatoriamente), guardar e organizar informação referente a diferentes *n* indivíduos, cada um com as seguintes características:

- Nome;
- Zip Code;
- Número de telefone;
- Número de Segurança Social (adicionado posteriormente, como trabalho 'extra');

A estrutura de dados usada para guardar essa informação foi um conjunto de árvores binárias, onde cada nó dessas árvores continha a informação referente a cada pessoa.

Na sua forma mais simples, as árvores binárias são estruturas de dados caracterizadas por uma raiz e dois ponteiros, um para a subárvore da esquerda, e outro para a subárvore da direita.

No nosso caso, como foram usadas árvores binárias múltiplas, onde cada nó corresponde a uma pessoa, e, portanto, contém as suas características (Nome, *Zip Code*, Número de Telefone e Número de Segurança Social), tivemos que trabalhar com 2 *arrays* de ponteiros, [com 4 ponteiros em cada *array* (um para cada tipo de dados referente a cada pessoa)], um que aponta para o nó da esquerda, e outro para o nó da direita.

Sucintamente, o trabalho desenvolvido baseia-se em vários tipos de organização da informação (por ordem alfabética, por *Zip Code* (por ordem crescente), por número de telefone, ou por número de Segurança Social) e na pesquisa de qualquer tipo de dados referente a cada indivíduo: pesquisa através de um dado *Zip Code*, pesquisa através do nome completo ou do primeiro nome, pesquisa através do número de telefone e pesquisa através do número de Segurança Social.

Metodologia

Procedeu-se à implementação de várias funções com vista à construção da estrutura de dados e consequente tratamento e análise das referidas árvores.

Tree_insert – Função recursiva que procede à criação e inserção dum novo nó, com a informação referente a uma pessoa, na árvore, sendo que, logicamente, na ausência de outros nós, é criada a árvore com apenas um nó.

find - função recursiva com o objetivo de procurar pessoas na árvore.

Tree_depth - função recursiva que calcula a profundidade da árvore.

list - função que imprime os dados de uma árvore por ordem crescente.

search - função que permite procurar uma pessoa por um determinado tipo de informação, que pode não estar completa.

nodeCounter - função que permite contar o número de nós em cada nível de uma árvore.

Função Tree_insert:

A função *Tree_insert* trata-se do método recursivo utilizado para a inserção de um novo nó na árvore.

Verificada se a árvore não estiver vazia (caso contrário, é criada com o nó a inserir a assumir a função de raiz e conclui-se o processo de inserção desse nó), compara-se, recorrendo à função *compare_tree_nodes* (já fornecida), o valor do nó a inserir com um dado nó já inserido na árvore. De notar que esta comparação é feita utilizando até 4 níveis, começando no valor de Nome e indo até ao valor do número de Segurança Social, avançando para o próximo critério apenas se ocorrer um empate no critério atual.

Seguindo as regras estruturais duma árvore binária (valores menores à esquerda e maiores à direita) averigua-se a relação com o nó em análise e, caso ainda possua filhos do lado em que o nó a inserir seria colocado, continua o processo até encontrar um espaço vazio, onde irá proceder à inserção.

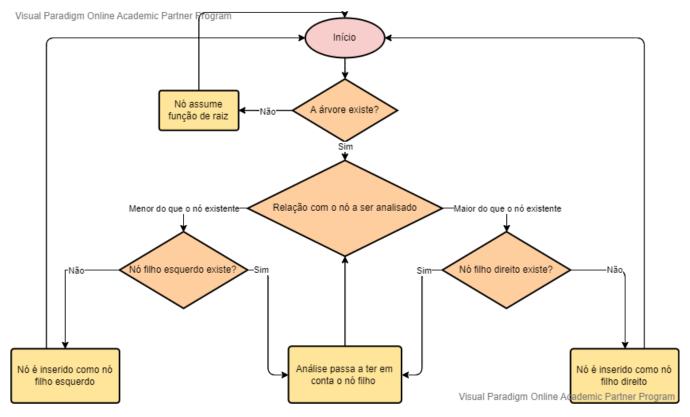


Figura 1 – Fluxo de execução da função *Tree_insert*

Função find:

A função *find* permite procurar na árvore uma pessoa passada como argumento. A função percorre a árvore, comparando um dado nó em análise com o que é desejado, através da função *compare_tree_nodes*, até que o nó em análise seja igual ao desejado.

Função Tree_depth:

A função recursiva *Tree_depth* permite o cálculo da profundidade máxima da árvore, ou seja, o número máximo de arestas entre a raiz e um nó. Para este efeito, a função recebe o nó raiz da árvore e o índice atual, assegura que o nó não é vazio, calcula as profundidades dos nós filhos (através duma repetição recursiva do processo acima descrito) e devolve a soma do maior valor encontrado com 1, visto que a distância entre a raiz e o nó mais profundo é igual à profundidade máxima dos nós filho da raiz somada à distância entre a raiz e esse nó filho: 1.

No exemplo abaixo, esta função encontraria todas as profundidades possíveis dos filhos (0, 1 e 2) e devolveria 3, visto que a maior profundidade é alcançada através da sequência 20 -> 8 -> 12 -> 14.

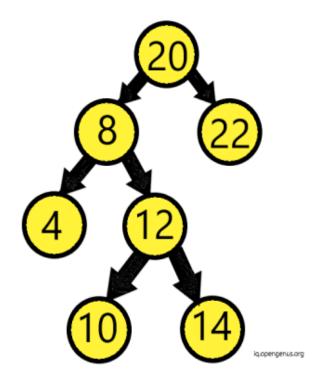


Figura 2 – Exemplo de uma árvore binária

Função list:

A função recursiva *list* permite imprimir a informação relativa aos nós presentes numa árvore. São percorridos e impressos os nós à esquerda da raiz, a raiz e por fim os nós à direita, conseguindo assim apresentar toda a informação.

Função search:

A função search funciona da mesma maneira que a função *list*, em termos de recursividade. Esta função permite imprimir todas as pessoas com um determinado nome, ou apenas com um determinado primeiro nome, com um certo *ZipCode*, com um certo número de telefone, e também com um determinado número de Segurança Social. Para este funcionamento, é passada à função como argumento uma string, que é lida no terminal, e uma *flag*, para indicar o tipo de dado segundo o qual queremos pesquisar. Sucintamente, é uma função *list* "melhorada", onde apenas vai ser impresso a informação que é relevante perante o tipo de dados e a *string* a pesquisar.

Função nodeCounter:

Esta função serve, sucintamente, para contar o número de nós que cada nível da árvore tem de uma maneira recursiva. Utiliza um vetor para guardar o número de nós encontrados em cada nível, incrementando na posição *depth* sempre que percorrer um nó nessa profundidade.

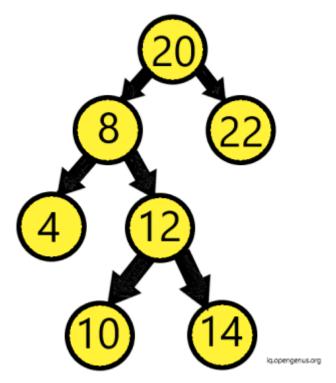


Figura 3 – Exemplo de uma árvore binária

Como exemplo ilustrativo, a árvore acima apresentada, tem 1 nó no nível zero (raíz), no nível um tem 2 nós, 2 nós no nível três e 2 no nível 4.

