Zadanie 01

Klątwa wymiaru

Celem zadania jest sprawdzenie jak zachowują się pewne wartości wraz ze wzrostem wymiarowości przestrzeni. Na każde z zadanych pytań da się oczywiście odpowiedzieć poprzez analityczne wyprowadzenie wzorów opisujących dane zależności. Tym razem chcemy jednak poćwiczyć również pracę z niedeterministycznymi algorytmami (i raportowanie ich rezultatów) – dlatego skorzystamy z metody Monte Carlo. Przyjmujemy też, że odległością jest zawsze odległość Euklidesa.

Do zrealizowania są następujące sprawy.

- Zapełniamy hipersześcian losowymi punktami o równomiernym rozkładzie (każdy punkt ma taką samą szansę na bycie wylosowanym).
- Z wygenerowanych punktów losujemy (bez zwracania) dwie pary. Punkty z każdej pary wyznaczają pewien wektor (są jego początkiem i końcem). Jaki jest kąt między dwoma wylosowanymi wektorami? Losowanie powtórz wielokrotnie. Jak wygląda rozkład otrzymanych kątów?
- Ponownie losujemy, ale tym razem tylko jedną parę. Pierwszy z wylosowanych punktów wyznacza środek pewnej kuli, a odległość do drugiego z nich jest jej promieniem. Jaka część wygenerowanych początkowo punktów znalazła się wewnątrz takiej kuli?
- Wylosujmy jeden punkt, a następnie parę innych punktów (łącznie 3 punkty). Obliczmy odległość między startowym punktem i każdym z dwóch pozostałych. Jakim % średniej z tych dwóch odległości jest różnica między nimi?

Każdą z tych kwestii rozpatrujemy wielokrotnie.

- Po pierwsze: musimy powtórzyć eksperyment dla każdej rozważanej liczby wymiarów, by możliwe było zaobserwowanie jak wymiarowość wpływa na rezultaty.
- Po drugie: dla tej samej liczby wymiarów eskperyment również musi być powtórzony wielokrotnie, gdyż wynik jednego losowania nie jest miarodajny.

Dla wszystkich podpunktów tworzymy odpowiednie wykresy (liniowy, punktowy, histogram - co akurat pasuje), dobierając rozsądny (pozwalający na skończenie obliczeń tego samego wieczora;]) zakres badanych wymiarów i liczbę punktów generowanych we wnętrzach sześcianów. W konsekwencji - typowy wykres powinien przedstawiać średni rezultat z rozsądnej liczby powtórzeń eksperymentu oraz jego odchylenie standardowe, zaprezentowane jako tzw. error-bars (tylko w ten sposób można wiarygodnie przedstawiać informacje z obserwacji zjawisk losowych). Na przyszłość przypominam również o podpisywaniu osi i uwzględnianiu informacji o jednostkach (jeżeli takowe występują). Warto wykorzystać zadanie jako pretekst do oswojenia się z wybraną biblioteką do rysowania wykresów (jeżeli takiej jeszcze nie mamy).

PS. Przypominam, że w ramach zadania wrzucamy raport w formacie PDF i ZIP z kodem.