2024年全国普通高等学校运动训练、民族传统体育专业

单招统一招生数学试卷

本卷共15小题，满分：150分，测试时长：90分钟.

一、单选题(每小题8分，共8小题，共64分)

1．已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|0<x<3\}$，则 $A\cup B=$（　）

A．$\{x|-1<x<3\}$　　B．$\{x|-1<x<0\}$　　C．$\{x|0<x<2\}$　　D．$\{x|-4<x<0\}$

2．函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x+2}}$ 图像的对称轴为（　）

A．$x=1$　　B．$x=\dfrac{1}{2}$　　C．$x=-\dfrac{1}{2}$　　D．$x=-1$

3．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\cos 75°+\sin 75°)$ 的值为（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4．在等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=25$，那么 $a_4=$（　）

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

5．$(x-2y)^8$ 的展开式中 x^5y^3 的系数是（　）

A．1792　　B．-1792　　C．448　　D．-448

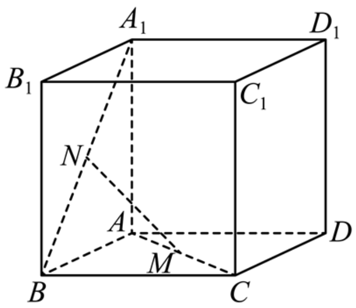
6．圆 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 上的点到直线 $x-y=2$ 的距离的最大值是（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$1+\sqrt{2}$　　D．$2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

7．在 $\triangle ABC$ 中，角 A、B、C 对的边分别为 a、b、c．若 $a=1$，$b=3$，$c=\sqrt{13}$，则角 C 等于（　）

A．$90°$　　B．$120°$　　C．$60°$　　D．45

8．如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M，N分别为AC，A_1B的中点，则下列说法中不正确的是（　）



A．$MN//$平面ADD_1A_1

B．$MN\perp AB$

C．直线MN与平面$ABCD$所成的角为60°

D．异面直线MN与DD_1所成的角为45°

二、填空题(每小题8分，共4小题，共32分)

9．不等式$\dfrac{x-4}{3+2x}\le 0$的解集是______.

10．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=1,\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为__________.

11．书架上有2本不同的数学书，3本不同的语文书，4本不同的英语书．若从这些书中取不同科目的书两本，有____种不同的取法.

12．设m,n是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，给出下列4个命题：

①若$m//n$，$m\perp\beta$，则$n\perp\beta$；　②若$m//\alpha$，$m//\beta$，则$\alpha//\beta$；

③若$m//n$，$m//\beta$，则$n//\beta$；　④若$m\perp\alpha$，$m\perp\beta$，则$\alpha//\beta$.

其中真命题的是__________.

三、解答题(每题18分，共3小题，共54分)

13．已知公差不为 0 的等差数列$\left\{a_n\right\}$中，$a_1=1$，且a_2，a_4-2，a_6成等比数列.

(1)求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

(2)设$b_n=3^{a_n-1}$，求数列$\left\{b_n\right\}$的前n项和S_n.

14．已知抛物线C：$y^2=2px(p>0)$的焦点为F，过点F的直线l交抛物线于A，B两点，当$l\perp x$轴时，$\left|AB\right|=12$.

(1)求抛物线C的方程；

(2)当线段AB的中点的纵坐标为3时，求直线l的方程.

15．已知函数$f\left(x\right)=x\ln x+ax-4$，满足$f'\left(1\right)=2$.

(1)求实数a的值；

(2)求$f\left(x\right)$的极值.

2024年全国普通高等学校运动训练、民族传统体育专业单招统一招生数学试卷（解析版）

一、单选题

1．已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|0<x<3\}$，则 $A\cup B=$（　）

A．$\{x|-1<x<3\}$　　B．$\{x|-1<x<0\}$　　C．$\{x|0<x<2\}$　　D．$\{x|-4<x<0\}$

【答案】A

【分析】根据集合的并集运算可得答案.

【详解】因为 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|0<x<3\}$，

所以 $A\cup B=\{x|-1<x<3\}$，

故选：A.

2．函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x+2}}$ 图像的对称轴为（　）

A．$x=1$　　B．$x=\dfrac{1}{2}$　　C．$x=-\dfrac{1}{2}$　　D．$x=-1$

【答案】A

【解析】对分母进行配方，根据二次函数的性质可得结果.

