

Szorgalmi - I/C

Elméleti mechanika A

2025.10.19.

C, Gerjesztett csillapított harmonikus oszcillátor

Vegyünk egy gerjesztett csillapított harmonikus oszcillátor, aminek mozgásegyenlete:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2\gamma \dot{x} = f(t)$$

Ezt szeretnénk megoldani egy szinuszos gerjesztésre. Ehhez:

- (a) Írjuk fel a rendszer $G(t)$ Green-függvényére vonatkozó egyenletet! (0.5 pont)

- (b) Alkalmazzunk ennek mindkét oldalára egy Fourier-transzformációt ω -térbe, amivel $\partial_t \rightarrow i\omega$. Rendezzük az egyenletet G_ω -ra. (0.5 pont)

- (c) Transzformáljuk vissza az így kapott egyenlet mindkét oldalát idő-térbe, ezzel megkapva $G(t)$ alakját. Az így kapott integrált oldjuk meg a Reziduuum-tétel segítségével! Ha jól dolgoztunk, akkor a megoldásunk alakja

$$G(t) = \frac{\sin(\tilde{\omega}t)}{\tilde{\omega}} e^{-\gamma t}$$

(2.5 pont)

- (d) Az így kapott függvényből (kiegészítve egy $\Theta(t)$ -vel, ha esetleg nem vettük figyelembe) megkapjuk a rendszer rendes Green függvényét. Ennek segítségével írjuk fel a rendszer válaszát egy

$$f(t) = \Theta(t) f_0 \sin \Omega t$$

gerjesztésre integrális alakban.

(1.5 pont)

- (e) Oldjuk meg ezt az integrált kedvenc számítógépes szimbolikus megoldónkkal (*Wolfram, Symbolab, etc.*) arra a speciális esetre, ahol $\Omega = \tilde{\omega} = \gamma = 1$! Ha $t \gg 1$, milyen alakhoz tart a megoldás, és hol vannak ennek a zérushelyei?

(2 pont)