



**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA  
W KRAKOWIE**

**Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej**

**Kierunek: Automatyka i Robotyka**

**Sprawozdanie z Identyfikacji Procesów Technologicznych  
UKŁAD ZBIORNIKÓW**

*Przygotowali:  
Jakub Szczypek  
Dawid Antosz  
Błażej Szczur*

Rok akademicki 2022/2023

## 1. Wstęp

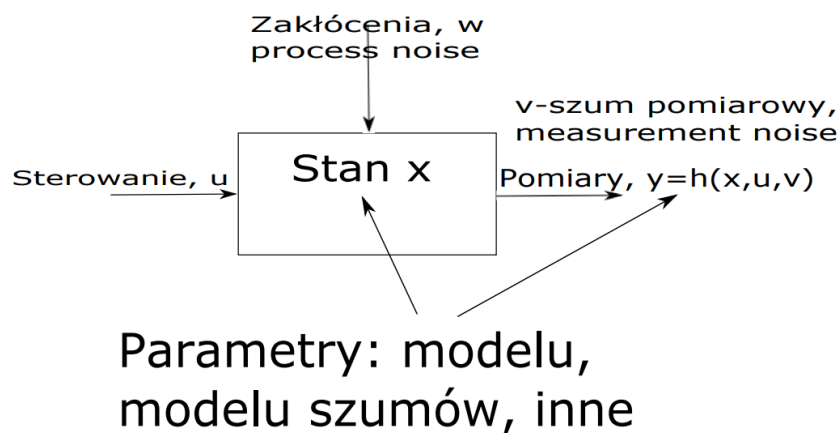
Ćwiczenia wykonywane przez czas laboratorium miały na celu przeprowadzenie identyfikacji procesu układu składającego się z trzech zbiorników cieczy, czujników jej poziomu oraz pompy. Zadanie to wymagało wykonania pośrednich czynności:

- Przeskalowania czujników poziomu cieczy
- Nakreślenie charakterystyki przepływu cieczy zależnej od wartości sterowania pompy
- Znalezienie współczynników modelu dla poszczególnych zbiorników
- Wyznaczenie macierzy stanu celem określenia transmitancji układu
- Implementacja regulatora LQR wraz z doбором jego nastaw

Końcowym celem projektu jest stabilizacja za pomocą zbudowanego regulatora stałego poziomu cieczy w trzecim zbiorniku.

## 2. Wstęp teoretyczny

Posiłkując się informacjami udostępnianymi przez czas wykładu, główna idea identyfikacji procesów technologicznych polega na poszukiwaniu parametrów  $\theta$  badanego modelu systemu. W celu ich określenia stosuje się algorytmy, które na bazie zebranych danych pomiarowych pozwalają znaleźć estymator  $\hat{\theta}$  poszukiwanego parametru. Warto napomnieć jest również, że w ramach uzyskania odpowiednio dobrych danych pomiarowych, teoria identyfikacji rozważa optymalne warunki prowadzenia tychże pomiarów. Należy zatem zadbać o odpowiedni dobór sygnałów pobudzających, warunków początkowych, czasu i sposobu wykonania pomiarów.



*Rysunek 1. Model procesu.*

Badany model matematyczny systemu wynika z fizycznych praw jego zachowania. Pozyskane w tym procesie reguły nie definiują konkretnego modelowanego procesu, a jedynie pewną ich klasę która zależy od nieznanymi parametrów  $\theta$ . Celem wyznaczenia modelu procesu należy na podstawie obserwacji wyznaczyć  $\theta$ . Metody jego poszukiwania w dużym stopniu korzystają z wyników statystyki oraz zagadnień teorii estymacji. Oszacowanie badanego parametru  $\theta$  przy wykonaniu ilości  $n$  – pomiarów, wymaga uwzględnienia zakłóceń mających na niego wpływ. Zmienna  $v_k$  określa szum pomiarowy, natomiast zmienna  $w_k$  określa szum procesowy. Każdy pomiar obarczony jest jakimś zakłóceniem  $y_k = \theta + v_k$  wartość  $v_k$  szumu ma rozkład normalny o znanym odchyleniu standardowym. Poszukujemy zatem estymator którego wartość oczekiwana jest równa prawdziwej wartości parametru, a także jego średni błąd wraz z większą ilością pomiarów zmierzał do zera.

### 3. Kolejne etapy ćwiczenia

- **Skalowanie czujników poziomu cieczy**

Układ w każdym ze zbiorników posiada czujnik piezorezystancyjny który w zależności od poziomu cieczy w danym zbiorniku zwraca określoną wartość.

Celem przeprowadzenia procedury skalowania wartości odczytywanych z czujników, z napełnionego do poziomu 25 centymetrów wodą zbiornika stopniowo odprowadzaliśmy wodę zapisując kolejne uzyskiwane wartości pomiarowe zwracane przez badany czujnik.