【详解】$y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x+2}}=\dfrac{1}{\sqrt{(x-1)^2+1}}$，令 $x-1=0$ 可得 $x=1$ 为对称轴，

故选：A.

【点睛】本题主要考查了二次函数的单调性，属于基础题.

3．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\cos 75^\circ+\sin 75^\circ)$ 的值为（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

【分析】通过辅助角公式将式子化简，进而求出答案.

【详解】$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos 75^\circ+\sin 75^\circ\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}\cos\left(75^\circ-45^\circ\right)=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

故选：C.

4．在等差数列$\left\{a_n\right\}$中，已知$a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=25$，那么$a_4=$（　）

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

【答案】B

【分析】根据等差中项的性质直接可得解.

【详解】由等差中项的性质得$a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=5a_4=25$，

解得$a_4=5$，

故选：B.

5．$(x-2y)^8$的展开式中x^5y^3的系数是（　）

A．1792　　B．-1792　　C．448　　D．-448

【答案】D

【分析】根据二项式展开式的通项公式计算出正确答案.

【详解】$(x-2y)^8$的展开式中，含x^5y^3的项为$C_8^3\cdot x^5\cdot\left(-2y\right)^3=-8\times C_8^3\times x^5y^3=-448x^5y^3$.

所以x^5y^3的系数是-448.

故选：D

6．圆$x^2+y^2-2x-2y+1=0$上的点到直线$x-y=2$的距离的最大值是（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$1+\sqrt{2}$　　D．$2+\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】C

【分析】根据圆心到直线$x-y=2$的距离以及圆的几何性质求得正确答案.

【详解】圆$x^2+y^2-2x-2y+1=0$即$\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=1$，

圆心为$\left(1,1\right)$，半径为1，

圆心$\left(1,1\right)$到直线$x-y-2=0$的距离为$\frac{\left|1-1-2\right|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，

所以圆上的点到直线$x-y=2$的距离的最大值是$\sqrt{2}+1$.

故选：C

7．在$\triangle ABC$中，角A、B、C对的边分别为a、b、c．若$a=1$，$b=3$，$c=\sqrt{13}$，则角C等于（　）

A．$90°$　　B．$120°$　　C．$60°$　　D．$45°$

【答案】B

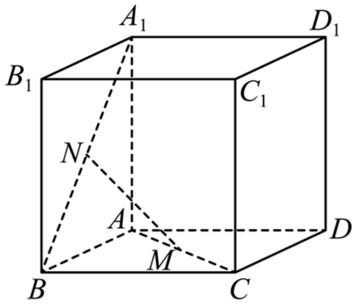
【分析】利用余弦定理求解即可.

【详解】由题可知$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1^2+3^2-\left(\sqrt{13}\right)^2}{2\times1\times3}=-\frac{1}{2}$，

因为$0°<C<180°$,故$C=120°$.

故选：B.

8．如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M，N分别为AC，A_1B的中点，则下列说法中不正确的是（　）



A．$MN//$平面ADD_1A_1

B．$MN\perp AB$

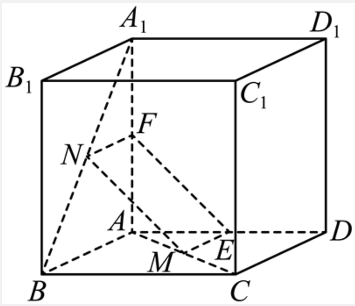
C．直线MN与平面$ABCD$所成的角为60°

D．异面直线MN与DD_1所成的角为45°

【答案】C

【分析】取棱AD,AA_1中点E,F，利用线面平行的判定推理判断A；利用线面垂直的性质推理判断B；求出线面角、线线角判断CD作答.

【详解】在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，取棱AD,AA_1中点E,F，连接ME,EF,FN，



因为M，N分别为AC，A_1B的中点，则$ME//CD//AB//NF,ME=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}AB=NF$，

因此四边形$MEFN$为平行四边形，则$EF//MN,EF\subset$平面ADD_1A_1，

$MN\not\subset$平面ADD_1A_1，所以$MN//$平面ADD_1A_1，A正确；

因为$AB\perp$平面ADD_1A_1，则$AB\perp EF$，所以$MN\perp AB$，B正确；

显然$AF\perp$平面$ABCD$，则$\angle FEA$是EF与平面$ABCD$所成的角，又$AE=AF,\angle EAF=90^{\circ}$，

有 $\angle FEA = 45^{\circ}$，由于 $EF // MN$，所以直线 MN 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45°，C 错误；

因为 $AA_1 // DD_1$，$EF // MN$，则 $\angle AFE$ 是异面直线 MN 与 DD_1 所成的角，显然 $\angle AFE = 45^{\circ}$，D 正确.