Resultados e algumas conclusões

Para se ter uma melhor noção de como o tempo de execução da criação da árvore, da pesquisa e da profundidade varia com o número de pessoas (e com o número mecanográfico do aluno), apresentamos, nas páginas seguintes, alguns gráficos e histogramas.

Optámos por colocar duas secções de quatro gráficos cada, uma com gráficos apenas para um dado número mecanográfico, e outra com uma ligeira variação nos números mecanográficos. Ambas as secções contêm os seguintes gráficos :

- um a demonstrar como varia a profundidade máxima da árvore com o aumento do número de pessoas;
- um para denotar como o aumento do número de pessoas implica um aumento significativo no tempo de criação da árvore;
- um para demonstrar a variação do tempo de pesquisa, em relação ao número de pessoas;
- um para demonstrar como se distribuem os nós pelos vários níveis da árvore;

Colocou-se apenas um gráfico de cada tipo, sem variar os números mecanográficos dos elementos do grupo, porque as variações que os números mecanográficos podiam trazer eram poucas ou até mesmo nulas, já que estes são valores muito próximos.

Decidimos apresentar também alguns (3) histogramas, variando os números mecanográficos de 10000 a 20000, para uma melhor compreensão da distribuição que cada índice (/para todos os índices, no caso do histograma que analisa, com a variação dos números mecanográficos, os tempos que as árvores demoram a ser formadas e o número de ocorrências) apresenta para:

- a profundidade da árvore;
- o tempo de pesquisa da árvore;
- o tempo de criação da árvore;

Notas:

Nos gráficos e histogramas seguintes "índice 0" refere-se ao nome, "índice 1" refere-se ao zipCode, "índice 2" refere-se ao número de telefone, e o "índice 3" refere-se ao número da Segurança Social.

A falta de pontos em alguns dos gráficos (Figura 6) deve-se ao facto de o tempo de execução ser arredondado para 0 segundos, e, por conseguinte, o *MatLab* não considera esses valores para o *plot*.

Gráficos (1)

Max Tree Depth

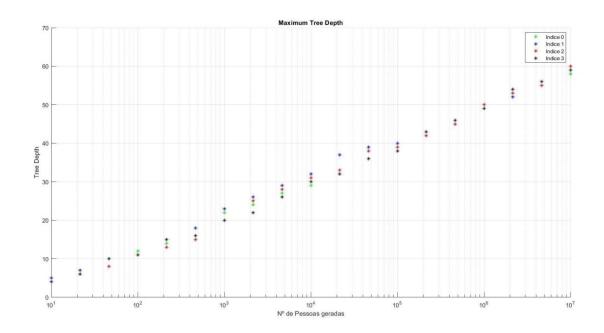
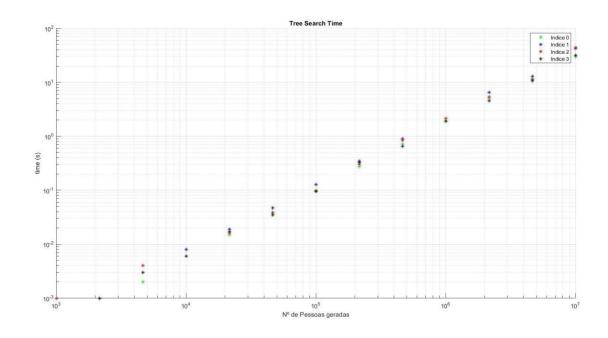


Figura 4 – Max Tree Depth (para o nº mec. 103541)

Tree Search



Tree Creation

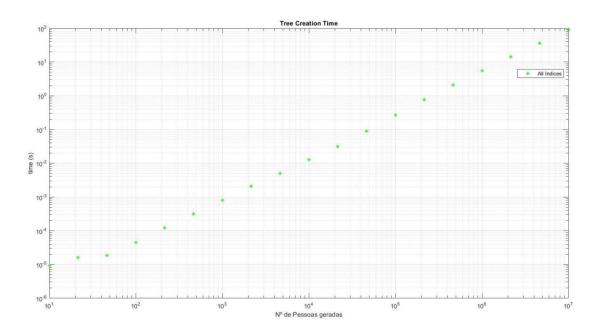


Figura 6 – Tree Creation (para o nº mec. 102442)

Nodes by Level

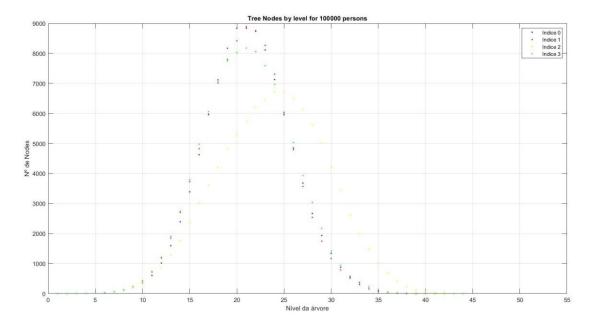


Figura 7 – Nodes by level (para o nº mec. 102442)

Gráficos (2)

[para vários números mecanográficos diferentes (10000 a 20000, de 2500 em 2500)]

Max Tree Depth – Com variação no número Mecanográfico

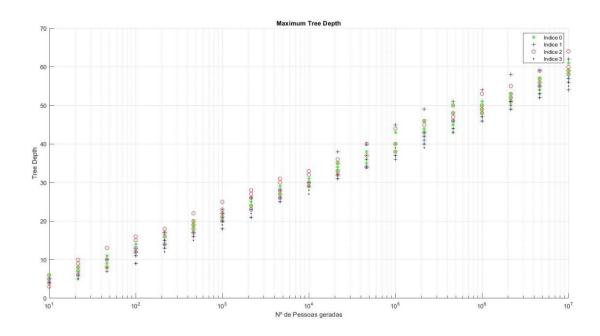
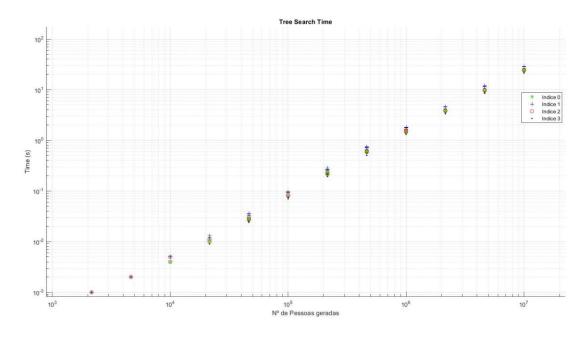


Figura 8 – Max Tree Depth (variando os nº mec)

Tree Search – Com variação no número Mecanográfico



Tree Creation – Com variação no número Mecanográfico

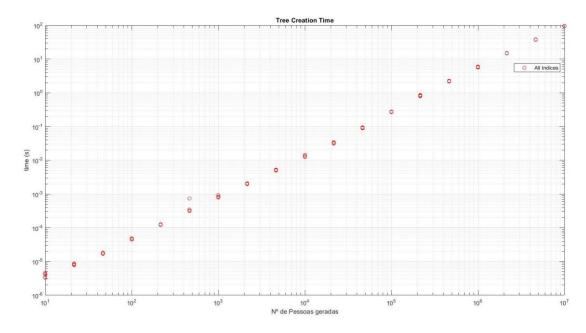


Figura 10 – Tree Creation time (variando os nº mec)

A análise dos 3 gráficos anteriores permite tirar dar conta de uma relação de proporcionalidade entre o número de nós estudado/criado e o tempo que a função em causa demora a concluir a sua execução. Atendendo ao facto de que a complexidade das funções de inserção, pesquisa e de cálculo da *tree depth* possuírem uma complexidade, em média, de O(log(n)), os resultados acima figurados eram expectáveis.

