Laboratorium Podstaw Automatyki **Ćwiczenie 7 – Stabilność zamkniętego układu regulacji**		
Nazwisko Imię	**Grupa**	**Data i godzina zajęć**
Szczypek Jakub	Grupa 5a	09.05.2022r. godz.17.00 Poniedziałek

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było zapoznanie się z badaniem stabilności zamkniętego układu regulacji automatycznej z wykorzystaniem: kryterium Nyquista oraz kryterium Hurwitza.

2. Wstęp teoretyczny

Stabilność jest cechą układu, polegającą na powracaniu do stanu równowagi stałej po ustaniu działania zakłócenia, które wytrąciło układ z tego stanu.

Jeżeli układ zamknięty opisany jest za pomocą liniowego równania różniczkowego:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 y = b_m \frac{d^m z}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} z}{dt^{m-1}} + \ldots + b_0 z$$

lub odpowiadającej mu transmitancji operatorowej:

$$G(s) = \frac{y(s)}{z(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ldots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_0} = \frac{M(s)}{N(s)}$$

to układ jest stabilny zgodnie z:

- **Kryterium Hurwitza**

Aby wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego:

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = 0$$

miały części rzeczywiste ujemne, muszą być spełnione następujące warunki:

a) wszystkie współczynniki równania istnieją i są większe od zera (jest to warunek konieczny, ale nie dostateczny)

b) podwyznaczniki Δi , od i = 2 do i = n-1, wyznacznika głównego Δn s większe od zera. Wyznacznik Δn, utworzony ze współczynników równania, ma n wierszy i n kolumn:

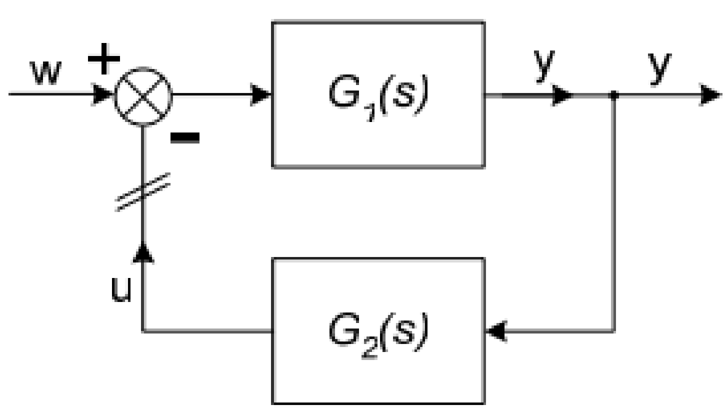
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & 0 & \dots \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & 0 & \dots \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & \dots \\ a_{n-7} & a_{n-6} & a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

Podwyznaczniki Δi maj postać:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n \\ a_{n-3} & a_{n-2} \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} \end{vmatrix}, \quad \dots\dots$$

- **Kryterium Nyquista**

Kryterium Nyquista ma duże znaczenie praktyczne, ponieważ pozwala badać stabilność układu zamkniętego na podstawie przebiegu charakterystyki częstotliwościowej układu otwartego, którą można wyznaczy zarówno analitycznie, jak i doświadczalnie. Rozpatrzmy układ liniowy o schemacie blokowym przedstawionym poniżej:



Transmitancja układu otwartego wynosi:

$$G_Z(s) = \frac{y(s)}{w(s)} = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$$

Przy czym:

$$N_O(s) = 0$$

jest równaniem charakterystycznym układu otwartego; zakładamy, że stopień tego równania równa się n.

Układ otwarty stabilny

Równanie charakterystyczne układu otwartego ma wszystkie pierwiastki w lewej półpłaszczyźnie zmiennej s. Zgodnie z kryterium Michajłowa:

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg} N_O(j\omega) = n\frac{\pi}{2}$$

Układ zamknięty będzie stabilny, jeżeli:

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg} N_Z(j\omega) = n\frac{\pi}{2}$$

Warunek stabilności układu zamkniętego można więc zapisać:

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg}[1 + G_O(j\omega)] = 0$$

Oznacza to, że wykres krzywej [1+ G (jω)] nie może obejmować początku układu współrzędnych (musi się zaczynać i kończyć na jednej prostej wychodzącej z początku układu). Ten sam warunek odniesiony do charakterystyki częstotliwościowej (amplitudowo-fazowej) układu otwartego Go(jw) będzie sformułowany jak następuje:

- Jeżeli otwarty układ regulacji automatycznej jest stabilny i jego charakterystyka amplitudowo-fazowa GO(j) dla pulsacji od 0 do + nie obejmuje punktu (-1,j0), to wtedy i tylko wtedy po zamknięciu będzie on równie stabilny.

