Раздел 1. Основы алгоритмизации

1.1. Понятие алгоритма. Типы алгоритмов и форма записи алгоритмов

Условно ***программированием*** можно назвать научную и практическую деятельность по созданию программ. Основной частью программирования является процесс решения задачи на ЭВМ, который можно разбить на следующие этапы:

1) математическая или информационная формулировка задачи;

2) выбор численного или иного метода решения поставленной задачи;

3) построение алгоритма решения поставленной задачи;

4) выбор языка программирования и запись построенного алгоритма по его правилам, т.е. написание текста программы;

5) отладка программы – это процесс обнаружения, локализации и устранения возможных ошибок;

6) выполнение программы, т.е. получение требуемого результата.

Рассмотрим более подробно некоторые наиболее важные из приведенных этапов.

Понятие алгоритма

Понятие алгоритма занимает центральное место в современной математике и программировании.

Алгоритмизация – сведение задачи к последовательным этапам действий так, что результаты предыдущих действий используются при выполнении последующих.

Рассмотрим вначале некоторые наиболее важные (фундаментальные) понятия программирования.

1. ***Действие*** – это некоторая операция, имеющая конкретную продолжительность и приводящая к совершенно конкретному результату.

2. Каждое действие предполагает наличие некоторых данных, над которыми это действие совершается и по изменению состояния которых определяют результат этого действия.

3. Каждое действие должно быть таким, чтобы его можно было описать при помощи какого-либо языка (или набора формул); такое описание называют ***инструкция***.

4. Если действие можно разложить на составные части, то его называют ***процессом*** (или вычислением).

5. Описание характера проведения процесса, т.е. последовательности выполняемых действий без привязки к какому-то конкретному процессору, называют ***алгоритмом.***

Числовой алгоритм – детально описанный способ преобразования числовых входных данных в выходные при помощи математических операций.

Существуют нечисловые алгоритмы, которые используются в экономике, технике и научных исследованиях.

В общем, ***алгоритм*** – строгий и четкий набор правил, определяющий последовательность действий, приводящих к достижению поставленной цели.

Свойства алгоритмов

Дискретность – значения новых величин (данных) вычисляются по определенным правилам из других величин с уже известными значениями.

Определенность (детерминированность) – каждое правило из набора однозначно, а сами данные однозначно связаны между собой, т.е. последовательность действий алгоритма строго и точно определена.

Результативность (конечность) – алгоритм решает поставленную задачу за конечное число шагов.

Массовость – алгоритм разрабатывается так, чтобы его можно было применить для целого класса задач, например, алгоритм вычисления определенных интегралов с заданной точностью.

Сложность алгоритма

Выполнение любого алгоритма требует определенного объема памяти компьютера для размещения данных и программы, а также времени по обработке этих данных – эти ресурсы ограничены и, следовательно, правомочен вопрос об эффективности их использования. Таким образом, в самом широком смысле понятие эффективности связано со всеми вычислительными ресурсами, необходимыми для работы алгоритма.

Однако обычно под *«самым эффективным»* понимается алгоритм, обеспечивающий наиболее быстрое получение результата, поэтому рассмотрим именно временну́ю сложность алгоритмов.

Время работы алгоритма удобно выражать в виде функции от одной переменной, характеризующей *«размер»* конкретной задачи, т.е. объем входных данных, необходимых для ее решения. Тогда сравнительная сложность задач и может оцениваться через ее размер.

Поскольку описание задачи, предназначенной для решения посредством вычислительного устройства, можно рассматривать в виде слова конечной длины, представленной символами конечного алфавита, в качестве формальной характеристики размера задачи можно принять длину входного слова. Например, если стоит задача определения максимального числа в некоторой последовательности из n элементов, то и размер задачи будет n, поскольку любой вариант входной последовательности можно задать словом из n символов.

Временная сложность алгоритма – это функция, которая каждой входной длине слова n ставит в соответствие *максимальное* (для всех конкретных задач длиной n) время, затрачиваемое алгоритмом на ее решение.

Различные алгоритмы имеют различную временную сложность и выяснение того, какие из них окажутся *достаточно эффективны*, а какие нет, определяется многими факторами. Однако для сравнения эффективности

алгоритмов был предложен простой подход, позволяющий прояснить ситуацию. Речь идет о различии между *полиномиальными* и *экспоненциальными* алгоритмами.

Полиномиальным называется алгоритм, временна̀я сложность которого выражается некоторой полиномиальной функцией размера задачи n. Алгоритмы, временна́я сложность которых не поддается подобной оценке, называются *экспоненциальными*.

Задача считается *труднорешаемой*, если для нее не удается построить полиномиального алгоритма. Это утверждение не является категорическим, поскольку известны задачи, в которых достаточно эффективно работают и экспоненциальные алгоритмы. Примером может служить симплекс-метод, который успешно используется при решении задач линейного программирования, имея функцию сложности $f(n) = 2^n$. Однако подобных примеров не очень много, и общей следует признать ситуацию, когда эффективно исполняемыми можно считать полиномиальные алгоритмы с функциями сложности n, n^2 или n^3.