Nodes by level – Com variação no número Mecanográfico

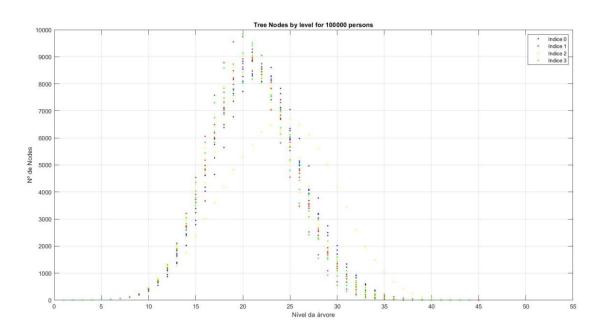


Figura 11 – Nodes by level (variando os nº mec)

Este gráfico permite concluir que o número de nós por nível em função do número de níveis segue uma distribuição Gaussiana, sendo que os níveis mais baixos (até, aproximadamente, 9) possuem um baixo nível de nós, já que o número máximo de nós por nível depende do nível (2ⁿ nós no nível n). Já a curva descendente indica que os níveis não estão completamente preenchidos, havendo um ritmo de alargamento mais rápido da árvore em relação ao seu aprofundamento do que aquele verificado no início, já que os nós inseridos nestes níveis sofrem um número muito elevado de comparações, resultando na dispersão acrescida de dados. O afunilamento verificado a partir por volta do nível 22 deve-se ao início da escassez de pessoas a colocar, sendo que o número de nós total é o fator que dita a diminuição do número de nós por nível nesta secção da árvore.

Histogramas

Máxima profundidade da árvore, variando os números mecanográficos

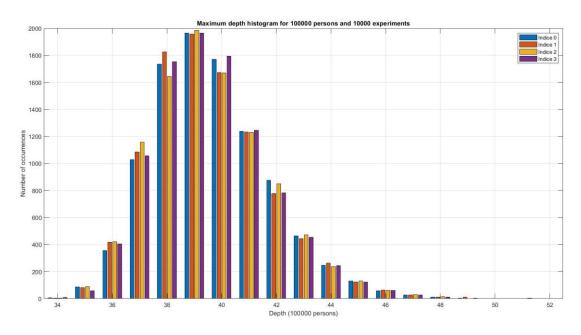


Figura 12 – Máxima profundidade para 100000 pessoas, variando os números mecanográficos

Os dados acima apresentados levam a inferir que a estrutura de dados escolhida, mesmo que não se enquadre na definição de árvore perfeita como já demonstrado na Figura 8, não possui grande variabilidade na sua profundidade máxima. Mesmo para níveis elevados de experiências, este valor enquadra-se no intervalo de [34, 48] para a esmagadora maioria dos casos, indicando que, independentemente do conjunto de dados gerado, as funções desenvolvidas têm um comportamento similar ao esperado.

Tempo de procura da árvore, variando os números mecanográficos

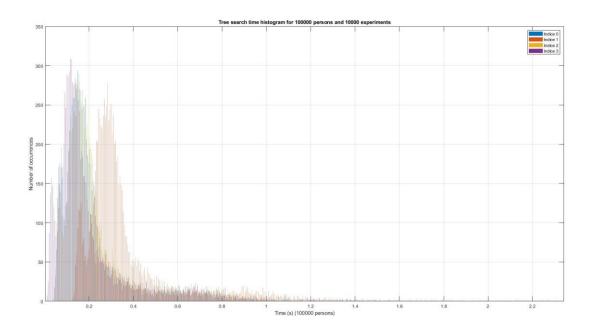


Figura 13 – Tempo de procura para 100000 pessoas, variando os números mecanográficos

Tempo de criação da árvore, variando os números mecanográficos

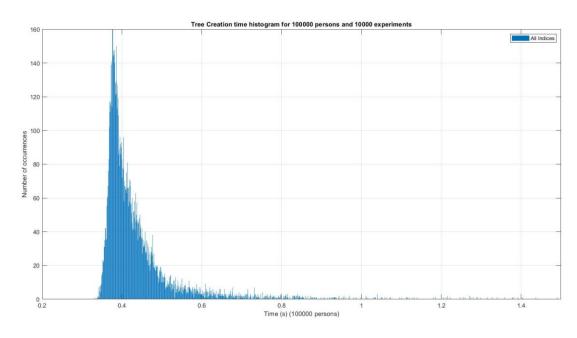


Figura 14 – Tempo de criação para 100000 pessoas, variando os números mecanográficos

Os dois gráficos acima permitem concluir que os tempos de criação e procura das árvores seguem uma distribuição similar, sendo que o valor da anterior figura mais frequentemente por volta dos 0.4s, indicando uma forte consistência no método utilizado. Já os tempos de pesquisa apresentam uma discrepância notória entre os mesmos. Em particular, o tempo no que concerne à sub-árvore dos *Zip Codes* é visivelmente mais elevado, em média, do que os restantes. Isto deve-se ao facto de existir muito menos dados nesta árvore (500) relativamente aos outros tipos de dados, levando a uma maior probabilidade de existirem valores repetidos. Por conseguinte, a função *compare_tree_nodes* (chamada pela função de pesquisa) irá apresentar um tempo mais elevado de execução, já que terá de

avaliar outras características dos nós (Nome, número de telefone, número de Segurança Social) para proceder ao desempate, aumentado assim o tempo total de pesquisa.

Demonstrações da função search

Execução com: ./multi_ordered_trees 103541 150 -list1 -search1

Segundo esta linha de comandos, é expectável serem mostradas 150 pessoas, ordenadas pelo *ZipCode*, e posteriormente ser pedida uma *string (ZipCode)* para voltar a mostrar apenas as pessoas com esse *zipCode*.

No	Name	Telephone Number	Social Sec. Number	Zip Code
1	Mark Glass	8025 107 046	037 2591 4648	10452 Bronx (Bronx county)
2	James Hobbs	8136 697 814	804 4200 8543	10462 Bronx (Bronx county)
3	Sherri Clayton	4980 574 606	481 6081 8592	10466 Bronx (Bronx county)
4	Louann Nunez	1669 010 969	015 1450 1786	10469 Bronx (Bronx county)
5	Elizabeth Morris	8049 586 262	584 3117 2172	11210 Brooklyn (Kings county)
6	Ignacio Ray	2114 441 014	615 2937 3868	11213 Brooklyn (Kings county)
7	Charles Mendoza	2436 506 888	417 8025 8894	11214 Brooklyn (Kings county)
8	Catherine Walsh	4384 214 161	141 8973 9763	11215 Brooklyn (Kings county)
9	Bernice Yoder	1421 782 160	295 9986 6536	11236 Brooklyn (Kings county)
10	Elroy Ayala	2232 573 413	706 2399 6743	11236 Brooklyn (Kings county)
11	Johnathan Johnson	3626 150 070	687 6374 4399	11236 Brooklyn (Kings county)

....

