

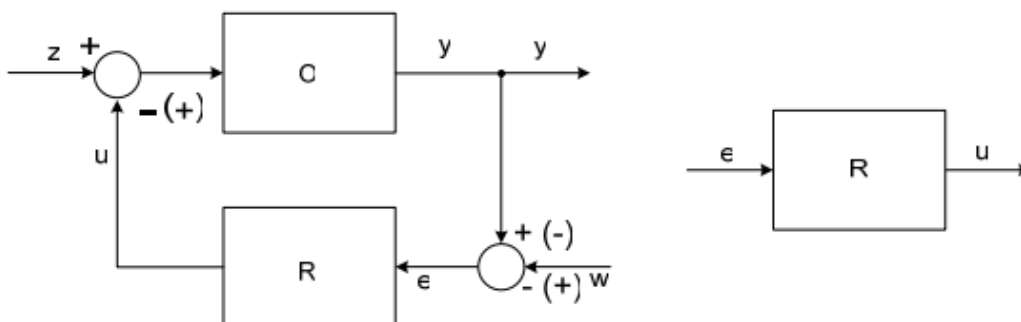
| Laboratorium Podstaw Automatyki<br>Ćwiczenie 4 – Charakterystyki czasowe i częstotliwościowe |          |   |
|--|----------|---|
| Nazwisko Imię  | Grupa    | Data i godzina zajęć                    |
| Szczypek Jakub   | Grupa 5a | 28.03.2022r. godz.17.00<br>Poniedziałek |

## 1. Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z charakterystykami czasowymi i częstotliwościowymi podstawowych typów regulatorów ciągłych PI, PD, PID, oraz ich implementacja dla przykładowych parametrów w programie Matlab.

## 2. Wstęp teoretyczny:

Usytuowanie regulatora w układzie regulacji automatycznej zostało przedstawione na poniższym rysunku. Sygnałem wejściowym jest odchylenie regulacji  $e=y-w$ , a wyjściowym – sygnał sterujący  $u$ .



Rys. 1 - Regulator w układzie regulacji automatycznej ( źródło: M.Żelazny „ Podstawy Automatyki”)

Regulator PID pracuje w pętli sprzężenia zwrotnego, oblicza wartość uchybu jako różnicę pomiędzy pożądaną wartością zadaną i zmierzoną wartością zmiennej procesu i działa w taki sposób, by zredukować uchyb poprzez odpowiednie dostosowanie sygnału podawanego na wejście regulowanego obiektu.

Regulator PID to regulator stosowany w układach regulacji składający się z trzech członów: proporcjonalnego, całkującego i różniczkującego. Najczęściej jego celem jest utrzymanie wartości wyjściowej na określonym poziomie, zwanym wartością zadaną.

Podstawowe rodzaje regulatorów o działaniu ciągłym lub quasi-ciągłym realizują funkcje PID (działania: P – proporcjonalne, I – całkujące, D – różniczkujące).

Dla liniowych regulatorów o działaniu ciągłym algorytm PID ma postać:

- idealny:

$$G(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

- rzeczywisty:

$$G(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{Ts + 1} \right)$$

Poglądowo działanie tych członów w odniesieniu do czasu można zinterpretować następująco:

- działanie członu P kompensuje uchyb bieżący
- działanie członu I kompensuje uchyb z przeszłości
- działanie członu D kompensuje przewidywane uchyby w przyszłości