Например, при решении задачи поиска нужного элемента из n имеющихся в худшем варианте сложность равна n; если же оценить среднюю трудоемкость (продолжительность поиска), то она составит $(n+1)/2$ – в обоих случаях функция сложности оказывается линейной n.

Сложность задачи вычисления определителя системы n линейных уравнений с n неизвестными характеризуется полиномом 3-й степени. Повышение быстродействия элементов компьютера уменьшает время исполнения алгоритма, но не уменьшает степень полинома сложности.

Способы описания алгоритмов

Существует несколько способов описания алгоритмов. Наиболее распространенные способы – это словесное и графическое описания алгоритма.

Словесное описание алгоритма

В любом алгоритме для обозначения данных используют некоторый набор символов, называемых *буквами*. Конечную совокупность букв называют *алфавитом*, из любой конечной последовательности которого можно составить *слово*, т.е. в любом алфавите реальным данным можно сопоставить некоторые слова, в дальнейшем обозначающие эти данные.

При словесной записи алгоритм описывается с помощью естественного языка с использованием следующих конструкций:

1) шаг (этап) обработки (вычисления) значений данных – «=»;

2) проверка логического условия: если (условие) истинно, то выполнить действие 1, иначе – действие 2;

3) переход (передача управления) к определенному шагу (этапу) N.

Для примера рассмотрим алгоритм решения квадратного уравнения вида $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$:

1) ввод исходных данных a, b, c ($a,b,c \neq 0$);

2) вычислить дискриминант $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$;

3) если $D < 0$, то перейти к п. 6, сообщив, что действительных корней нет;

4) иначе, если $D \geq 0$, вычислить $x_1 = (-b + \sqrt{D})/(2 \cdot a)$ и $x_2 = (-b - \sqrt{D})/(2 \cdot a)$;

5) вывести результаты x_1 и x_2 ;

6) конец.

Графическое описание алгоритма

Графическое изображение алгоритма – это представление его в виде схемы, состоящей из последовательности блоков (геометрических фигур), каждый из которых отображает содержание очередного шага алгоритма. А внутри фигур кратко записывают действие, выполняемое в этом блоке. Такую схему называют блок-схемой или структурной схемой алгоритма, или просто схемой алгоритма.

Правила изображения фигур сведены в единую систему программной документации (дата введения последнего стандарта ГОСТ 19.701.90 – 01.01.1992).

По данному ГОСТу графическое изображение алгоритма – это схема данных, которая отображает путь данных при решении задачи и определяет этапы их обработки.

Схема данных состоит из следующих элементов:

– символов данных (символы данных могут отображать вид носителя данных);

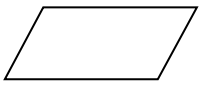
– символов процесса, который нужно выполнить над данными;

– символов линий, указывающих потоки данных между процессами и носителями данных;

– специальных символов, которые используют для облегчения чтения схемы алгоритма.

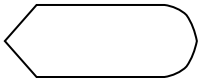
Рассмотрим основные символы для изображения схемы алгоритма.

Символы ввода-вывода данных:



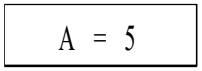
– данные ввода-вывода, если носитель не определен;

– ручной ввод с устройства любого типа, например с клавиатуры;

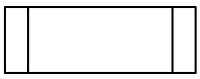


– отображение данных в удобочитаемой форме на устройстве, например дисплее.

Символы процесса:



– ***процесс*** – отображение функции обработки данных, т.е. операции, приводящей к изменению указанного значения;



– ***предопределенный процесс*** – отображение группы операций, которые определены в другом месте, например в подпрограмме (функции);

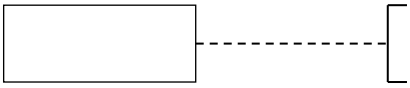
– ***решение*** – отображение функции, имеющей один вход и ряд альтернативных выходов, из которых только один может быть активизирован после анализа условия, указанного внутри этого символа.

Символы линий – отображают поток данных или управления. Линии – горизонтальные или вертикальные, имеющие только прямой угол перегиба. Стрелки – указатели направления не ставятся, если управление идет сверху вниз или слева направо.

Специальные символы

Соединитель – используется при обрыве линии и продолжении ее в другом месте (необходимо присвоить название).

Терминатор – вход из внешней среды или выход во внешнюю среду (начало или конец схемы программы).



Комментарий.

Способы реализации алгоритмов

Любую программу можно разбить на блоки, реализованные в виде алгоритмов (процессов), которые можно разделить на три вида:

1) линейные (единственное направление выполнения);

2) разветвляющиеся (направление выполнения определяет условие);

3) циклические (отдельные участки вычислений выполняются многократно).

Любой циклический процесс включает в себя участок с разветвлением и может быть простым и сложным (вложенным).

Для решения вопроса о том, сколько раз нужно выполнить цикл, используется анализ переменной, которую называют параметром цикла.