140	Andrew Lane	2247 247 338	384 4593 1104	94538 Fremont (Alameda county)
141	Anna Jimenez	5454 777 714	361 3983 4212	94565 Pittsburg (Contra Costa county)
142	James Franklin	7983 266 970	207 5130 6090	94565 Pittsburg (Contra Costa county)
143	Steven Watson	5032 681 171	015 1535 3614	94587 Union City (Alameda county)
144	Dusty Walker	3544 143 202	653 8967 7935	95111 San Jose (Santa Clara county)
145	Wanda Coleman	9337 840 866	030 9772 5684	95112 San Jose (Santa Clara county)
146	John Solis	1758 423 811	763 4106 6011	95127 San Jose (Santa Clara county)
147	Greg Khan	4002 661 590	293 9717 7880	95206 Stockton (San Joaquin county)
148	Thomas Bryan	1898 270 095	614 2311 9515	95823 Sacramento (Sacramento county)
149	Robert Roberts	9492 864 626	802 9729 8981	95823 Sacramento (Sacramento county)
150	Floyd Martin	6738 013 801	168 8900 4614	99654 Wasilla (Matanuska-Susitna county)
A procurar por zip code				
Enter the zipCode you want to search for:				

De seguida é inserida uma *string*, neste caso ilustrativo usamos "11236 Brooklyn (Kings county)".

```
List of persons with '11236 Brooklyn (Kings county)' (zipCode):
Nο
                                  Telephone Number
                                                       Social Sec. Number
                                                                                 Zip Code
             Bernice Yoder
                                  1421 782 160
                                                       295 9986 6536
                                                                                 11236 Brooklyn (Kings county)
                                  2232 573 413
                                                       706 2399 6743
                                                                                 11236 Brooklyn (Kings county)
             Elroy Ayala
                                  3626 150 070
                                                                                 11236 Brooklyn (Kings county)
             Johnathan Johnson
                                                       687 6374 4399
```

Execução com: ./multi_ordered_trees 103541 150 -list0 -search0

Segundo esta linha de comandos, é expectável serem mostradas 150 pessoas, ordenadas pelo nome, e posteriormente ser pedida uma *string* (nome) para voltar a mostrar apenas as pessoas com esse nome.

List of persons:				
Nō	Name	Telephone Number	Social Sec. Number	Zip Code
1	Andrew Lane	2247 247 338	384 4593 1104	94538 Fremont (Alameda county)
2	Anna Hood	7477 301 311	290 5925 3361	92780 Tustin (Orange county)
3	Anna Jimenez	5454 777 714	361 3983 4212	94565 Pittsburg (Contra Costa county)
4	Anthony Wong	7280 610 853	163 4936 2049	75211 Dallas (Dallas county)
5	Barbara Gallegos	8727 928 908	760 5325 7798	79938 El Paso (El Paso county)
6	Barbara Mcfarland	8975 333 499	766 3489 1551	75211 Dallas (Dallas county)
7	Barbara Roman	5955 162 567	857 9119 8886	77479 Sugar Land (Fort Bend county)
8	Benita King	5696 412 376	400 3176 7869	75217 Dallas (Dallas county)
9	Bernice Yoder	1421 782 160	295 9986 6536	11236 Brooklyn (Kings county)
10	Blake Flores	5959 631 608	124 7590 6357	80015 Aurora (Arapahoe county)
11	Bonnie Fleming	4664 539 183	866 3899 3251	90660 Pico Rivera (Los Angeles county)
12	Bonny Holt	2152 553 932	662 4270 9066	92335 Fontana (San Bernardino county)
142	Tina Bauer	5491 053 233	790 2929 6545	77429 Cypress (Harris county)
143	Tina King	9343 538 322	350 8025 8524	78046 Laredo (Webb county)
144	Todd Galvan	1371 480 868	083 7767 8120	926 San Juan (San Juan county)
145	Tyrone Anderson	3325 037 308	923 1219 9054	85142 Queen Creek (Maricopa county)
146	Walter Davis	6127 425 747	806 3169 4777	29072 Lexington (Lexington county)
147	Wanda Coleman	9337 840 866	030 9772 5684	95112 San Jose (Santa Clara county)
148	William Gomez	1209 647 094	552 6509 9020	89121 Las Vegas (Clark county)
149	William Phillips	2248 720 093	675 5712 6085	94533 Fairfield (Solano county)
150	William Sullivan	4209 840 396	142 1740 7595	78660 Pflugerville (Travis county)
A procurar por nome (1st name or full name) Enter the name you want to search for:				

De seguida é inserida uma string, neste caso ilustrativo usamos "William".

```
List of persons with 'William' (name):
Nº
                                  Telephone Number
                                                       Social Sec. Number
                                                                                  89121 Las Vegas (Clark county)
             William Gomez
                                  1209 647 094
                                                       552 6509 9020
             William Phillips
                                  2248 720 093
                                                                                  94533 Fairfield (Solano county)
                                                       675 5712 6085
             William Sullivan
                                                                                  78660 Pflugerville (Travis county)
                                  4209 840 396
                                                       142 1740 7595
```

É também possível pesquisar pelo nome completo ("William Gomez" no exemplo abaixo).

```
A procurar por nome (1st name or full name)...
Enter the name you want to search for: William Gomez

List of persons with 'William Gomez' (name):

Nº Name Telephone Number Social Sec. Number Zip Code

1 William Gomez 1209 647 094 552 6509 9020 89121 Las Vegas (Clark county)
```

É possível pesquisar também pelo *Telephone Number* e pelo *Social Security Number* passando "-searchX" ao executar o programa, alterando X para 2 ou 3, respetivamente. O processo idêntico, sendo apresentado apenas a parte final (da pesquisa).

Phone Number:

```
A procurar por phone Number...

Enter the Phone Number you want to search for: 9962 562 674

List of persons with '9962 562 674' phoneNumber:

Nº Name Telephone Number Social Sec. Number Zip Code

1 Eddie Silva 9962 562 674 779 5089 6934 92677 Laguna Niguel (Orange county)
```

Social Security Number:

```
A procurar por Security Number...

Enter the Security Number you want to search for: 998 9746 8384

List of persons with '998 9746 8384' (securityNumber):

Nº Name Telephone Number Social Sec. Number Zip Code

1 Sharon Stewart 5080 471 818 998 9746 8384 92509 Riverside (Riverside county)
```