- W przypadku złożonego kształtu krzywych GO(j) wygodnie jest posługiwać się wynikającą bezpośrednio z podanego kryterium tzw. „reguł lewej strony”, która mówi, że układ zamknięty jest stabilny wtedy, kiedy punkt (-1,j0) znajduje się w obszarze leżącym po lewej stronie charakterystyki GO(j), idąc w stronę rosnących w.

3. Przebieg ćwiczenia

W trakcie trwania ćwiczenia korzystano z zamkniętego układu regulacji, który składał się z obiektu o transmitancji:

$$G_o(s) = \frac{10}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

Oraz regulatora PID o transmitancji:

$$G_r(s) = k\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{Ts + 1}\right)$$

Ćwiczenie rozpoczęliśmy od stworzenia funkcji realizujących wyznaczanie transmitancji układu oraz sprawdzanie jego stabilności kryteriami Nyquista oraz Hurwitza. Napisano także funkcję, która wyznacza odpowiedź skokową modelu obiektu zamkniętego. Kod powyższych funkcji znajduje się poniżej:

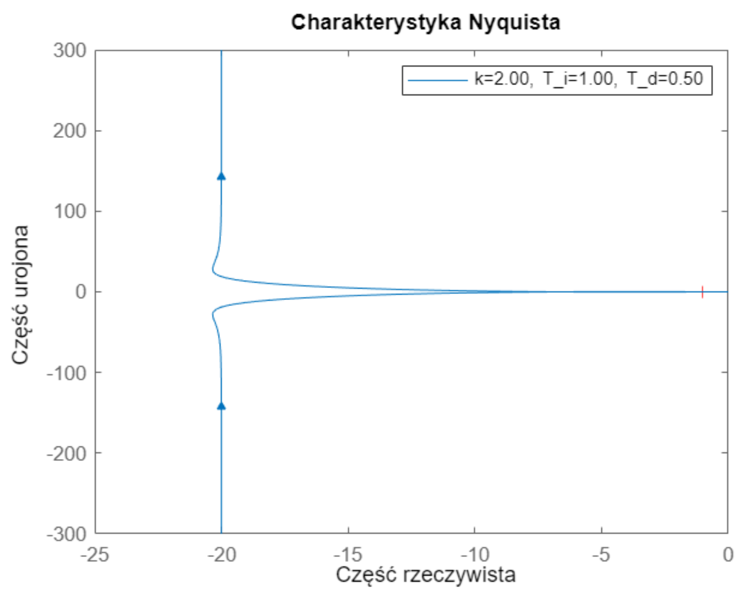
```matlab
function [] = testNyqusit(k, Ti, Td, T)

    liczO = 10;
    mianO = [1 2 2 1];

    liczR = [k*(Ti*T + Td*Ti) k*(Ti + T), k];
    mianR = [Ti*T Ti 0];

    [lo, mo] = series(liczO, mianO, liczR, mianR);

    figure
    nyquist(lo, mo);
    legend(sprintf('k=%2.2f, T_{i}=%2.2f, T_d=%2.2f', k, Ti, Td))
    xlabel("Część rzeczywista")
    ylabel("Część urojona")
    title("Charakterystyka Nyquista")
end
```

```
function [] = hurwitz(k, Ti, Td, T)
    licz0 = 10;
    mian0 = [1 2 2 1];

    liczR = [k*(Ti*T + Td*Ti) k*(Ti + T), k];
    mianR = [Ti*T Ti 0];

    [lo, mo] = series(licz0, mian0, liczR, mianR);
    [lz, mz] = cloop(lo, mo, -1);

    h1 = [mz(2)];
    h2 = [mz(2) mz(4) ; mz(1) mz(3)];
    h3 = [mz(2) mz(4) mz(6) ; mz(1) mz(3) mz(5) ; 0 mz(2) mz(4)];
    h4 = [mz(2) mz(4) mz(6) 0 ; mz(1) mz(3) mz(5) 0 ; 0 mz(2) mz(4) mz(6) ; 0 mz(1) mz(3) mz(5)];

    if(sign(det(h1)) > 0 && sign(det(h2)) > 0 && sign(det(h3)) > 0 && sign(det(h4)) > 0)
        h = msgbox(sprintf('k=%2.2f, T_i=%2.2f, T_d=%2.2f', k, Ti, Td), 'Układ stabilny', 'warn');
    else
        h = msgbox(sprintf('k=%2.2f, T_i=%2.2f, T_d=%2.2f', k, Ti, Td), 'Układ niestabilny', 'error');
    end

    set(h, 'position', [600 440 200 80])
end
```