### 3. Wykonanie ćwiczenia

**1. Regulator PI** o transmitancji:

$$G(s) = k \left( 1 + \frac{I}{T_i s} \right)$$

Wyznaczanie odpowiedzi skokowych:

```
k1 = 2;
k2 = 4;
k3 = 6;
Ti_1 = 5;           %definicja parametrów regulatorów
Ti_2 = 7;
Ti_3 = 9;
t = linspace(0, 50); %wektor czasu

licz1 = [k1*Ti_1, k1];           %zapisywanie licznik transmitancji
mian1 = [Ti_1, 0];               %zapisywanie mianownika transmitancji

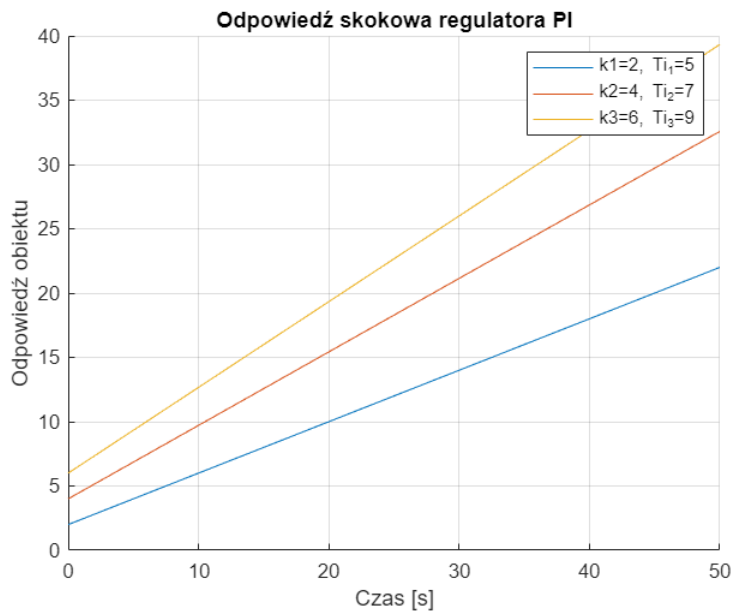
licz2 = [k2*Ti_2, k2];
mian2 = [Ti_2, 0];

licz3 = [k3*Ti_3, k3];
mian3 = [Ti_3, 0];
```

```

figure
hold on
[y1, ~, t1] = step(licz1, mian1, t);
[y2, ~, t2] = step(licz2, mian2, t);    %zapis funkcji odpowiedzi skokowej
[y3, ~, t3] = step(licz3, mian3, t);
plot(t1, y1, t2, y2, t3, y3)
title('Odpowiedź skokowa regulatora PI')
legend('k1=2, Ti_1=5', 'k2=4, Ti_2=7', 'k3=6, Ti_3=9')
xlabel("Czas [s]")
ylabel("Odpowiedź obiektu")
grid on
hold off

```



Wyznaczanie charakterystyki amplitudowo fazowej:

```

k1 = 2;
k2 = 4;
k3 = 6;
Ti_1 = 5;
Ti_2 = 7;
Ti_3 = 9;
t = linspace(0, 50);

licz1 = [k1*Ti_1, k1];
mian1 = [Ti_1, 0];

licz2 = [k2*Ti_2, k2];

```

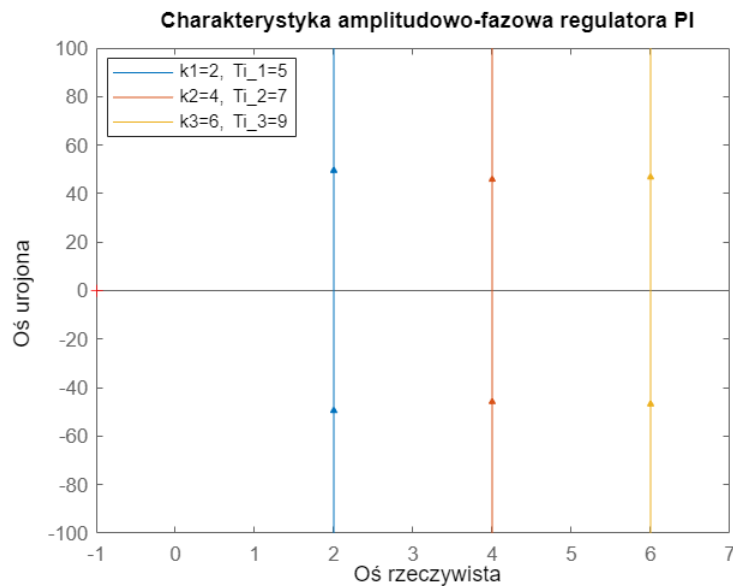
```

mian2 = [Ti_2, 0];

licz3 = [k3*Ti_3, k3];
mian3 = [Ti_3, 0];

figure
hold on
nyquist(licz1,mian1)
nyquist(licz2,mian2)
nyquist(licz3,mian3)
title("Charakterystyka amplitudowo-fazowa regulatora PI")
legend('k1=2, Ti_1=5', 'k2=4, Ti_2=7', 'k3=6, Ti_3=9', location = "best")
xlabel("Oś rzeczywista")
ylabel("Oś urojona")
hold off

