Közelítő és szimbolikus számítások haladóknak

esszé instrukciók

2017/18 tavaszi félév

Leadás módja, határidők

Az elkészült esszé beküldésének módja:

- email-ben a `tvinko@inf.u-szeged.hu` címre
- a fájlok nevei: `neptunkód_khe.m` (MATLAB kód) és `neptunkód_khe.pdf` (szöveges rész)
- a levél törzse lehet üres is

Leadási határidő: **2018. május 14 (hétfő) reggel 9 óra.**

Az esszére kapható maximális pontszám: $35 + 5 = 40$ pont. Minimum 20 pontot el kell érni.

Késés esetén: naponta -3 pont a végső pontszámból (35-ről indul visszafelé, tehát aki azon a héten vasárnap (május 20) küldi el, az bukta a félévet).

Általános útmutató

KÉREK MINDENKIT, HOGY FIGYELMESEN OLVASSA ÁT ÉS TARTSA BE A LEÍRTAKAT.

- A bevezetés tartalmazza röviden a probléma felvetését és a megoldások vázlatos leírását. Pár mondat elég.
- A kapcsolódó programokat MATLAB-ban vagy Octave-ban kell megírni.
- Legalább 30 különböző, véletlenszerűen generált és különböző méretű feladatra le kell tesztelni az elkészült eljárást. Legyen úgy, hogy 10 darab valós (lebegőpontos) számokat tartalmazó, 10 darab egész számokat tartalmazó, és további 10 darab az [1 1000] intervallumból véletlenül választott egész számokat tartalmazó mátrixot gyártasz. Ehhez használd a beépített eljárásokat.
- A megírt eljárást mindenképpen hasonlítsuk össze a MATLAB/Octave beépített eljárásával mind pontosság, mind pedig végrehajtási idő szempontjából. Nem baj, ha a MATLAB/Octave gyorsabb...
- A teszteredményekről készítsünk ábrákat (pl x-tengely: feladatok mérete, y-tengely: végrehajtási idő, stb.) és ezek az ábrákat röviden tárgyaljuk is

Az elkészült MATLAB függvényeket és kódokat `.m` fájlban, és az ezt tárgyaló esszét (szöveg és futtatási ábrák) egy `.pdf` fájlban kell beküldeni. Figyelem, csak és kizárólag ezek a formátumok az elfogadhatóak, `.doc` állományokat például nem tudok megnyitni. A pdf fájlba *nem* kell bemásolni a MATLAB/Octave kódokat.

Feladat (max 35 pontig)

A gyakorlaton elkészítettük a **QR** fölbontást előállító algoritmust Householder mátrixokkal. Az elkészített MATLAB függvényt itt az összehasonlítás végett kell használnod. Ha akarod, újraírhatod a Householder mátrixot használó eljárást.

A feladat ezután már kitalálható: mivel gyakorlaton nincs idő elkészíteni a Givens mátrixos változatot, ezért az esszé feladata azt megcsinálni.

Készítsd el tehát

- egyrészt a `G=GM(p,q,st,ct)` függvényt MATLAB-ban, amely a megfelelő forgatómátrixot állítja elő. Itt `st` és `ct` rendre a $\sin\theta$ és $\cos\theta$ értékeket tartalmazzák[1]
- valamint azt az eljárást, amely egy tetszőleges méretű, négyzetes, valós számokat tartalmazó $\mathbf{A}$ mátrixra elkészíti annak a $\mathbf{QR}$ fölbontását.
- így néz ki mindez: `[Q R] = GQR(A)`

A teszteléshez

- készíts összehasonlítást a 30 random mátrix fölbontására: a `GQR`, a `HQR` és a MATLAB/Octave beépített `qr` eljárásával futási idő szempontjából. Javasolom nagyobbacska mátrixok használatát, hogy ne századmásodpercekig tartson egy-egy fölbontás, mert akkor nincs értelme az összehasonlításnak. Ez így 6 darab ábra:
  - `GQR` a `HQR` ellen,
  - `GQR` a `qr` ellen,
  - minden esetben a 10-10-10 különböző típusú mátrixra (valós, egész, nagyobb méretű egész - lásd fentebb).

  Itt az x tengelyeken a mátrixok mérete (javaslom, hogy növekedjen a méret), az y tengelyen pedig másodpercben a futási idő legyen föltüntetve.
- ugyanerre a 3 módszerre készíts összehasonlítást pontosság szempontjából is (ez is 6 darab ábra lesz). Itt az x tengelyeken a mátrixok mérete, az y tengelyen pedig a $\|\mathbf{B} - \mathbf{A}\|_F$ Frobenius norma eredménye, ahol az $\mathbf{A}$ mátrix a mindenkori input mátrixot jelöli, $\mathbf{B}$ pedig az eljárások által visszaadott $\mathbf{Q}$ és $\mathbf{R}$ mátrixok szorzata. Például:

  ```
  > A = rand(200)
  > [Q R] = HQR(A)
  > B = Q*R
  > norm(B-A, 'fro')
  ```

FONTOS, hogy minden ábrához legyen 1-2 mondatos magyarázó szöveg.

EXTRA rész (+5 pontért)

Az alapfeladat megoldása esetén tehát maximum 35 pontot lehet elérni. Az extra 5 pontot a fentiek finomítására lehet még összegyűjteni. A következőről van szó:

- az előadáson tanultuk, hogy a Householder mátrixokkal történő szorzás költsége $\mathcal{O}(n^2)$, azonban ez csak akkor van így, ha azt az órán vázolt módszerrel hajtuk végre.
- ugyanez vonatkozik a Givens mátrixokkal történő szorzásra is, de ott $\mathcal{O}(n)$ lesz a műveletigény.

A feladat egyszerű: módosítsuk úgy a `HQR` és `GQR` eljárásokat, hogy ne naív módon végezzék a mátrixszorzásokat, hanem a gyorsított formában. Ennek tanulmányozásához javaslom a jegyzet ide vonatkozó részeit.

Valami nem világos?

Bármilyen fölmerülő kérdés esetén keressetek: email-ben, coospace fórumon, vagy személyesen.

[1] mint azt előadáson vettük, nem a θ értékét kell kiszámolnunk, hanem a $\sin\theta$ és $\cos\theta$ értékeket - lásd előadás jegyzet