***Tabela 1.** Wartości zmierzonych sygnałów wyjściowych czujników poziomu cieczy, dokonanych dla każdego zbiornika, w zależności od poziomu cieczy.*

Wysokość słupa cieczy [cm]	Wartość sygnału		
	Czujnik 1	Czujnik 2	Czujnik 3
25	3631.5	3707.5	3710.9
23	3515.2	3588.0	3589.0
21	3401.5	3460.9	3470.5
19	3274.8	3335.4	3348.2
17	3162.3	3216.5	3218.3
15	3045.9	3082.1	3103.3
13	2921.8	2976.5	2981.4
11	2793.2	2845.9	2854.3
9	2679.3	2719.4	2737.1
7	2559.9	2609.3	2614.2
5	2441.4	2476.9	2485.5
3	2326.9	2357.2	2365.4
2	2271.9	2291.8	2309.1
1	2210.1	2238.7	2247.8
0	2158.1	2202.8	2206.9

Procedura skalowania polegała na przybliżeniu odczytanych wartości pomiarowych funkcją liniową:

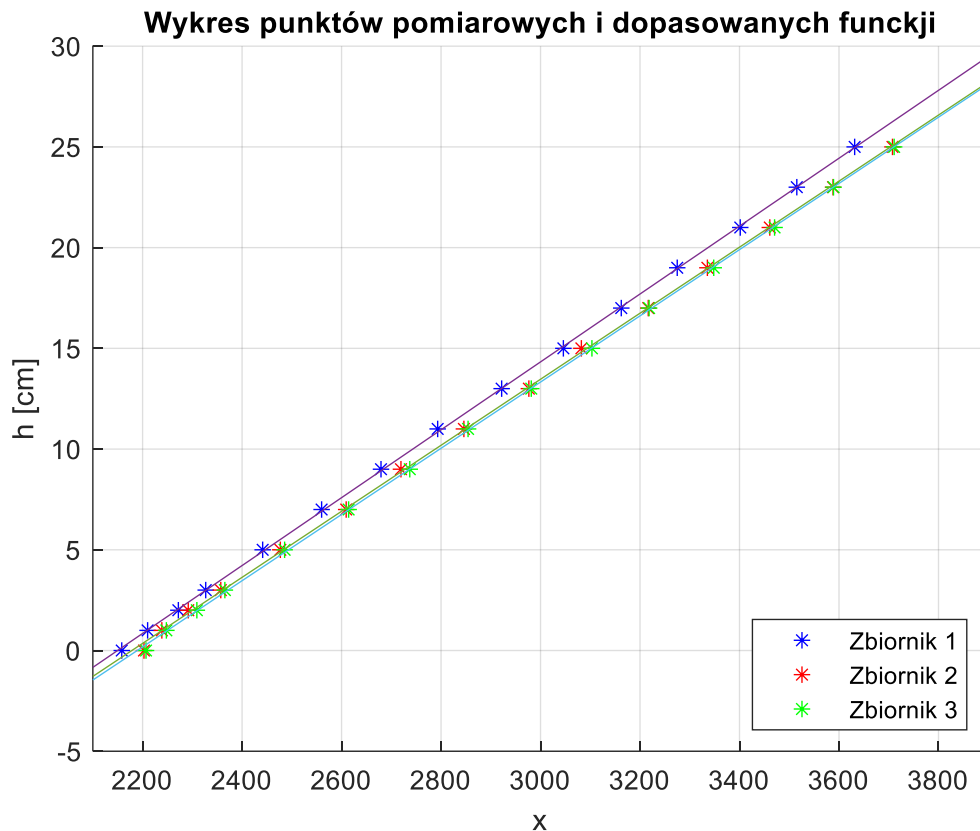
$$h(x) = ax + b$$

Gdzie współczynniki a oraz b zostały znalezione przez wykorzystanie funkcji Matlabu polyfit, znajduje ona wartości współczynników wielomianu aproksymującego - w naszym przypadku pierwszego stopnia. Uzyskana w ten sposób funkcja określa wysokość słupa cieczy dla danego wskazania czujnika.

**Tabela 2.** Wartości współczynników funkcji skalującej dla każdego zbiornika.

Współczynnik	Zbiornik 1	Zbiornik 2	Zbiornik 3
<b>a</b>	0.0168	0.0164	0.0164
<b>b</b>	-36.2220	-35.7037	-35.9780

Wyniki uzyskanych funkcji przybliżających pomiar z czujników poziomu cieczy:



**Rysunek 2.** Wykres zależności wysokości poziomu cieczy w zbiorniku od wskazań czujników poziomu cieczy wraz z naniesionymi punktami pomiaru i dopasowanymi funkcjami skalującymi dla każdego zbiornika.

### • Charakterystyka pompy wody

Celem określenia charakterystyki wydajności pompy został zmierzony czas, po którym zostanie napełniony pierwszy zbiornik do poziomu 25 centymetrów dla różnych wartości sterowania zadanych na pompę. Ze względu na fizyczny aspekt działania pompy minimalna wartość przy której pompa zaczynała wciągać wodę do zbiornika wynosi 0.55, z tej racji nasze pomiary zaczynają się od tej wartości.