```



Moduł i faza w skali logarytmicznej:

```

k1 = 2;
k2 = 4;
k3 = 6;
Ti_1 = 5;
Ti_2 = 7;
Ti_3 = 9;
t = linspace(0, 50);

licz1 = [k1*Ti_1, k1];
mian1 = [Ti_1, 0];

```

```

licz2 = [k2*Ti_2, k2];
mian2 = [Ti_2, 0];

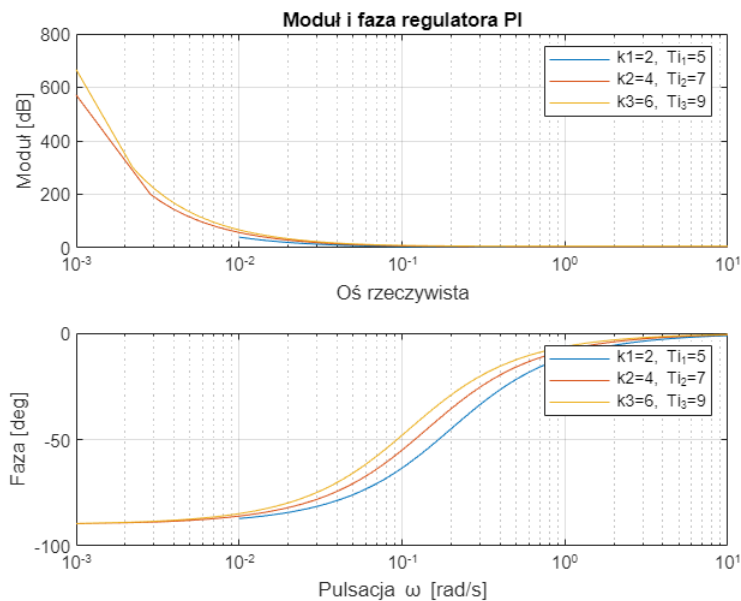
licz3 = [k3*Ti_3, k3];
mian3 = [Ti_3, 0];

[mag1, ph1, w1] = fbode(licz1, mian1);
[mag2, ph2, w2] = fbode(licz2, mian2);
[mag3, ph3, w3] = fbode(licz3, mian3);

figure
subplot(2,1,1)
semilogx(w1, mag1, w2, mag2, w3, mag3)
title("Moduł i faza regulatora PI")
legend('k1=2, Ti_1=5', 'k2=4, Ti_2=7', 'k3=6, Ti_3=9')
xlabel("Oś rzeczywista")
ylabel("Moduł [dB]")
grid on

subplot(2,1,2)
semilogx(w1, ph1, w2, ph2, w3, ph3)
legend('k1=2, Ti_1=5', 'k2=4, Ti_2=7', 'k3=6, Ti_3=9')
xlabel("Pulsacja \omega [rad/s]")
ylabel("Faza [deg]")
grid on

```



## 2. Regulator PD o transmitancji:

$$G(s) = k \left( 1 + \frac{T_d s}{T_s + 1} \right), T < 0.1 T_d$$

Wyznaczanie odpowiedzi skokowych:

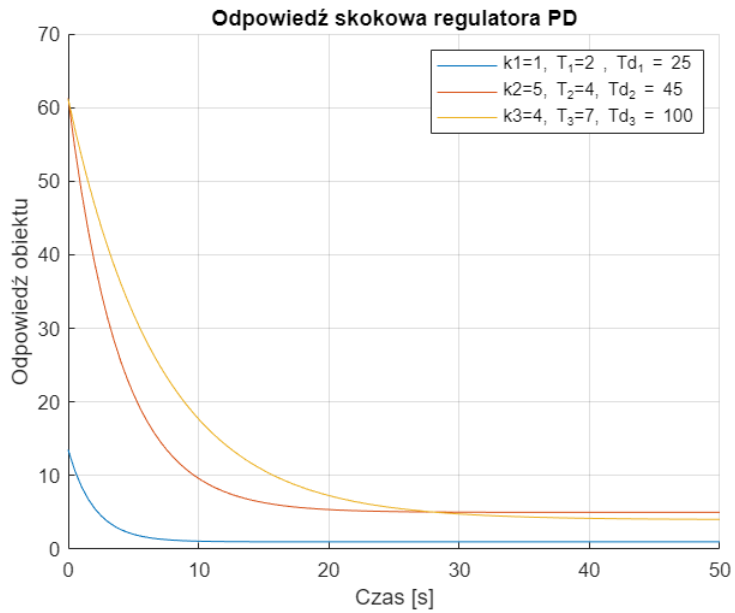
```
k1 = 1;
k2 = 5;
k3 = 4;
T_1 = 2;
T_2 = 4;
T_3 = 7;
Td_1 = 25;
Td_2 = 45;
Td_3 = 100;
t = linspace(0, 50);

licz1 = [k1*(T_1 +Td_1), k1];
mian1 = [T_1, 1];

licz2 = [k2*(T_2 +Td_2), k2];
mian2 = [T_2, 1];

licz3 = [k3*(T_3 +Td_3), k3];
mian3 = [T_3, 1];

figure
hold on
[y1, ~, t1] = step(licz1, mian1, t);
[y2, ~, t2] = step(licz2, mian2, t);
[y3, ~, t3] = step(licz3, mian3, t);
plot(t1, y1, t2, y2, t3, y3)
title('Odpowiedź skokowa regulatora PD')
legend('k1=1, T_1=2 , Td_1 = 25', 'k2=5, T_2=4, Td_2 = 45', 'k3=4, T_3=7, Td_3 = 100')
xlabel("Czas [s]")
ylabel("Odpowiedź obiektu")
grid on
hold off
```



Wyznaczanie charakterystyki amplitudowo fazowej:

```
k1 = 1;
k2 = 5;
k3 = 4;
T_1 = 2;
T_2 = 4;
T_3 = 7;
Td_1 = 25;
Td_2 = 45;
Td_3 = 100;
t = linspace(0, 50);

licz1 = [k1*(T_1 +Td_1), k1];
mian1 = [T_1, 1];

licz2 = [k2*(T_2 +Td_2), k2];
mian2 = [T_2, 1];

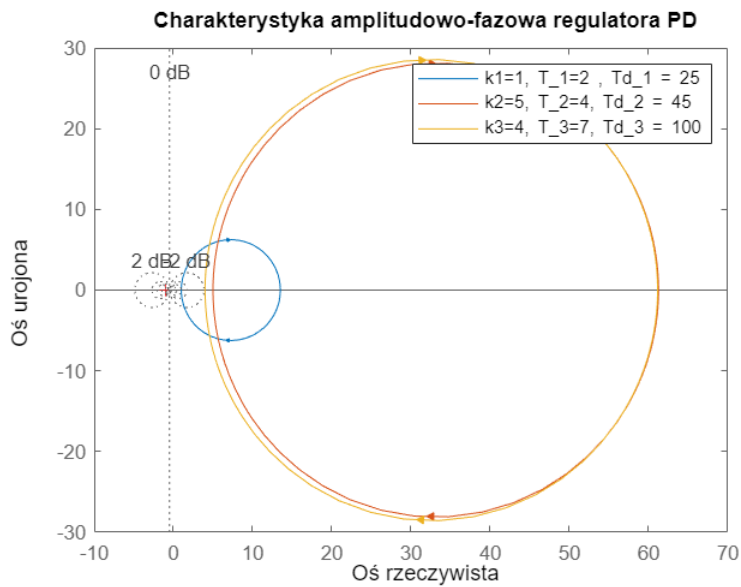
licz3 = [k3*(T_3 +Td_3), k3];
mian3 = [T_3, 1];

figure
hold on
nyquist(licz1,mian1)
nyquist(licz2,mian2)
nyquist(licz3,mian3)
```

```

title("Charakterystyka amplitudowo-fazowa regulatora PD")
legend('k1=1, T_1=2 , Td_1 = 25', 'k2=5, T_2=4, Td_2 = 45', 'k3=4, T_3=7, Td_3 = 100')
xlabel("Oś rzeczywista")
ylabel("Oś urojona")
grid on
hold off