故选：C

二、填空题

9．不等式 $\dfrac{x-4}{3+2x} \le 0$ 的解集是______.

【答案】$\left(-\dfrac{3}{2},4\right]$

【分析】将分式不等式转化为整式不等式，然后解二次不等式即可.

【详解】$\dfrac{x-4}{3+2x} \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases}(x-4)(2x+3) \le 0 \\ 2x+3 \ne 0\end{cases} \Rightarrow -\dfrac{3}{2} < x \le 4$,

即不等式 $\dfrac{x-4}{3+2x} \le 0$ 的解集是 $\left(-\dfrac{3}{2},4\right]$

故答案为：$\left(-\dfrac{3}{2},4\right]$

10．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=1,\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为_________.

【答案】π##180°

【分析】设 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 θ，$\theta \in [0,\pi]$，化简 $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$ 即得解.

【详解】设 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 θ，$\theta \in [0,\pi]$，

$\because \vec{a}\cdot\vec{b}=-1, \therefore |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=-1, \therefore 1\times1\times\cos\theta=-1, \therefore \cos\theta=-1, \because \theta\in[0,\pi], \therefore \theta=\pi$.

所以 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 π.

故答案为：π

11．书架上有 2 本不同的数学书，3 本不同的语文书，4 本不同的英语书．若从这些书中取不同科目的书两本，有____种不同的取法.

【答案】26

【分析】分三种情况讨论即可求解.

【详解】取两本不同科目的书，可以分三种情况：

①一本数学书和一本语文书，有$C_2^1 \times C_3^1 = 6$种；

②一本数学书和一本英语书，有$C_2^1 \times C_4^1 = 8$种；

③一本语文书和一本英语书，有$C_3^1 \times C_4^1 = 12$种.

根据分类加法计数原理，共有$6+8+12=26$种不同的取法.

故答案为：26

12．设m,n是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，给出下列 4 个命题：

①若$m // n$，$m \perp \beta$，则$n \perp \beta$；　②若$m // \alpha$，$m // \beta$，则$\alpha // \beta$；

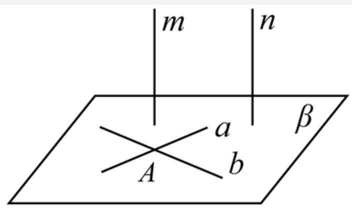
③若$m // n$，$m // \beta$，则$n // \beta$；　④若$m \perp \alpha$，$m \perp \beta$，则$\alpha // \beta$.

其中真命题的是__________.

【答案】①④

【分析】根据线面垂直的判定定理可判断①；判断面面的位置关系可判断②；根据线面平行的性质结合线面的位置关系可判断③；根据线面垂直的性质可判断④.

【详解】对于①，由于$m \perp \beta$，则在β必存在两相交直线a,b，



满足$m \perp a, m \perp b$，因为$m // n$，则$n \perp a, n \perp b$，

由于$a \cap b = A, a, b \in \beta$，故$n \perp \beta$，①正确；

对于②，若$m // \alpha$，$m // \beta$，则α，β可能相交，也可能平行，②错误；

对于③，若$m \parallel n$，$m \parallel \beta$，则n可能在平面β，也可能是$n \parallel \beta$，③错误；

对于④，若$m \perp \alpha$，$m \perp \beta$，根据线面垂直的性质可知垂直于同一条直线的平面平行，

故$\alpha \parallel \beta$，④正确，

故答案为：①④

三、解答题

13．已知公差不为0的等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，且a_2，a_4-2，a_6成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设$b_n=3^{a_n-1}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和S_n.

【答案】(1)$a_n=3n-2$

(2)$S_n=\frac{1}{26}\left(27^n-1\right)$

【分析】（1）由题意结合等差数列的通项公式求得数列的$\{a_n\}$的公差即可确定其通项公式；

（2）结合（1）中数列的通项公式和等比数列前n项和公式即可求得数列$\{b_n\}$的前n项和.