**Tabela 3.** Czas napełnienia się pierwszego zbiornika w stosunku do zadanej wartości podanej na pompę.

Wartość zadana [%]	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
Czas napełniania zbiornika [s]	112.7	50.62	37.68	28.35	23.55	21.14	18.92	17.77	16.35	15.42

Uzyskane pomiary wykorzystaliśmy dla dopasowanej do nich funkcji wielomianowej. W ten sposób uzyskaliśmy matematyczną funkcję określającą model pompy.

W tym celu korzystając z funkcji Matlaba polyfit dla wielomianu 3 stopnia i otrzymaliśmy współczynniki:

$$q(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

Gdzie uzyskane współczynniki wynoszą kolejno:

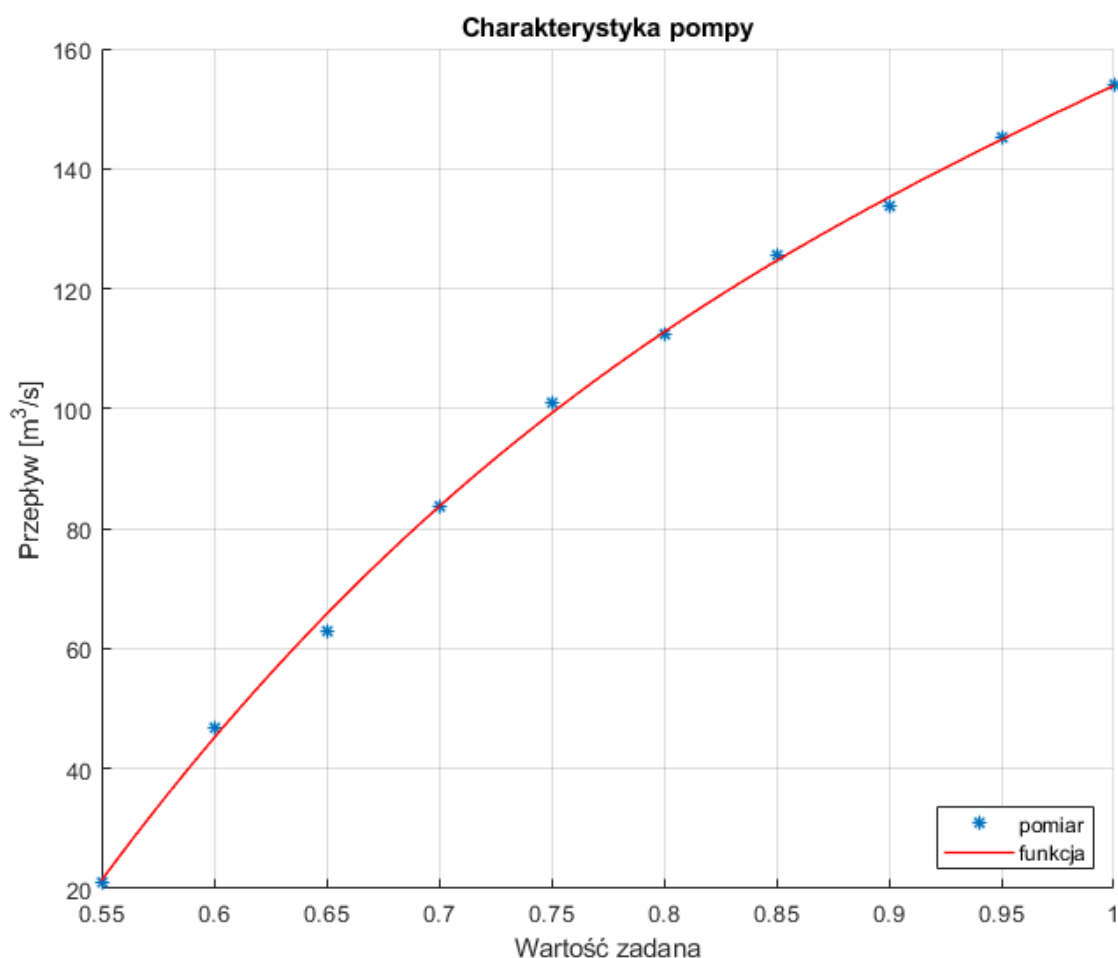
$$a_3 = 0.47 \cdot 10^3$$

$$a_2 = -1.46 \cdot 10^3$$

$$a_1 = 1.69 \cdot 10^3$$

$$a_0 = -0.54 \cdot 10^3$$

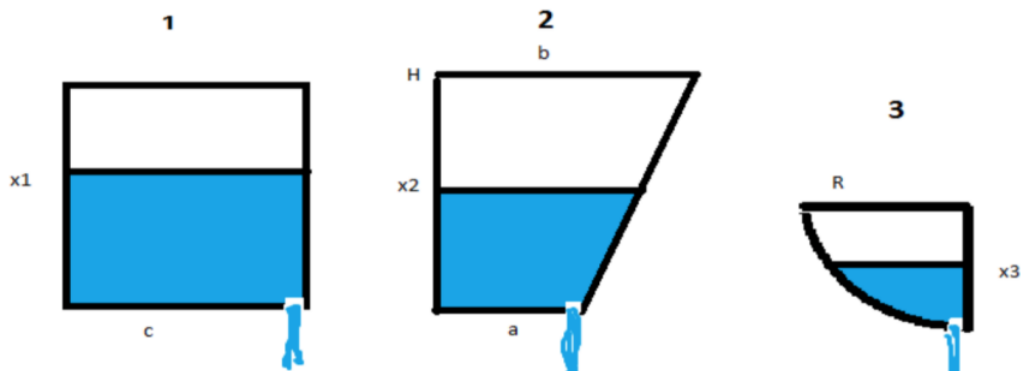
Wyznaczona funkcja aproksymująca wydajność pompy w porównaniu do uzyskanych punktów pomiarowych przedstawiono na wykresie:



**Rysunek 3.** Wykres uzyskanej charakterystyki pompy wody.

- **Identyfikacja parametrów modeli poszczególnych zbiorników**

Zależność opisująca prędkość wypływu cieczy z danego zbiornika jest dana z Prawa Torricellego.



Rys.1.

Dane wymiarowe zbiorników:

$$a = 10 \text{ cm}$$

$$b = 44.5 \text{ cm}$$

$$c = 25 \text{ cm}$$

$$w = 3.5 \text{ cm}$$

$$H = 35 \text{ cm}$$

$$R = 36.4 \text{ cm}$$

Z tego prawa przy uwzględnieniu bilansu masy przy zmianie objętości wynikają następujące równania opisujące wypływającą wodę dla kolejnych zbiorników:

$$\dot{x}_1 = \frac{c_1 \cdot x_1^{\alpha_1}}{S_1}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{c_2 \cdot x_2^{\alpha_2}}{S_2(x_2)}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{c_3 \cdot x_3^{\alpha_3}}{S_3(x_3)}$$

Przy czym pole powierzchni lustra wody w zależności od zbiornika, na przykładzie drugiego oraz trzeciego zmienia się wraz z jej wysokością i dane są wzorem:

$$S_1 = c \cdot w$$

$$S_2(x_2) = w \left( \frac{b-a}{H} x_2 + a \right)$$

$$S_3(x_3) = w \sqrt{2Rx_3 - x_3^2}$$

W celu nakreślenia przytoczonej charakterystyki dla kolejnych zbiorników zostały wykonane pomiary. Napełniono dany zbiornik do poziomu 25 centymetrów wody, uruchomiono pomiar w Matlabie po czym odkręcono zawór. Mierzony był poziom wody w czasie przy całkowicie odkręconym zaworze.

Uzyskane dane zapisaliśmy, a także wczytaliśmy od przestrzeni projektu. Nasze wyniki poprawiliśmy przez usunięcie fragmentów odpowiadającym początkowi pomiaru w chwili gdy nie następowała żadna zmiana wysokości, a także na końcu pomiaru gdzie poziom wody był bliski zeru.

Celem określenia danych równań poszukiwanymi są dokładne parametry: alfa, c oraz x0. Współczynniki uzyskaliśmy stosując metodę najmniejszych kwadratów. Dla ich znalezienia przyjęliśmy eksperymentalnie na początku naszych obliczeń jako jakąś wartość z przewidywanego przedziału tak aby funkcja osiągnęła minimum:

$$\alpha \in [0, \frac{1}{2}]$$

$$c \in [10, 100]$$

$$x_0 \in [20, 30]$$

Minimalizowana funkcja celu dla każdego zbiornika ma postać:

$$Q(c_i, \alpha_i, x_0) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (x(t_i, x_0, c, \alpha) - y_i)^2$$