```



Moduł i faza w skali logarytmicznej:

```

k1 = 1;
k2 = 5;
k3 = 4;
T_1 = 2;
T_2 = 4;
T_3 = 7;
Td_1 = 25;
Td_2 = 45;
Td_3 = 100;
t = linspace(0, 50);

licz1 = [k1*(T_1 +Td_1), k1];
mian1 = [T_1, 1];

licz2 = [k2*(T_2 +Td_2), k2];
mian2 = [T_2, 1];

```



```

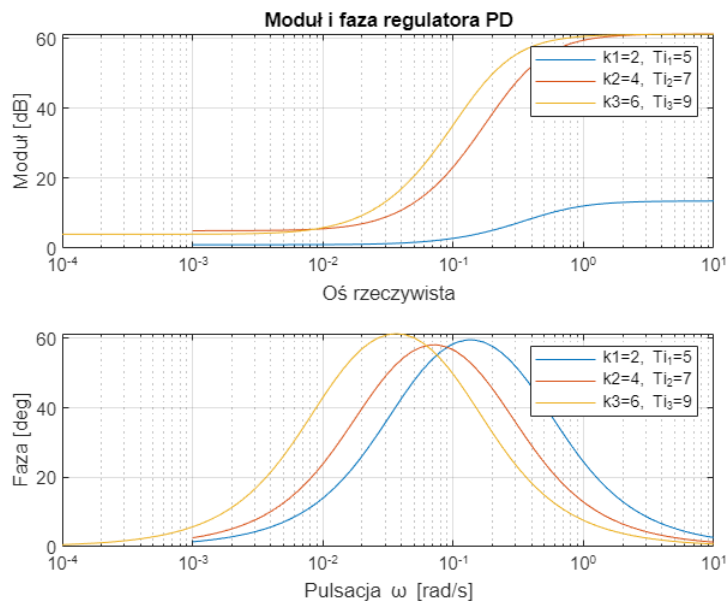
licz3 = [k3*(T_3 +Td_3), k3];
mian3 = [T_3, 1];

[mag1, ph1, w1] = fbode(licz1, mian1);
[mag2, ph2, w2] = fbode(licz2, mian2);
[mag3, ph3, w3] = fbode(licz3, mian3);

figure
subplot(2,1,1)
semilogx(w1, mag1, w2, mag2, w3, mag3)
title("Moduł i faza regulatora PD")
legend('k1=2, Ti_1=5', 'k2=4, Ti_2=7', 'k3=6, Ti_3=9')
xlabel("Oś rzeczywista")
ylabel("Moduł [dB]")
grid on

subplot(2,1,2)
semilogx(w1, ph1, w2, ph2, w3, ph3)
legend('k1=2, Ti_1=5', 'k2=4, Ti_2=7', 'k3=6, Ti_3=9')
xlabel("Pulsacja \omega [rad/s]")
ylabel("Faza [deg]")
grid on