Demonstrações da função nodeCounter

Execução com: ./multi_ordered_trees 103541 150
Segundo esta linha de comandos, é expectável o programa apenas calcular os tempos e mostrar o número de nós por cada nível, para cada índice.

```
asd@tAPTOP-NFVKOSGO:/mmt/d/College/2 ano/1 SEMESTRE/AED/Trabalho2/A02/A02$ ./ml 103541 150
Tree creation time (150 persons): 1.626e-04s
Tree search time (150 persons, index 0): 4.930e-05s
Tree search time (150 persons, index 1): 4.400e-05s
Tree search time (150 persons, index 2): 4.170e-05s
Tree search time (150 persons, index 3): 5.730e-05s
Tree depth for index 0: 14 (done in 5.600e-06s)
Tree depth for index 1: 12 (done in 5.400e-06s)
Tree depth for index 2: 12 (done in 4.000e-06s)
Tree depth for index 3: 13 (done in 3.400e-06s)
Tree depth for index 3: 13 (done in 3.400e-06s)

Para o índice 0:

Nível (0) -> 1 nodes!
Nível (1) -> 2 nodes!
Nível (2) -> 4 nodes!
Nível (3) -> 6 nodes!
Nível (4) -> 6 nodes!
Nível (5) -> 9 nodes!
Nível (6) -> 14 nodes!
Nível (7) -> 20 nodes!
Nível (8) -> 23 nodes!
Nível (9) -> 19 nodes!
Nível (10) -> 17 nodes!
Nível (11) -> 18 nodes!
Nível (11) -> 18 nodes!
Nível (12) -> 7 nodes!
Nível (12) -> 7 nodes!
Nível (13) -> 3 nodes!
```

```
Para o índice 1:
        Nível (0) \rightarrow 1 nodes!
        Nível (1) \rightarrow 2 nodes!
        Nível (2) \rightarrow 4 nodes!
        Nível (3) \rightarrow 8 nodes!
        Nível (4) -> 13 nodes!
        Nível (5) -> 18 nodes!
        Nível (6) -> 21 nodes!
        Nível (7) -> 22 nodes!
        Nível (8) -> 24 nodes!
        Nível (9) -> 16 nodes!
        Nível (10) -> 11 nodes!
        Nível (11) -> 5 nodes!
Para o índice 2:
        Nível (0) \rightarrow 1 nodes!
        Nível (1) \rightarrow 2 nodes!
        Nível (2) -> 4 nodes!
        Nível (3) \rightarrow 8 nodes!
        Nível (4) -> 16 nodes!
        Nível (5) -> 21 nodes!
        Nível (6) -> 22 nodes!
        Nível (7) -> 26 nodes!
        Nível (8) -> 22 nodes!
        Nível (9) -> 15 nodes!
        Nível (10) -> 7 nodes!
        Nível (11) -> 5 nodes!
Para o indice 3:
        Nível (0) \rightarrow 1 nodes!
        Nível (1) \rightarrow 2 nodes!
        Nível (2) \rightarrow 4 nodes!
        Nível (3) -> 8 nodes!
        Nível (4) -> 13 nodes!
        Nível (5) -> 19 nodes!
        Nível (6) -> 23 nodes!
        Nível (7) -> 24 nodes!
        Nível (8) -> 23 nodes!
        Nível (9) -> 11 nodes!
        Nível (10) -> 9 nodes!
        Nível (11) -> 6 nodes!
        Nível (12) -> 5 nodes!
```

Conclusões Finais

Este trabalho permitiu evidenciar a importância da escolha do tipo de estrutura de dados no armazenamento de informação, os seus efeitos na eficiência das funções implementadas, bem como o efeito de diferentes tipos de dados na eficiência do seu armazenamento e posterior busca.

Para além disto, ficou evidente a utilidade de árvores binárias como um método de organização de informação.

Webgrafia

Figuras 2 e 3:

https://iq.opengenus.org/nodes-at-distance-k-from-given-node/

Código C (apenas as funções alteradas)

```
void tree_insert(tree_node_t *node, int ind, tree_node_t **roots)
{
    //if roots are null (tree is empty), then the node is the root
    if (roots[ind] == NULL)
    {
        roots[ind] = node;
        return;
    }
    if (compare_tree_nodes(node, roots[ind], ind) < 0) //recurs down the tree if tree isn't empty
        tree_insert(node, ind, roots[ind]->left);
    else if (compare_tree_nodes(node, roots[ind], ind) > 0)
        tree_insert(node, ind, roots[ind]->right);
    return;
}

//

// tree search routine (place your code here)

//

tree_node_t *find(tree_node_t node, int ind, tree_node_t **roots)
{
    //if roots are null (tree is empty) || node to find is root (ig)
    if (roots[ind] == NULL || (compare_tree_nodes(&node, roots[ind], ind) == 0))
    {
        return roots[ind];
    }

//left
else if (compare_tree_nodes(&node, roots[ind], ind) < 0) //recurs down the tree if tree isn't empty
        return find(node, ind, roots[ind]->left);

//right -> (compare_tree_nodes(&node, roots[ind], ind) > 0)
else
    return find(node, ind, roots[ind]->right);
```

```
void searchF(tree_node_t **root, int ind, int *np, char *search, int flag)
   if (root[ind] != NULL)
       searchF(root[ind]->left, ind, np, search, flag);
       if (flag == 0)
           char tempName[MAX_NAME_SIZE];
           strcpy(tempName, root[ind]->name);
           char *token = strtok(tempName, " ");
           int i = 0;
           while (token[i])
               if (token[i] == '\n')
                   token[i] = '\0';
                   break;
               i++;
           if ((strcmp(search, token)) == 0 || (strcmp(search, root[ind]->name)) == 0)
               printf("%-13d%-20s %-20s %-25s %-10s\n", *np, root[ind]->name, root[ind]->telephone_number,
                      root[ind]->social_number, root[ind]->zip_code);
               *np = *np + 1;
```

```
int nodeCounter(tree_node_t **root, int cind, int lvl, int idx) {
   if (root[idx] == NULL)
   {
      return 0;
   }
   if (cind == lvl)
      return 1;

   return nodeCounter(root[idx] -> left, cind + 1, lvl, idx) +
   nodeCounter(root[idx] -> right, cind + 1, lvl, idx);
}
```

```
int main(int argc, char **argv)
     double dt;
     if (argc < 3)
         fprintf(stderr, "Usage: %s student_number number_of_persons [options ...]\n", argv[0]);
         fprintf(stderr, "Recognized options:\n");