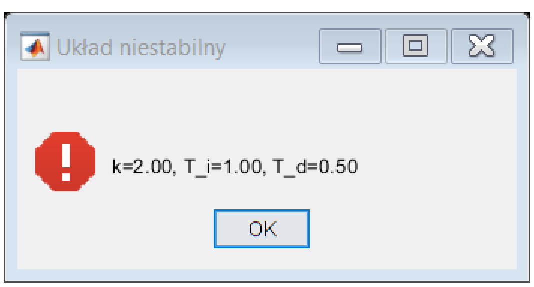
```
function [] = stepTest(k, Ti, Td, T)
    licz0 = 10;
    mian0 = [1 2 2 1];

    liczR = [k*(Ti*T + Td*Ti) k*(Ti + T), k];
    mianR = [Ti*T Ti 0];

    [lo, mo] = series(licz0, mian0, liczR, mianR);
    [lz, mz] = cloop(lo, mo, -1);

    figure
    step(lz, mz)
    legend(sprintf('k=%2.2f, T_{i}=%2.2f, T_d=%2.2f', k, Ti, Td))
    xlabel("Czas")
    ylabel("Odpowiedź obiektu")
    title("Odpowiedź skokowa")
end
```

Następnie sprawdziliśmy działanie układu dla różnych nastaw regulatora, oraz stworzyliśmy wykresy odpowiedzi skokowej obiektu stabilnego oraz niestabilnego.

```
T = 0.01;
testNyqusit(2, 1, 0.5, T);
```