```



### 3. Regulator PID o transmitancji:

$$G(s) = k \left( 1 + \frac{I}{T_i s} + \frac{T_d s}{Ts + I} \right), T < 0.1 T_d$$

Wyznaczanie charakterystyki skokowej:

```
k1 = 5;
k2 = 2;
k3 = 10;
T_1 = 5;
T_2 = 3;
T_3 = 9;
Td_1 = 80;
Td_2 = 60;
Td_3 = 100;
Ti_1 = 12;
Ti_2 = 15;
Ti_3 = 17;
t = linspace(0, 50);

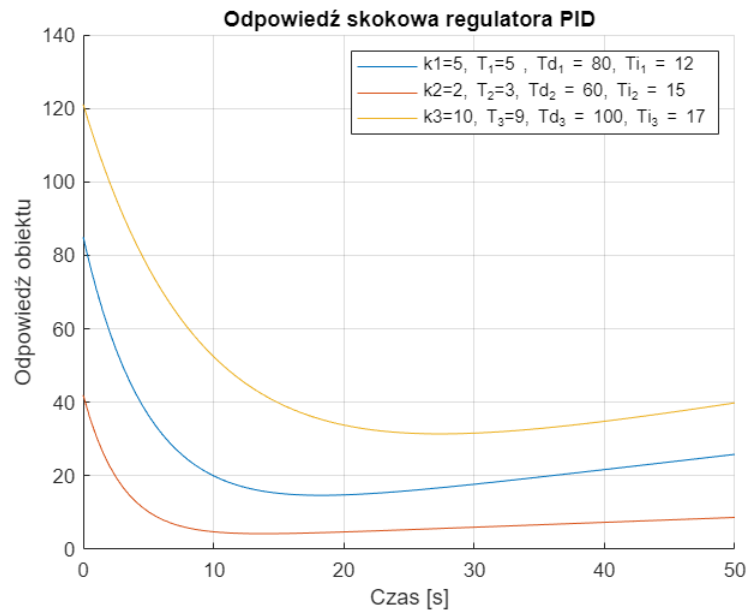
licz1 = [k1*Ti_1*(T_1+Td_1), k1*(T_1+Ti_1), k1];
mian1 = [Ti_1*T_1, Ti_1, 0];

licz2 = [k2*Ti_2*(T_2+Td_2), k2*(T_2+Ti_2), k2];
mian2 = [Ti_2*T_2, Ti_2, 0];

licz3 = [k3*Ti_3*(T_3+Td_3), k3*(T_3+Ti_3), k3];
mian3 = [Ti_3*T_3, Ti_3, 0];

figure
hold on
[y1, ~, t1] = step(licz1, mian1, t);
[y2, ~, t2] = step(licz2, mian2, t);
[y3, ~, t3] = step(licz3, mian3, t);
plot(t1, y1, t2, y2, t3, y3)
title('Odpowiedź skokowa regulatora PID')
legend('k1=5, T_1=5 , Td_1 = 80, Ti_1 = 12', 'k2=2, T_2=3, Td_2 = 60, Ti_2 = 15', 'k3=10, T_3=9, Td_3 = 100, Ti_3 = 17')
xlabel("Czas [s]")
ylabel("Odpowiedź obiektu")
grid on
```