fprintf(stderr, " -list[N]  # list the tree contents, sorted by key index N (the default is index 0)\n");
fprintf(stderr, " -search[N]  # search the tree contents, sorted by key index N (the default is index 0)\n");
fprintf(stderr, " \ -search[N]  # search the tree contents, sorted by key index N (the default is index 0)\n");
fprintf(stderr, "\t N = 0 -> Name\n\t N = 1 -> Zip Code\n\t N = 2 -> Phone Number\n\t N = 3 -> Security Number\n");
         return 1;
    int student_number = atoi(argv[1]);
if (student_number < 1 || student_number >= 1000000)
         fprintf(stderr, "Bad student number (%d) --- must be an integer belonging to [1,1000000{\n", student_number);
     int n_persons = atoi(argv[2]);
     if (n_persons < 3 || n_persons > 10000000)
         fprintf(stderr, "Bad number of persons (%d) --- must be an integer belonging to [3,10000000]\n", n_persons);
     tree_node_t *persons = (tree_node_t *)calloc((size_t)n_persons, sizeof(tree_node_t));
     if (persons == NULL)
         fprintf(stderr, "Output memory!\n");
         return 1;
     aed_srandom(student_number);
     for (int i = 0; i < n_persons; i++)
         random_name(&(persons[i].name[0]));
         random_zip_code(&(persons[i].zip_code[0]));
         random_telephone_number(&(persons[i].telephone_number[0]));
         random_social_number(&(persons[i].social_number[0]));
```

```
//node counter
int currLv1 = 0;
for (int main_index = 0; main_index < 4; main_index++)
{
    int nNodes = 0;
    int lv1 = 0;

    int depth = tree_depth(roots, main_index);
    printf("\nPara o indice %d:\n",main_index);

    for (int i = 0; i < depth; i++) {
        nNodes = nodeCounter(roots, currLv1, lv1, main_index);
        //printf("lv1 = %d -> %d\n", lv1, nNodes);

        printf("\tNivel (%d) -> %d nodes!\n", lv1, nNodes);

        lv1 ++;
    }
    printf("\n");
}
```

```
// process the command line optional arguments for (int i = 3; i < argc; i++)
    if (strncmp(argv[i], "-list", 5) == 0)
         int main_index = atoi(&(argv[i][5]));
         if (main_index < 0)
             main_index = 0;
         if (main_index >= 3)
              main_index = 3;
         printf("\n\nList of persons:\n\n");
         printf("%-13s %-20s %-20s %-25s %-10s\n", "Ne", "Name", "Telephone Number", "Social Sec. Number", "Zip Code"); list(roots, main_index, &np); // place your code here to traverse, in order, the tree with number main_index
         printf("\n");
    if (strncmp(argv[i], "-search", 7) == 0)
         int main_index = atoi(&(argv[i][7]));
         if (main_index < 0)</pre>
         main_index = 0;
if (main_index >= 3)
              main_index = 3;
         if (main_index == 0)
              printf("A procurar por nome (1st name or full name)...\n");
              char nameSearch[MAX_NAME_SIZE];
              printf("Enter the name you want to search for: ");
                  read a string
              fgets(nameSearch, sizeof(nameSearch), stdin);
              while (nameSearch[i])
                   if (nameSearch[i] == '\n')
                        nameSearch[i] = '\0';
              printf("\n\nList of persons with '%s' (name):\n\n", nameSearch);
printf("%-13s %-20s %-20s %-25s %-10s\n", "Nº", "Name", "Telephone Number", "Social Sec. Number", "Zip Code");
              int np = 1;
              searchF(roots, main_index, &np, nameSearch, main_index);
```

```
if (main_index == 1)
    printf("A procurar por zip code...\n");
   char zipCodeSearch[MAX_ZIP_CODE_SIZE];
    printf("Enter the zipCode you want to search for: ");
    fgets(zipCodeSearch, sizeof(zipCodeSearch), stdin);
    while (zipCodeSearch[i])
        if (zipCodeSearch[i] == '\n')
            zipCodeSearch[i] = '\0';
    printf("\n\nList of persons with '%s' (zipCode):\n\n", zipCodeSearch);
   printf("%-13s %-20s %-20s %-25s %-10s\n", "Nº", "Name", "Telephone Number", "Social Sec. Number", "Zip Code");
   searchF(roots, main_index, &np, zipCodeSearch, main_index);
if (main_index == 2)
   printf("A procurar por phone Number...\n");
   char phoneNumber[MAX_ZIP_CODE_SIZE];
   printf("Enter the Phone Number you want to search for: ");
    fgets(phoneNumber, sizeof(phoneNumber), stdin);
    int i = 0;
    while (phoneNumber[i])
        if (phoneNumber[i] == '\n')
            phoneNumber[i] = '\0';
        i++;
   printf("\n\nList of persons with '%s' phoneNumber:\n\n", phoneNumber);
printf("%-13s %-20s %-20s %-25s %-10s\n", "Nº", "Name", "Telephone Number", "Social Sec. Number", "Zip Code");
    searchF(roots, main_index, &np, phoneNumber, main_index);
```

```
if (main_index == 3)
{
    printf("A procurar por Security Number...\n");
    char securityNumber[MX_ZIP_COOE_SIZE];
    printf("Enter the Security Number you want to search for: ");
    // read a string
    fegts(securityNumber, sizeof(securityNumber), stdin);
    int i = 0;
    while (securityNumber[i])
    {
        if (securityNumber[i] == '\n')
        {
            securityNumber[i] == '\n')
        }
        it+;
        }
        printf("\n\nList of persons with "%s" (securityNumber):\n\n", securityNumber);
        printf("%-13s %-20s %-25s %-10s\n", "Ne", "Name", "Telephone Number", "Social Sec. Number", "Zip Code");
        int np = 1;
        searchf(roots, main_index, &np, securityNumber, main_index);
    }
}
// clean up --- don't forget to test your program with valgrind, we don't want any memory leaks
free(persons);
    return 0;
}
```