Циклический процесс, в котором количество повторений заранее известно, называется циклом по счетчику, а циклический процесс, в котором количество повторений заранее неизвестно и зависит от получаемого в ходе вычислений результата, называют итерационным.

Пример простейшего линейного процесса

Наиболее часто в практике программирования требуется организовать расчет некоторого арифметического выражения при различных исходных данных. Например, такого:

$$z = \frac{tg^2 x}{\sqrt{x^2 + m^2}} + x^{(m+1)} \sqrt{x^2 + m^2} \ ,$$

где $x > 0$ – вещественное, m – целое.

Разработка алгоритма обычно начинается с составления схемы. Продумывается оптимальная последовательность вычислений, при которой, например, отсутствуют повторения. При написании алгоритма рекомендуется переменным присваивать те же имена, которые фигурируют в заданном арифметическом выражении либо иллюстрируют их смысл.

Для того чтобы не было «длинных» операторов, исходное выражение полезно разбить на ряд более простых. В нашей задаче предлагается схема вычислений, представленная на рис. 1.1.

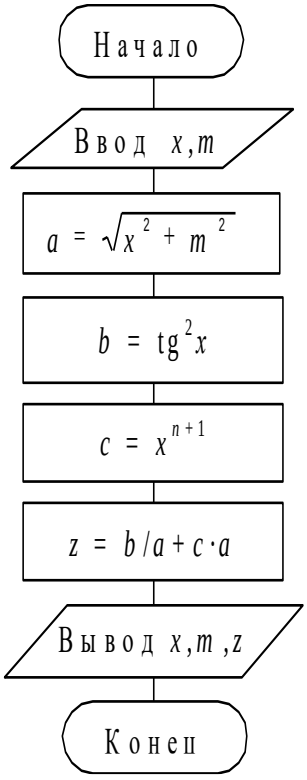


Рис. 1.1. Схема линейного процесса

Она содержит ввод и вывод исходных данных, линейный вычислительный процесс, вывод полученного результата. Заметим, что выражение $\sqrt{x^2+m^2}$ вычисляется только один раз. Введя дополнительные переменные *a*, *b*, *c*, мы разбили сложное выражение на ряд более простых.

Пример циклического процесса

Вычислить значение функции $y = \sin x$, представленной в виде разложения в ряд, с заданной точностью, т.е. до тех пор, пока разность между соседними слагаемыми не станет меньше заданной точности:

$$y = \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots.$$

Схема алгоритма, приведенная на рис. 1.2, реализует циклический процесс, в состав которого (в блоке проверки $|E| < eps$) входит участок разветвления.

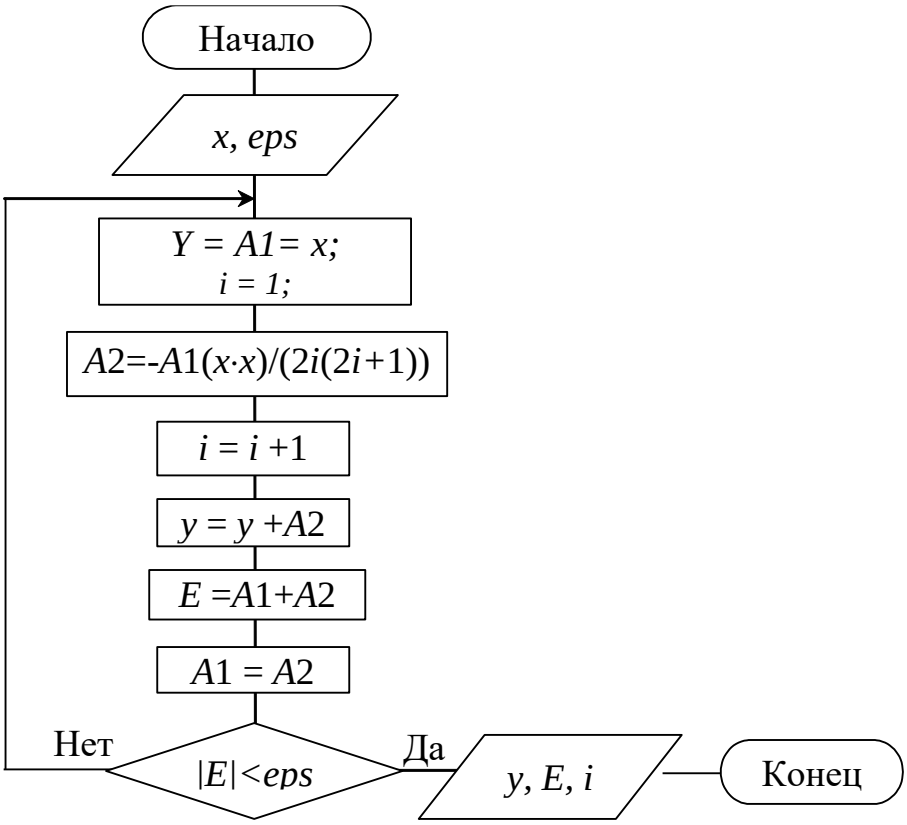


Рис. 1.2. Схема циклического алгоритма