hold off



Wyznaczanie charakterystyki amplitudowo fazowej:

```
k1 = 5;
k2 = 2;
k3 = 10;
T_1 = 5;
T_2 = 3;
T_3 = 9;
Td_1 = 80;
Td_2 = 60;
Td_3 = 100;
Ti_1 = 12;
Ti_2 = 15;
Ti_3 = 17;
t = linspace(0, 50);

licz1 = [k1*Ti_1*(T_1+Td_1), k1*(T_1+Ti_1), k1];
mian1 = [Ti_1*T_1, Ti_1, 0];

licz2 = [k2*Ti_2*(T_2+Td_2), k2*(T_2+Ti_2), k2];
mian2 = [Ti_2*T_2, Ti_2, 0];

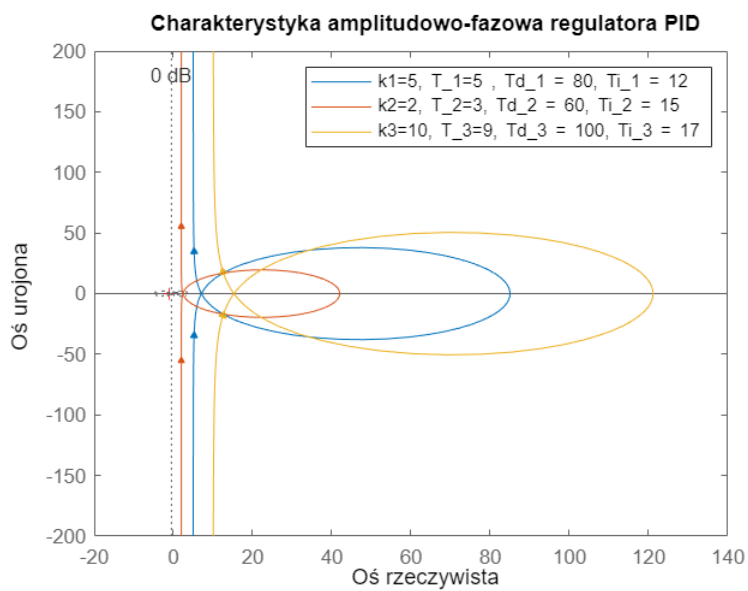
licz3 = [k3*Ti_3*(T_3+Td_3), k3*(T_3+Ti_3), k3];
mian3 = [Ti_3*T_3, Ti_3, 0];

figure
```

```

hold on
nyquist(licz1,mian1)
nyquist(licz2,mian2)
nyquist(licz3,mian3)
title("Charakterystyka amplitudowo-fazowa regulatora PID")
legend('k1=5, T_1=5 , Td_1 = 80, Ti_1 = 12', 'k2=2, T_2=3, Td_2 = 60, Ti_2 = 15', 'k3=10, T_3=9, Td_3 = 100, Ti_3 = 17')
xlabel("Oś rzeczywista")
ylabel("Oś urojona")
grid on
hold off

```



Moduł i faza w skali logarytmicznej:

```

k1 = 5;
k2 = 2;
k3 = 10;
T_1 = 5;
T_2 = 3;
T_3 = 9;
Td_1 = 80;
Td_2 = 60;
Td_3 = 100;
Ti_1 = 12;
Ti_2 = 15;
Ti_3 = 17;
t = linspace(0, 50);

```

```
licz1 = [k1*Ti_1*(T_1+Td_1), k1*(T_1+Ti_1), k1];  
mian1 = [Ti_1*T_1, Ti_1, 0];
```

```
licz2 = [k2*Ti_2*(T_2+Td_2), k2*(T_2+Ti_2), k2];  
mian2 = [Ti_2*T_2, Ti_2, 0];
```

```
licz3 = [k3*Ti_3*(T_3+Td_3), k3*(T_3+Ti_3), k3];  
mian3 = [Ti_3*T_3, Ti_3, 0];
```

```
[mag1, ph1, w1] = fbode(licz1, mian1);  
[mag2, ph2, w2] = fbode(licz2, mian2);  
[mag3, ph3, w3] = fbode(licz3, mian3);
```

```
figure
```

```
subplot(2,1,1)
```

```
semilogx(w1, mag1, w2, mag2, w3, mag3)
```

```
title("Moduł i faza regulatora PID")
```

```
legend('k1=5, T_1=5 , Td_1 = 80, Ti_1 = 12', 'k2=2, T_2=3, Td_2 = 60, Ti_2 =  
15', 'k3=10, T_3=9, Td_3 = 100, Ti_3 = 17')
```

```
xlabel("Oś rzeczywista")
```

```
ylabel("Moduł [dB]")
```

```
grid on
```

```
subplot(2,1,2)
```