【详解】（1）由已知得$\left(a_4-2\right)^2=a_2a_6$，即$\left(a_1+3d-2\right)^2=\left(a_1+d\right)\left(a_1+5d\right)$，$a_1=d^2-3d+1$，

又因为$a_1=1$，所以$d^2-3d+1=1$，解得$d=3$或$d=0$（舍去），

所以$a_n=3n-2$.

（2）由（1）得$b_n=3^{3n-3}$，因为$\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{3^{3(n+1)-3}}{3^{3n-3}}=27$，

所以$\{b_n\}$是以$b_1=1$为首项，以27为公比的等比数列，

所以$S_n=\frac{1-27^n}{1-27}=\frac{1}{26}\left(27^n-1\right)$.

14．已知抛物线C：$y^2=2px(p>0)$的焦点为F，过点F的直线l交抛物线于A，B两点，当$l \perp x$

轴时，$|AB|=12$.

(1)求抛物线C的方程；

(2)当线段AB的中点的纵坐标为3时，求直线l的方程.

【答案】(1) $y^2=12x$

(2) $2x-y-6=0$.

【分析】（1）由题意得到$F\left(\frac{p}{2},0\right)$，A，$B$两点的横坐标为$x=\frac{p}{2}$，可得$|AB|=2p=12$求解；

（2）由（1）得$F(3,0)$，且直线l的斜率存在，设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，利用点差法求解.

【详解】（1）由题意得$F\left(\frac{p}{2},0\right)$，

当$l\perp x$轴时，A，B两点的横坐标为$x=\frac{p}{2}$，

当$x=\frac{p}{2}$时，$y^2=p^2$，解得$y=\pm p$，

$\therefore |AB|=2p=12$，解得$p=6$，

故抛物线C的方程为$y^2=12x$；

（2）由（1）得$F(3,0)$，且直线l的斜率存在，

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，且$x_1\neq x_2$，

则$y_1^2=12x_1$，$y_2^2=12x_2$，

$\therefore y_1^2-y_2^2=12x_1-12x_2$，即$\frac{(y_1-y_2)(y_1+y_2)}{x_1-x_2}=12$，

$\because$线段AB的中点的纵坐标为3，

$\therefore \frac{y_1+y_2}{2}=3$，即$y_1+y_2=6$，

$\therefore \dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=2$，即直线$l$的斜率$k=2$，

$\therefore$直线l的方程为$y=2\left(x-3\right)$，即$2x-y-6=0$.

15．已知函数$f\left(x\right)=x\ln x+ax-4$，满足$f'\left(1\right)=2$.

(1)求实数a的值；

(2)求$f\left(x\right)$的极值.

【答案】(1)$a=1$；

(2)极小值$f\left(\mathrm{e}^{-2}\right)=-\mathrm{e}^{-2}-4$，无极大值.

【分析】（1）由已知$f'\left(x\right)=\ln x+1+a$，代入$x=1$即可求出实数$a$的值；

（2）由（1）知，$f'\left(x\right)=\ln x+2$.根据导函数求出$f\left(x\right)$的单调区间，即可得出函数的极值.

【详解】（1）解：由已知可得$f\left(x\right)$定义域为$\left(0,+\infty\right)$，$f'\left(x\right)=\ln x+1+a$，

因为$f'\left(1\right)=2$，所以$f'\left(1\right)=1+a=2$，所以$a=1$.

（2）由（1）知，$f\left(x\right)=x\ln x+x-4$，$f'\left(x\right)=\ln x+2$.

解$f'\left(x\right)=0$，即$\ln x+2=0$，所以$x=\mathrm{e}^{-2}$.

当$0<x<\mathrm{e}^{-2}$时，$f'\left(x\right)<0$，所以$f\left(x\right)$在$\left(0,\mathrm{e}^{-2}\right)$上单调递减；

当$x>\mathrm{e}^{-2}$时，$f'\left(x\right)>0$，所以$f\left(x\right)$在$\left(\mathrm{e}^{-2},+\infty\right)$上单调递增.

所以，$f\left(x\right)$在$x=\mathrm{e}^{-2}$处取得极小值$f\left(\mathrm{e}^{-2}\right)=\mathrm{e}^{-2}\ln \mathrm{e}^{-2}+\mathrm{e}^{-2}-4=-2\mathrm{e}^{-2}+\mathrm{e}^{-2}-4=-\mathrm{e}^{-2}-4$，无极大值