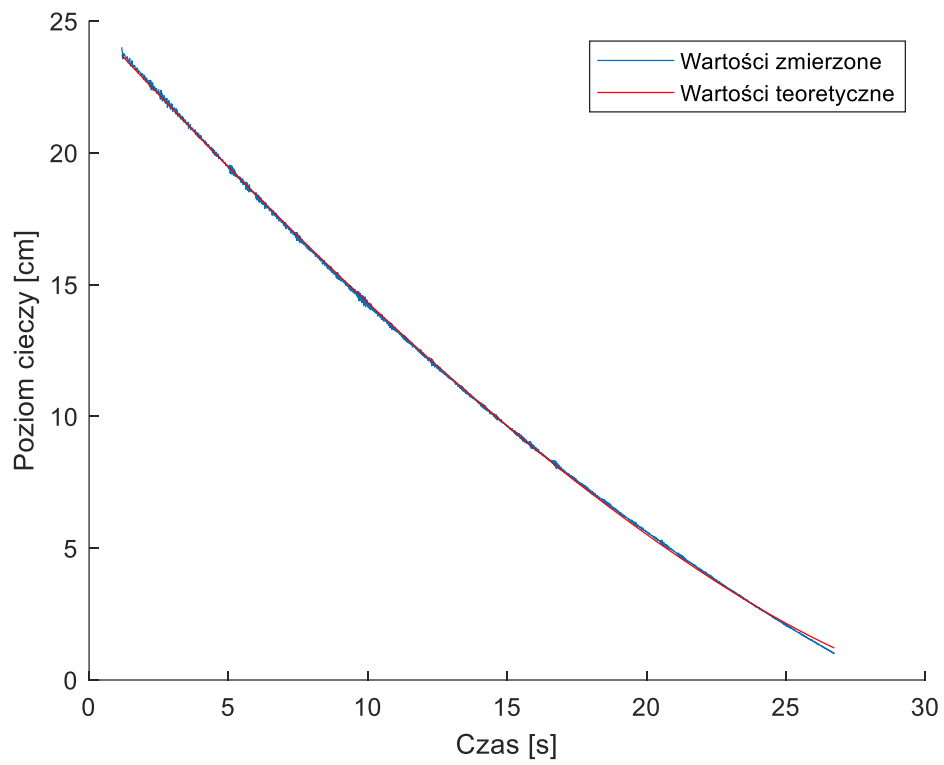
gdzie:

$y_i$  – i-ty pomiar dla danego zbiornika

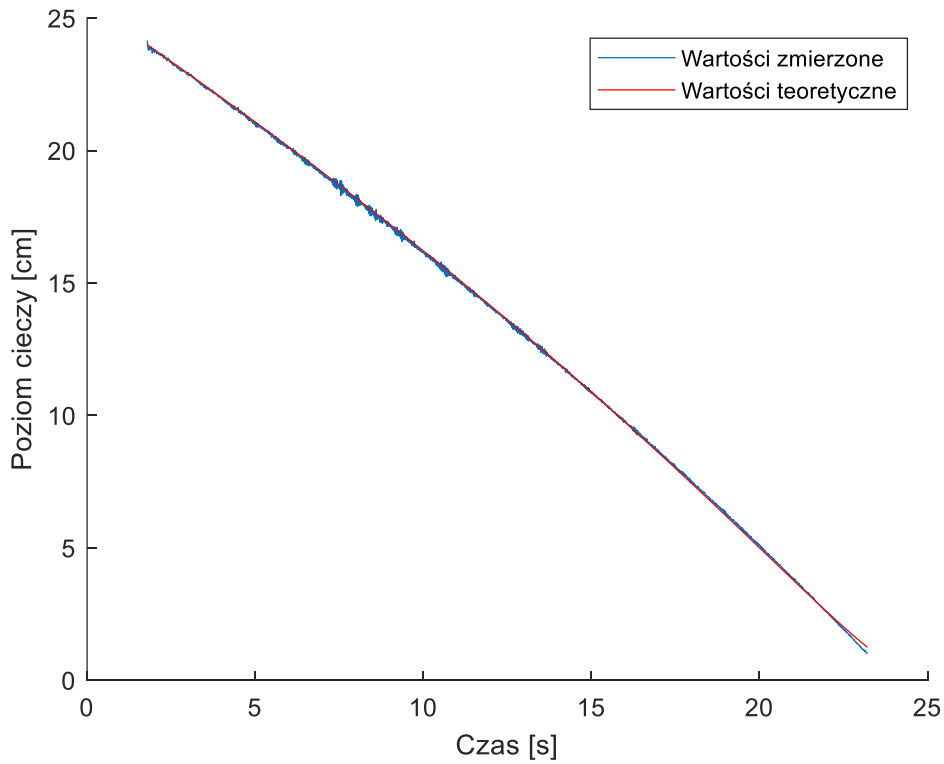
*Tabela 4. Wyniki uzyskanych współczynników.*

	<b>Zbiornik 1</b>	<b>Zbiornik 2</b>	<b>Zbiornik 3</b>
<b><math>\alpha</math></b>	0.2787	0.3289	0.4045
<b>c</b>	41.0862	36.7398	25.9394
<b><math>x_0</math></b>	23.6990	23.9092	24.0742

Uzyskane wyniki współczynników modelu dla wcześniej uzyskanych pomiarów prezentują się następująco:

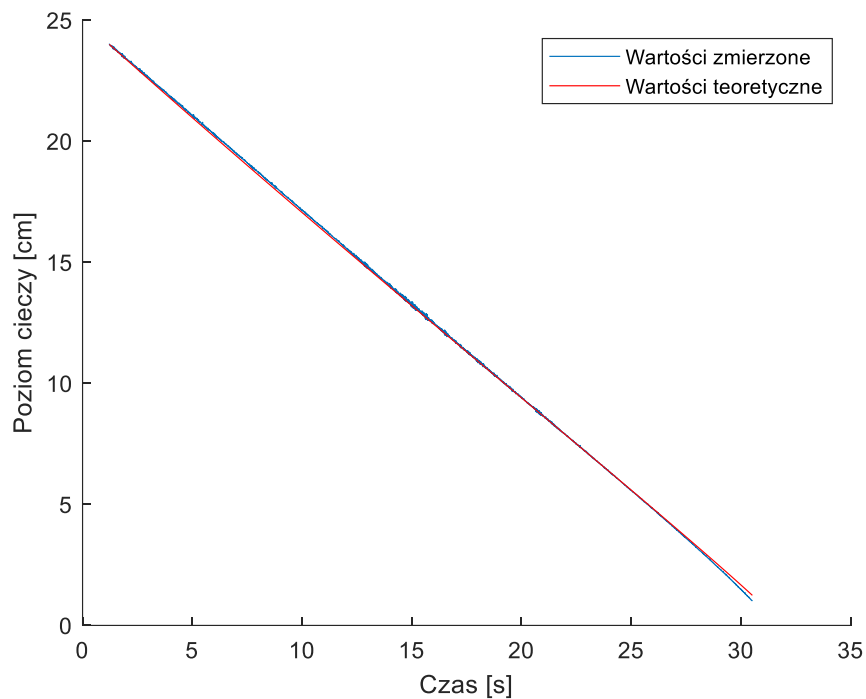


**Rysunek 4. Zbiornik 1**



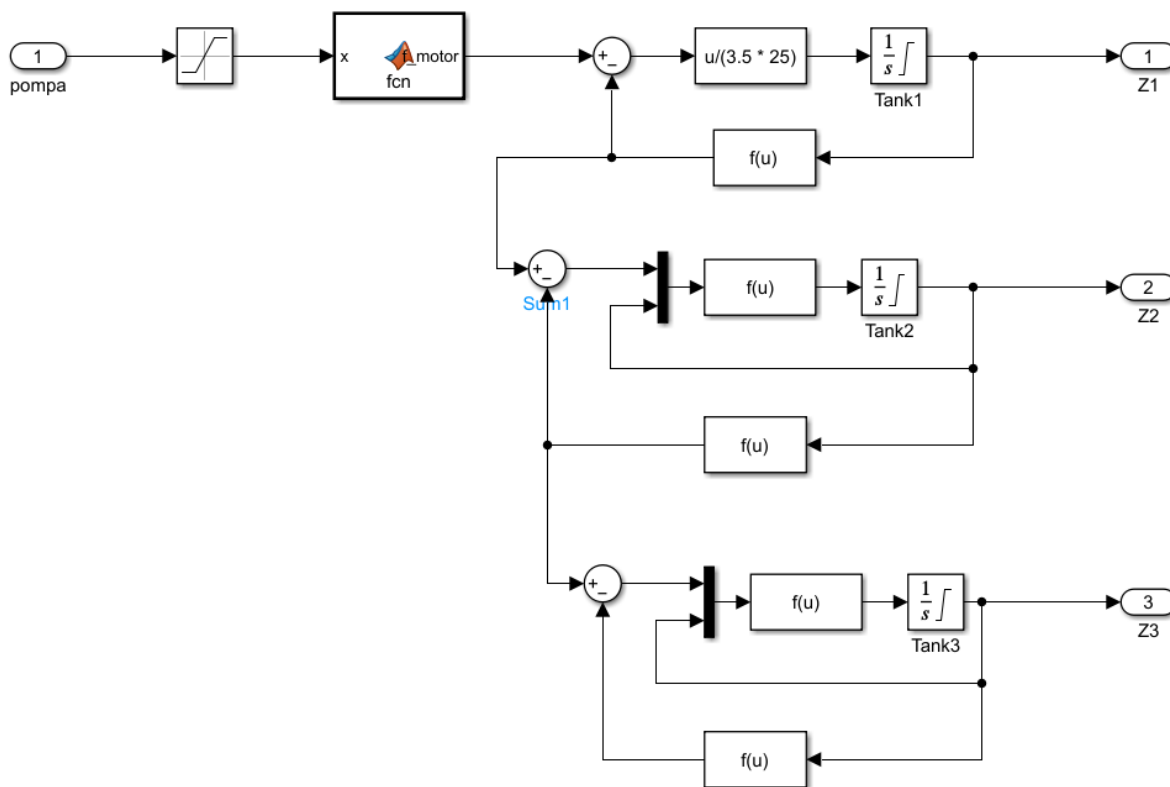
**Rysunek 5. Zbiornik 2**





Rysunek 6. Zbiornik 3

- Zbudowanie modelu układu zbiorników



Rysunek 7. Matlab-Simulink model układu zbiorników.

Zrealizowany model uwzględnia po kolei, wpływ strumienia w ilości wynikającej z funkcji charakteryzującej pompę do zbiornika pierwszego. Strumień wypływający ze zbiornika pierwszego wpływa do zbiornika drugiego, a następnie wypływający strumień drugiego wpływa do zbiornika trzeciego. W danej chwili czasu ich poziom jest reprezentowany kolejnymi wyjściami Z1, Z2, Z3. Wartość zadana sterowania pompą określa wejście nazwane pompa.