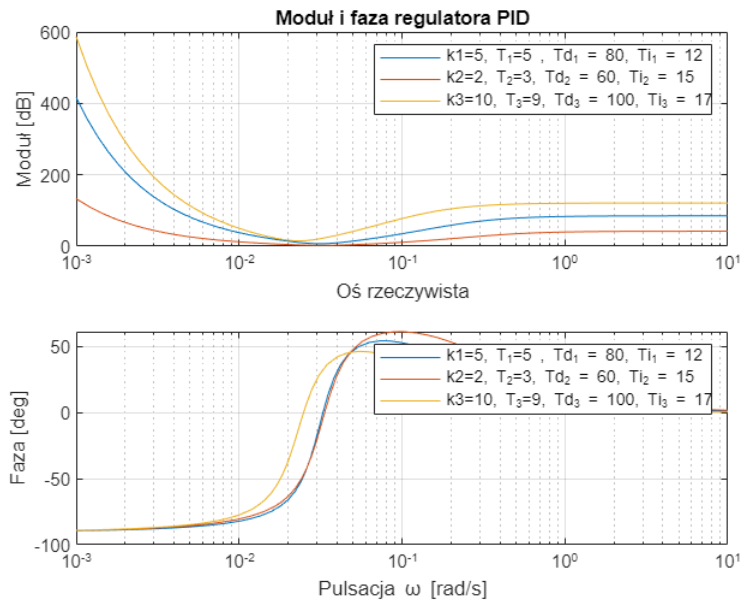
```
semilogx(w1, ph1, w2, ph2, w3, ph3)
```

```
legend('k1=5, T_1=5 , Td_1 = 80, Ti_1 = 12', 'k2=2, T_2=3, Td_2 = 60, Ti_2 =  
15', 'k3=10, T_3=9, Td_3 = 100, Ti_3 = 17')
```

```
xlabel("Pulsacja \omega [rad/s]")
```

```
ylabel("Faza [deg]")
```

```
grid on
```



## 4. Wnioski

Dzięki realizacji tego ćwiczenia zapoznałem się z charakterystykami czasowymi i częstotliwościowymi podstawowych typów regulatorów ciągłych typu PD, PI i PID dla różnych zestawów parametrów. Dzięki programowi Matlab mogłem przeprowadzić symulacje i sprawdzić jak dla podanych danych wejściowych będzie zachowywał się regulator.

W pierwszym badanym regulatorze, widać że wzrost wzmocnienia  $k$  zwiększa kąt nachylenia prostej. Jest to regulator liniowy, a z powodu członu I nie jest zbyt szybki w reakcji.

W drugim regulatorze PD na podstawie wykresu można zaobserwować, że odpowiedź skokowa jest malejącą funkcją homograficzną. Zwiększanie parametry  $T_d$  powoduje odsunięcie się wykresu od punktu (0,0). Charakterystyka amplitudowo-fazowa jest w kształcie elipsy której zmienny promień zależy przede wszystkim od wzmocnienia  $k$ .

W 3 regulatorze PID na podstawie wykresu odpowiedzi skokowej można zaobserwować, że mniejsze wartości uzyskujemy zwiększając wartość  $T_i$ . Charakterystyka amplitudowo-fazowa zatacza pętlę, a na wykresie Bodego widać że w okolicach pulsacji 1 rad/s amplituda zbiega do zera następnie gwałtownie się odbija. Natomiast faza wszystkich różnych charakterystyk zbiega dla pulsacji około 10 rad/s.