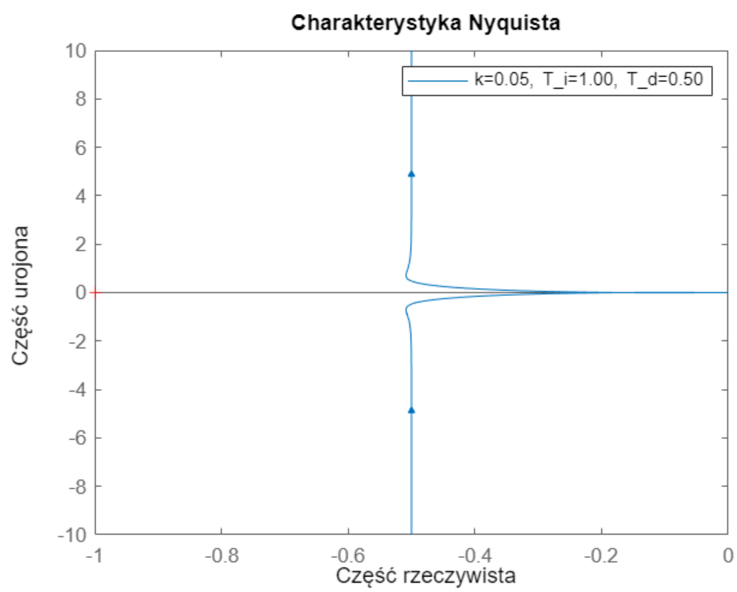



```
hurwitz(2, 1, 0.5, T);
```

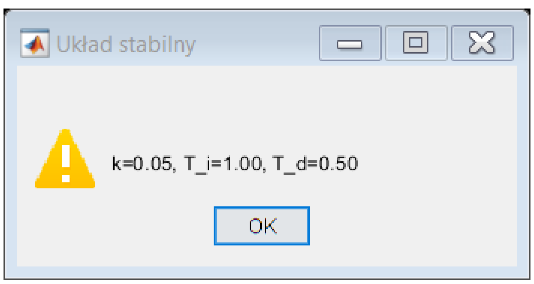


Jak widać powyżej układ jest niestabilny

```
testNyqusit(0.05, 1, 0.5, T);
```

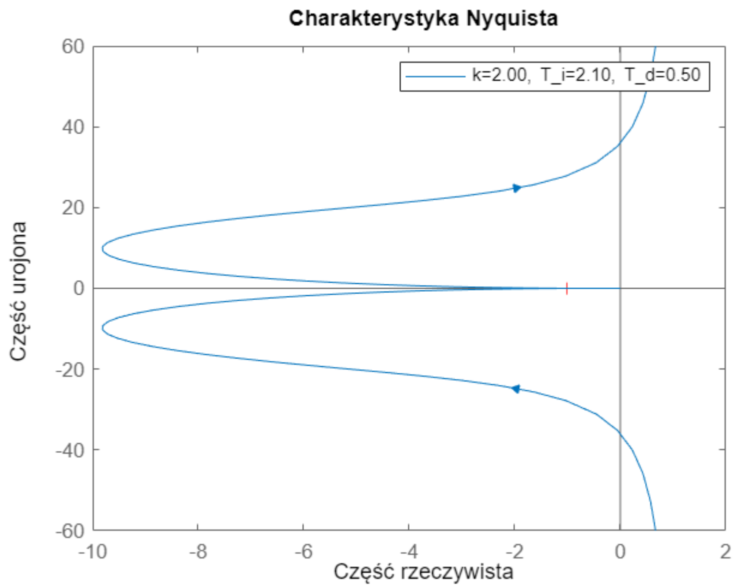



```
hurwitz(0.05, 1, 0.5, T);
```

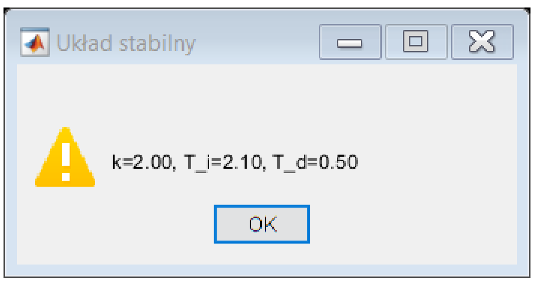


Jak widać powyżej układ jest stabilny

```
testNyqusit(2, 2.1, 0.5, T)
```

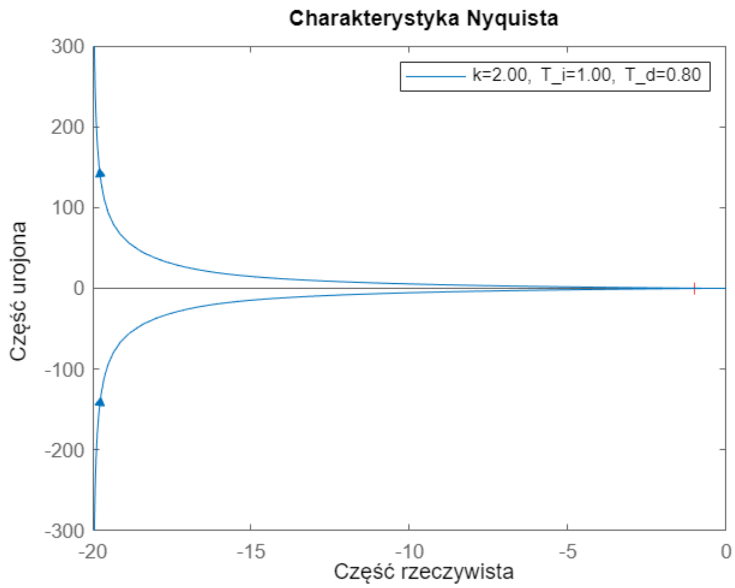



```
hurwitz(2, 2.1, 0.5, T)
```

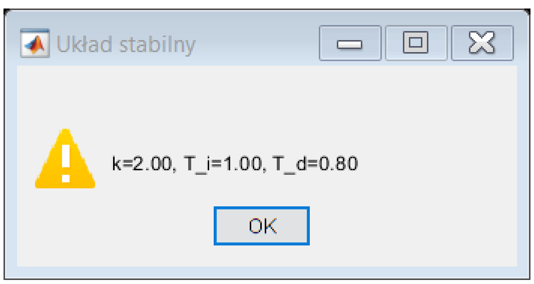


Jak widać powyżej układ jest stabilny

```
testNyqusit(2, 1, 0.8, T)
```

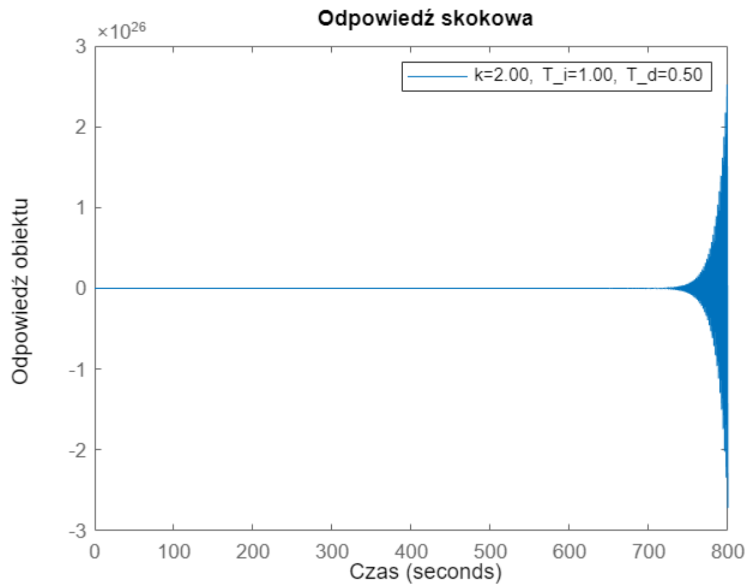



```
hurwitz(2, 1, 0.8, T)
```