- **Określenie transmitancji całego układu**

Modyfikując równania wypływu wody w odniesieniu do całości modelu gdzie dla pierwszego zbiornika wpływa wartość wody określona charakterystyką pompy  $q(u)$  [ml/s] przy czym „u” jest zadany sterowaniem, wypływa z niego strumień o wartości  $c_1 x_1^{\alpha_1}$  [ml/s], przy czym jest to wartość która wpływa do zbiornika drugiego, z kolei wypływ zbiornika drugiego jest równy wartości wody która wpływa na zbiornik trzeci. Otrzymaliśmy w tym toku rozumowania następujące równania stanu:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{q(u) - c_1 x_1^{\alpha_1}}{S_1} \\ \dot{x}_2 &= \frac{c_1 x_1^{\alpha_1} - c_2 x_2^{\alpha_2}}{S_2(x_2)} \\ \dot{x}_3 &= \frac{c_2 x_2^{\alpha_2} - c_3 x_3^{\alpha_3}}{S_3(x_3)} \end{aligned}$$

Za zmienne stanu przyjęliśmy kolejno:

$x_1$  – poziom cieczy w pierwszym zbiorniku

$x_2$  – poziom cieczy w drugim zbiorniku

$x_3$  – poziom cieczy w trzecim zbiorniku

$u$  – wartość sterowania przepływem pompy

$y$  – wyjściem układu jest poziom wody w trzecim zbiorniku

Dla ustalenia wartości sterowania przepływu pompy, dla której będzie możliwe uzyskanie zadanej wartości poziomu cieczy w trzecim zbiorniku, konieczne jest ustalenie kolejnych punktów pracy dla pozostałych zbiorników.

Jako zmienne punktu pracy dla kolejnych zbiorników przyjęliśmy oznaczenia:

$x_{1SP}$  – poziom cieczy w pierwszym zbiorniku

$x_{2SP}$  – poziom cieczy w drugim zbiorniku

$x_{3SP}$  – poziom cieczy w trzecim zbiorniku

$u_{SP}$  – wartość sterowania przepływem pompy

W stanie ustalonym wszystkie strumienie są równe, stąd:

$$q(u) = c_1 x_1^{\alpha_1} = c_2 x_2^{\alpha_2} = c_3 x_3^{\alpha_3}$$

Zadanie polega na uzyskaniu stanu w którym:

$$x_3 \equiv x_{3SP} = 15 [cm]$$

A także spełnione będą założenia, w których równanie pochodnej po czasie określające miarę zmian poziomu cieczy dla określonego stanu ustalonego będzie równe zero.

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{q(u) - c_1 x_1^{\alpha_1}}{S_1} = 0$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{c_1 x_1^{\alpha_1} - c_2 x_2^{\alpha_2}}{S_2(x_2)} = 0$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{c_2 x_2^{\alpha_2} - c_3 x_3^{\alpha_3}}{S_3(x_3)} = 0$$

Dla uzyskania konkretnego punktu pracy utworzono układ równań:

$$x_{sp} = \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0 \\ \frac{dx_2}{dt} = 0 \\ \frac{dx_3}{dt} = 0 \end{cases}$$

$$x_{sp} = \begin{cases} \frac{q(u) - c_1 x_{1SP}^{\alpha_1}}{S_1} = 0 \\ \frac{c_1 x_{1SP}^{\alpha_1} - c_2 x_{2SP}^{\alpha_2}}{S_2(x_{2SP})} = 0 \\ \frac{c_2 x_{2SP}^{\alpha_2} - c_3 x_{3SP}^{\alpha_3}}{S_3(x_{3SP})} = 0 \end{cases}$$

Naszą oczekiwaną wartością jest dany przez nas poziom trzeciego zbiornika  $x_{3SP}$  przekształcamy równanie do postaci w której będziemy mogli podstawiając za  $x_{3SP}$  określić stany pozostałych zbiorników. Uzyskany w ten sposób punkt pracy:

$$x_r = \begin{bmatrix} \alpha_1 \sqrt[\alpha_1]{\frac{c_2}{c_1} x_{2SP}^{\alpha_2}} \\ \alpha_2 \sqrt[\alpha_2]{\frac{c_3}{c_2} x_{3SP}^{\alpha_3}} \\ x_{3SP} \end{bmatrix}$$

$$u_{SP} = c_1 x_{1SP}^{\alpha_1}$$

Korzystając z faktu, że każdy układ nieliniowy możemy w pewnym jego przybliżeniu potraktować jako układ liniowy. Takie przybliżenie dokonujemy przez linearyzację naszego modelu.

Dla systemu:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u), & x(0) &= x_0 \\ y &= h(x)\end{aligned}$$

Szukamy sprzężenia zwrotnego:

$$u = \varphi(t, y)$$

Takiego aby:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_r$$

Gdzie  $x_r$  jest zadany stanem docelowym oraz

$$f(x_r, u_r) = 0$$

Punkt  $(x_r, u_r)$  nazywamy punktem równowagi.