Alterações nos outros ficheiros

Código MATLAB

```
%% tree DEPTH -> 4 INDICES
%pessoas tdepth
clear:
clc:
close all:
%vetor de nº de pessoas -> escala log
n0 = logspace(1, 7, 19);
%valores0 = load("tdepth102442.txt");
valores0 = load("tdepth103541.txt");
%valores0 = load("tdepth103600.txt");
tdepth0 = valores0(1:4:end,2);
tdepth1 = valores@(2:4:end,2);
tdepth2 = valores0(3:4:end,2);
tdepth3 = valores0(4:4:end,2);
figure(1)
xlabel("Nº de Pessoas geradas");
ylabel("Tree Depth")
title('Maximum Tree Depth')
hold on:
semilogx(n0, tdepth0, '*', Color="Green")
hold on
semilogx(n0, tdepth1,'"', Color="Blue");
semilogx(n0, tdepth2, "*", Color="Red")
hold on:
semilogx(n0, tdepth3,'*', Color='Black");
legend("Indice 0");
legend("Indice 0", "Indice 1", "Indice 2", "Indice 3");
ylim([0 70]);
set(gca, 'XScale', 'log');
grid on;
```

```
%% tree search -> 4 INDICES
%pessoas tdepth
clear:
clc;
valores0 = load("tsearch.txt");
% valores0 = load("tsearch102442.txt");
% valores0 = load("tsearch103600.txt");
n0 = logspace(1, 7, 19);
tsearch0 = valores0(1:4:end,2);
tsearch1 = valores0(2:4:end,2);
tsearch2 = valores0(3:4:end,2);
tsearch3 = valores0(4:4:end,2);
figure(2)
xlabel("Nº de Pessoas geradas");
ylabel("time (s)")
title('Tree Search Time')
hold on;
loglog(n0 ,tsearch0, '*', Color="Green")
hold on;
loglog(n0,tsearch1, "*", Color="Blue");
hold on;
loglog(n0,tsearch2, '*', Color="Red")
hold on;
loglog(n0,tsearch3,'*', Color="Black");
hold on:
legend("Indice 0", "Indice 1", "Indice 2", "Indice 3");
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log');
grid on:
hold off:
```

```
XX tree creation -> 4 INDICES
%pessoas tdepth
clear:
cle;
valores0 = load("tcreation102442.txt");
% valores0 = load("tsearch102442.txt");
% valores0 = load("tsearch103600.txt");
n0 = logspace(1, 7, 19);
tsearch0 = valores0(1:end,2);
figure(2)
loglog(n0 ,tsearch0, "*", Color="Green")
legend("All Indices");
xlabel("Nº de Pessoas geradas");
vlabel("time (s)")
title('Tree Creation Time')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log');
grid on:
hold off:
```

```
XX T DEPTH PARA VARIOS N MECS
clear:
cles
close all:
%vetor de nº de pessoas -> escala log
n0 = logspace(1, 7, 19);
valores0 = load("tdepth10000.txt");
valores1 = load("tdepth12500.txt");
valores2 = load("tdepth15000.txt");
valores3 = load("tdepth17500.txt");
valores4 = load("tdepth20000.txt");
%valores @
tdepth0 0 = valores0(1:4:end,2);
tdepth0_1 = valores0(2:4:end,2);
tdepth0 2 = valores0(3:4:end,2);
tdepth0_3 = valores0(4:4:end,2);
%valores 1
tdepth1_0 = valores1(1:4:end,2);
tdepth1_1 = valores1(2:4:end,2);
tdepth1_2 = valores1(3:4:end,2);
tdepth1_3 = valores1(4:4:end,2);
%valores 2
tdepth2_0 = valores2(1:4:end,2);
tdepth2_1 = valores2(2:4:end,2);
tdepth2 2 = valores2(3:4:end,2);
tdepth2_3 = valores2(4:4:end,2);
%valores 3
tdepth3_0 = valores3(1:4:end,2);
tdepth3_1 = valores3(2:4:end,2);
tdepth3_2 = valores3(3:4:end,2);
tdepth3_3 = valores3(4:4:end,2);
```

```
%valores 4
                                                             %valores 3
tdepth4 0 = valores4(1:4:end,2);
                                                             hold on:
tdepth4_1 = valores4(2:4:end,2);
                                                             semilogx(n0, tdepth3_0, '*', Color="Green")
tdepth4_2 = valores4(3:4:end,2);
tdepth4_3 = valores4(4:4:end,2);
                                                             semilogx(n0, tdepth3_1,'+', Color="Blue");
                                                             hold on:
figure(1)
                                                             semilogx(n0, tdepth3_2, 'o', Color="Red")
                                                             hold on;
%valores @
hold on;
                                                             semilogx(n0, tdepth3_3,'.', Color="Black");
semilogx(n0, tdepth0_0, "", Color="Green")
hold on;
                                                             %valores 4
semilogx(n0, tdepth0_1,'+', Color="Blue");
                                                             hold on:
                                                             semilogx(n0, tdepth4_0, '*', Color="Green")
hold on
semilogx(n0, tdepth0_2, 'o', Color="Red")
                                                             hold on:
                                                             semilogx(n0, tdepth4_1,'+', Color="Blue");
hold on;
                                                             hold on;
semilogx(n0, tdepth0_3,'.', Color="Black");
                                                             semilogx(n0, tdepth4_2, 'o', Color="Red")
hold on
                                                             hold on;
                                                             semilogx(n0, tdepth4_3,'.', Color="Black");
%valores 1
semilogx(n0, tdepth1 0, "*", Color="Green")
                                                             legend("Indice 0", "Indice 1", "Indice 2", "Indice 3");
hold on:
semilogx(n0, tdepth1_1,'+', Color="Blue");
                                                             xlabel("Nº de Pessoas geradas");
hold on;
                                                             ylabel("Tree Depth")
semilogx(n0, tdepth1_2, 'o', Color="Red")
                                                             title('Maximum Tree Depth')
hold on;
                                                             ylim([0 70]);
semilogx(n0, tdepth1_3,'.', Color="Black");
                                                             set(gca, 'XScale', 'log');
                                                             grid on;
%valores 2
                                                             hold off;
semilogx(n0, tdepth2_0, '*', Color="Green")
hold on:
semilogx(n0, tdepth2 1,'+', Color="Blue");
hold on:
semilogx(n0, tdepth2_2, 'o', Color="Red")
hold on;
semilogx(n0, tdepth2_3,'.', Color="Black");
```

```
NX T CREATION PARA VARIOS N MECS
clear:
clc:
close all;
%vetor de nº de pessoas -> escala log
n0 = logspace(1, 7, 19);
valores0 = load("tcreation10000.txt");
valores1 = load("tcreation12500.txt");
valores2 = load("tcreation15000.txt");
valores3 = load("tcreation17500.txt");
valores4 = load("tcreation20000.txt");
t0 = valores0(1:end,2);
t1 = valores1(1:end,2);
t2 = valores2(1:end,2);
t3 = valores3(1:end,2);
t4 = valores4(1:end,2);
figure(2)
loglog(n0 ,t0, 'o', Color="Red"); hold on;
loglog(n0 ,t1, 'o', Color="Red"); hold on;
loglog(n0 ,t2, 'o', Color="Red"); hold on;
loglog(n0 ,t3, 'o', Color="Red"); hold on;
loglog(n0 ,t4, 'o', Color="Red"); hold on;
legend("All Indices");
xlabel("Nº de Pessoas geradas");
ylabel("time (s)")
title('Tree Creation Time')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log');
grid on:
hold off;
```