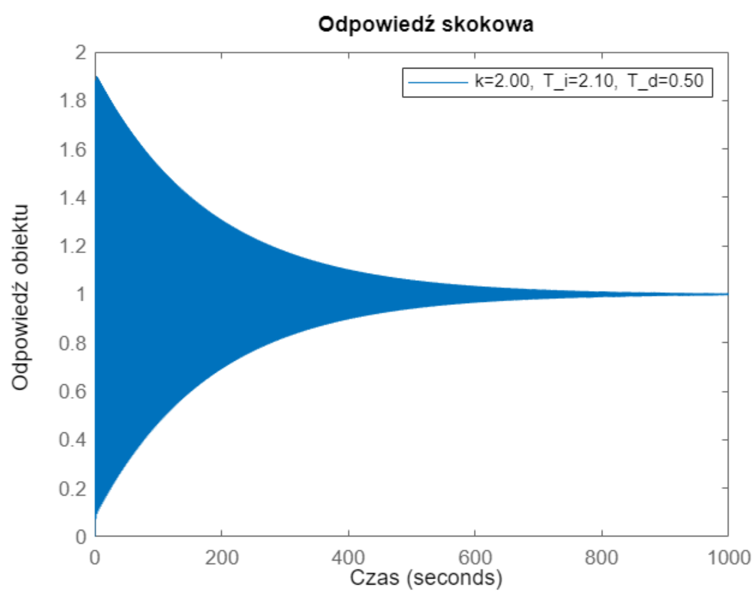


Jak widać powyżej układ jest stabilny

```
stepTest(2, 1, 0.5, T)
```




```
stepTest(2, 2.1, 0.5, T)
```



4. Wnioski

Podczas trwania ćwiczenia korzystano ze środowiska Matlab, w którym wykonywano badanie stabilności układu zamkniętego z regulatorem PID. Celem naszego zadania było dobranie odpowiednich nastawów regulatora aby układ był stabilny. Stabilność badaliśmy dwoma kryteriami - Nyquista i Hurwitza. Analizując odpowiedzi skokowe 2 obiektów– stabilnego i niestabilnego możemy wnioskować, że odpowiedź układu niestabilnego rozbiega się w czasie do nieskończoności, natomiast odpowiedź układu stabilnego zbiera do zera czyli jest zbieżna.