NW III character DESTI

```
XX T SEARCH PARA VARIOS N MECS
clear;
clc:
close all:
%vetor de nº de pessoas -> escala log
n\theta = logspace(1, 7, 19);
valores0 = load("tsearc10000.txt");
valores1 = load("tsearc12500.txt");
valores2 = load("tsearc15000.txt");
valores3 = load("tsearc17500.txt");
valores4 = load("tsearc20000.txt");
t0_0 = valores0(1:4:end,2);
t0_1 = valores0(2:4:end,2);
t0_2 = valores0(3:4:end,2);
t0_3 = valores0(4:4:end,2);
t1_0 = valores1(1:4:end,2);
t1_1 = valores1(2:4:end,2);
t1_2 = valores1(3:4:end,2);
t1_3 = valores1(4:4:end,2);
%valores 2
t2_0 = valores2(1:4:end,2);
t2_1 = valores2(2:4:end,2);
t2_2 = valores2(3:4:end,2);
t2_3 = valores2(4:4:end,2);
%valores 3
t3 0 = valores3(1:4:end.2):
t3 1 = valores3(2:4:end.2):
t3 2 = valores3(3:4:end.2):
t3_3 = valores3(4:4:end,2);
```

```
%valores 4
t4 0 = valores4(1:4:end,2);
t4 1 = valores4(2:4:end,2);
t4 2 = valores4(3:4:end.2):
t4_3 = valores4(4:4:end,2);
figure(1)
%valores 0
hold on:
loglog(n0, t0_0, '*', Color="Green")
hold on:
loglog(n0, t0_1,'+', Color="Blue");
hold on:
loglog(n0, t0_2, 'o', Color="Red")
hold on:
loglog(n0, t0_3,'.', Color="Black");
hold on
%valores 1
hold on;
loglog(n0, t1_0, '*', Color="Green")
hold on;
loglog(n0, t1_1,'+', Color="Blue");
hold on;
loglog(n0, t1_2, 'o', Color="Red")
hold on;
loglog(n0, t1_3,'.', Color="Black");
%valores 2
hold on:
loglog(n0, t2_0, '*', Color="Green")
hold on;
loglog(n0, t2_1,'+', Color="Blue");
hold on:
loglog(n0, t2_2, 'o', Color="Red")
hold on;
loglog(n0, t2_3,'.', Color="Black");
```

```
%valores 3
hold on;
loglog(n0, t3_0, '*', Color="Green")
hold on;
loglog(n0, t3_1,'+', Color="Blue");
hold on;
loglog(n0, t3_2, 'o', Color="Red")
hold on;
loglog(n0, t3_3,'.', Color="Black");
%valores 4
hold on:
loglog(n0, t4_0, '*', Color="Green")
hold on;
loglog(n0, t4_1,'+', Color="Blue");
hold on;
loglog(n0, t4_2, 'o', Color="Red")
loglog(n0, t4_3,'.', Color="Black");
legend("Indice 0", "Indice 1", "Indice 2", "Indice 3");
xlabel("Nº de Pessoas geradas");
ylabel("Time (s)")
title('Tree Search Time')
ylim([0 70]);
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log');
grid on;
hold off;
```

```
%% Histogramas - DEPTH
clear; clc; close all;
valores = load("depthNMEC.txt");
N = length(valores);
x = unique(valores(:,2));
nOcc0 = zeros(length(x), 1);
nOcc1 = zeros(length(x), 1);
nOcc2 = zeros(length(x), 1);
nOcc3 = zeros(length(x), 1);
for i = 1 : 4 : length(valores)
    for n = 1: length(x)
        if x(n) == valores(i, 2)
            nOcc\theta(n) = nOcc\theta(n) + 1;
        end
    end
end
for 1 = 2 : 4 : length(valores)
    for n = 1: length(x)
        1f \times (n) == valores(1, 2)
            nOcc1(n) = nOcc1(n) + 1;
        end
end
for 1 = 3 : 4 : length(valores)
    for n = 1: length(x)
        if x(n) == valores(i ,2)
            n0cc2(n) = n0cc2(n) + 1;
        end
    end
end
for i = 4 : 4 : length(valores)
    for n = 1: length(x)
        if x(n) == valores(1,2)
            n0cc3(n) = n0cc3(n) + 1;
    serve.
```

```
XX Histogramas - search
clear; clc; close all;
valores = load("tsearchNMEC.txt");
N = length(valores);
x = unique(valores(:,2));
nOcc0 = zeros(length(x), 1);
nOcc1 = zeros(length(x), 1);
nOcc2 = zeros(length(x), 1);
nOcc3 = zeros(length(x), 1);
for i = 1 : 4 : length(valores)
   for n = 1: length(x)
        if x(n) == valores(1, 2)
            nOcc\theta(n) = nOcc\theta(n) + 1;
        end
end
for i = 2 : 4 : length(valores)
   for n = 1 : length(x)
       if x(n) == valores(i, 2)
            n0cc1(n) = n0cc1(n) + 1;
        end
    end
end
for 1 = 3 : 4 : length(valores)
    for n = 1 : length(x)
        if x(n) == valores(i,2)
            n0cc2(n) = n0cc2(n) + 1;
       end
end
for 1 = 4 : 4 : length(valores)
   for n = 1: length(x)
        if x(n) == valores(1,2)
            nOcc3(n) = nOcc3(n) + 1;
    end
```

```
bar(0.005:0.005:2.34, [nOcc0 nOcc1 nOcc2 nOcc3], 'grouped')

legend("Indice 0", "Indice 1", "Indice 2", "Indice 3");
ylabel("Number of occurrences")
xlabel("Time (s) (100000 persons)")
title("Tree search time histogram for 100000 persons and 10000 experiments")
grid on;
%set(gca, 'XScale', 'log');
hold off;
```

```
%% Histogramas - CREATION
clear; clc; close all;
valores = load("tcreationNMEC.txt");
N = length(valores);
x = unique(valores(:,2));
nOcc = zeros(length(x), 1);
for i = 1 : length(valores)
    for n = 1 : length(x)
        if x(n) == valores(i, 2)
            nOcc(n) = nOcc(n) + 1;
        end
    end
end
bar(x, nOcc, 'grouped')
xlim([0.2 1.5])
legend("All Indices");
ylabel("Number of occurrences")
xlabel("Time (s) (100000 persons)")
title("Tree Creation time histogram for 100000 persons and 10000 experiments")
%set(gca, 'YScale', 'log');
grid on;
hold off;
```

```
%% NODES -> nivel e nº de nós
clear:
                                             nOcc0 = zeros(length(x), 1);
clc:
                                             nOcc1 = zeros(length(x), 1);
close all;
                                             nOcc2 = zeros(length(x), 1);
                                             nOcc3 = zeros(length(x), 1);
valores0 = load("tnodes10000.txt");
valores1 = load("tnodes12500.txt");
                                             nOcc@_1 = zeros(length(x), 1);
valores2 = load("tnodes15000.txt");
                                             nOcc1_1 = zeros(length(x), 1);
valores3 = load("tnodes17500.txt");
                                             n0cc2_1 = zeros(length(x), 1);
valores4 = load("tnodes20000.txt");
                                            n0cc3_1 = zeros(length(x), 1);
clc:
                                             nOcc0_2 = zeros(length(x), 1);
close all;
                                             n0cc1_2 = zeros(length(x), 1);
N = length(valores0);
                                             n0cc2_2 = zeros(length(x), 1);
N1 = length(valores1);
                                             n0cc3_2 = zeros(length(x), 1);
N2 = length(valores2);
N3 = length(valores3);
                                             n0cc\theta_3 = zeros(length(x), 1);
N4 = length(valores4);
                                             n0cc1_3 = zeros(length(x), 1);
%nºs de niveis
                                             n0cc2_3 = zeros(length(x), 1);
x = unique(valores0(:,2));
                                            n0cc3_3 = zeros(length(x), 1);
nOcc0 = zeros(length(x), 1);
                                            n0cc\theta_4 = zeros(length(x), 1);
nOcc1 = zeros(length(x), 1);
                                            n0cc1 4 = zeros(length(x), 1);
nOcc2 = zeros(length(x), 1);
                                            n0cc2 4 = zeros(length(x), 1);
nOcc3 = zeros(length(x), 1);
                                            n0cc3 4 = zeros(length(x), 1);
```

```
for 1 = 1 : N ...
   for i = 1 : N1 ...
   for 1 = 1 : N2 ...
    for 1 = 1 : N3 ...
    for 1 = 1 : N4
        idx = valores4(1, 1);
        1f (idx == 0)
            nOcc0_4(valores4(i, 2) + 1) = valores4(i, 3);
        if (idx == 1)
            n0cc1_4(valores4(i, 2) + 1) = valores4(i, 3);
        end
        1f (idx == 2)
            n0cc2_4(valores4(i, 2) + 1) = valores4(i, 3);
        end
        if (idx == 3)
            n0cc3_4(valores4(i, 2) + 1) = valores4(i, 3);
```

```
%valores 0
plot(1:length(nOcc0), nOcc0, '.b'); hold on;
plot(1:length(nOcc1), nOcc1, '.r'); hold on;
plot(1:length(nOcc2), nOcc2, '.y'); hold on;
plot(1:length(nOcc3), nOcc3, '.g'); hold on;
%valores 1
plot(1:length(nOcc@_1), nOcc@_1, '.b'); hold on;
plot(1:length(nOcc1_1), nOcc1_1, '.r'); hold on;
plot(1:length(nOcc2_1), nOcc2_1, '.y'); hold on;
plot(1:length(nOcc3_1), nOcc3_1, '.g'); hold on;
%valores 2
plot(1:length(nOcc@_2), nOcc@_2, '.b'); hold on;
plot(1:length(nOcc1_2), nOcc1_2, '.r'); hold on; plot(1:length(nOcc2_2), nOcc2_2, '.y'); hold on; plot(1:length(nOcc3_2), nOcc3_2, '.g'); hold on;
%valores 3
plot(1:length(nOcc0_3), nOcc0_3, '.b'); hold on;
plot(1:length(nOcc1_3), nOcc1_3, '.r'); hold on;
plot(1:length(nOcc2_3), nOcc2_3, '.y'); hold on;
plot(1:length(nOcc3_3), nOcc3_3, '.g'); hold on;
%valores 4
plot(1:length(nOcc@_4), nOcc@_4, '.b'); hold on;
plot(1:length(nOcc1_4), nOcc1_4, '.r'); hold on;
plot(1:length(nOcc2_4), nOcc2_4, '.y'); hold on;
plot(1:length(nOcc3_4), nOcc3_4, '.g'); hold on;
legend("Indice 0", "Indice 1", "Indice 2", "Indice 3");
xlabel("Nível da árvore");
ylabel("Nº de Nodes")
title('Tree Nodes by level for 100000 persons')
xlim([0 55]);
grid on;
hold off;
```