### Linearyzacja:

Odchyl od punktu równowagi:

$$\Delta x = x - x_r$$

$$\Delta u = u - u_r$$

Wówczas:

$$\Delta \dot{x} = f(x_r + \Delta x, u_r + \Delta u) - f(x_r, u_r) \approx A(x_r, u_r)\Delta x + B(x_r, u_r)\Delta u + O(\Delta x, \Delta u)$$

$$\Delta y = C(x_r, u_r)\Delta x$$

Elementy macierzy A, B oraz C dane są równościami:

$$A_{ij} = \frac{\partial f_i(x, u)}{\partial x_j} \Big|_{x = x_r, u = u_r}$$

$$B_{ij} = \frac{\partial f_i(x, u)}{\partial u_j} \Big|_{x = x_r, u = u_r}$$

$$C_{ij} = \frac{\partial h_i(x, u)}{\partial x_j} \Big|_{x = x_r, u = u_r}$$

W małym otoczeniu punktu  $x_r, u_r$  dla zdefiniowanych wcześniej zmiennych odchyłkowych przytoczone niżej równania stanowią przybliżony opis systemu.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x(0) = x_0 \\ y = Cx \end{cases}$$

Dla przyjętej wysokości 15 centymetrów na trzecim zbiorniku otrzymaliśmy następujące macierze stanu:

$$x_{3r} = 15 [cm]$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.0260 & 0 & 0 \\ 0.0320 & -0.0381 & 0 \\ 0 & 0.0262 & -0.0209 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4.1318 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \quad 0 \quad 1]$$

$$D = [0]$$

Z bezpośrednich przekształceń równań stanu:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

Transmitancję określa wzór:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

Zgodnie z tym wzorem, wynikowa transmitancja uzyskana dla poprzednio otrzymanych macierzy ma postać:

$$G(s) = \frac{0.003468}{s^3 + 0.08494s^2 + 0.002327s + 0.00002066}$$

### • Implementacja regulatora

Naszym kolejnym zadaniem było stworzenie układu stabilizacji z użyciem filtru Kalmana oraz regulatora LQ. Filtr Kalmana dla układu:

$$y_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k,$$

$$y_k = Cx_k + v_k$$

wymaga znajomości macierzy kowariancji  $S_w = E(w_k w_k^T)$  oraz  $S_v = E(v_k v_k^T)$ . Jeżeli macierze te nie są poprawnie dobrane, to filtr działa wadliwie, opierając się w zbyt dużym stopniu albo na modelu, albo na pomiarach. W prostych przypadkach, kowariancje szumów można oszacować na podstawie doświadczenia, jednakże nie zawsze jest to możliwe. Macierze te można estymować z danych. U nas macierze A, B, C zostały wyznaczone podczas określania transmitancji układu. Wyznaczyliśmy także za pomocą funkcji Matlaba macierze L i K – odpowiednio L za pomocą funkcji lqe() i K za pomocą funkcji

lqr(). Regulator LQ wymaga znajomości stanu i nie może być bezpośrednio zastosowany, gdy stan nie jest dostępny. Okazuje się jednak, że minimum kosztu:

$$J(\phi) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

lub:

$$J(\phi) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (x_k^T Q x_k + u_{k-1}^T R u_{k-1})$$

jest osiągane gdy w równaniach:

$$u = -Kx$$

$$u_k = -Kx_k$$

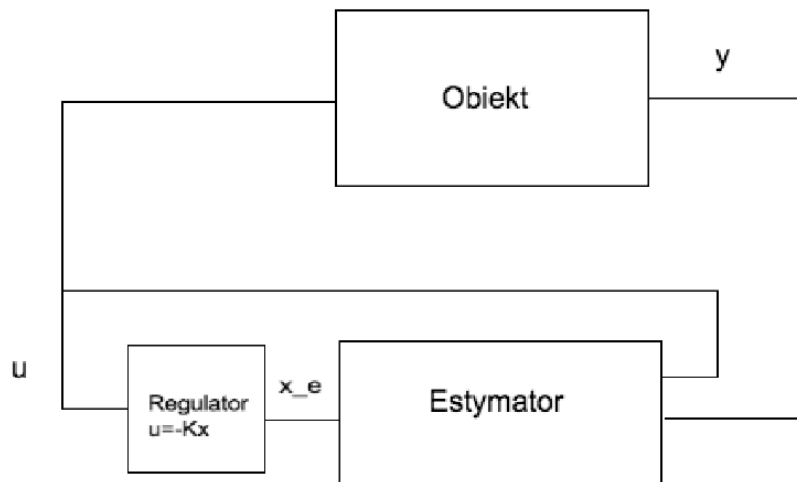
zastąpimy stan, jego estymatą uzyskaną z filtru Kalmana tj.

$$u(t) = -K\hat{x}_k(t),$$

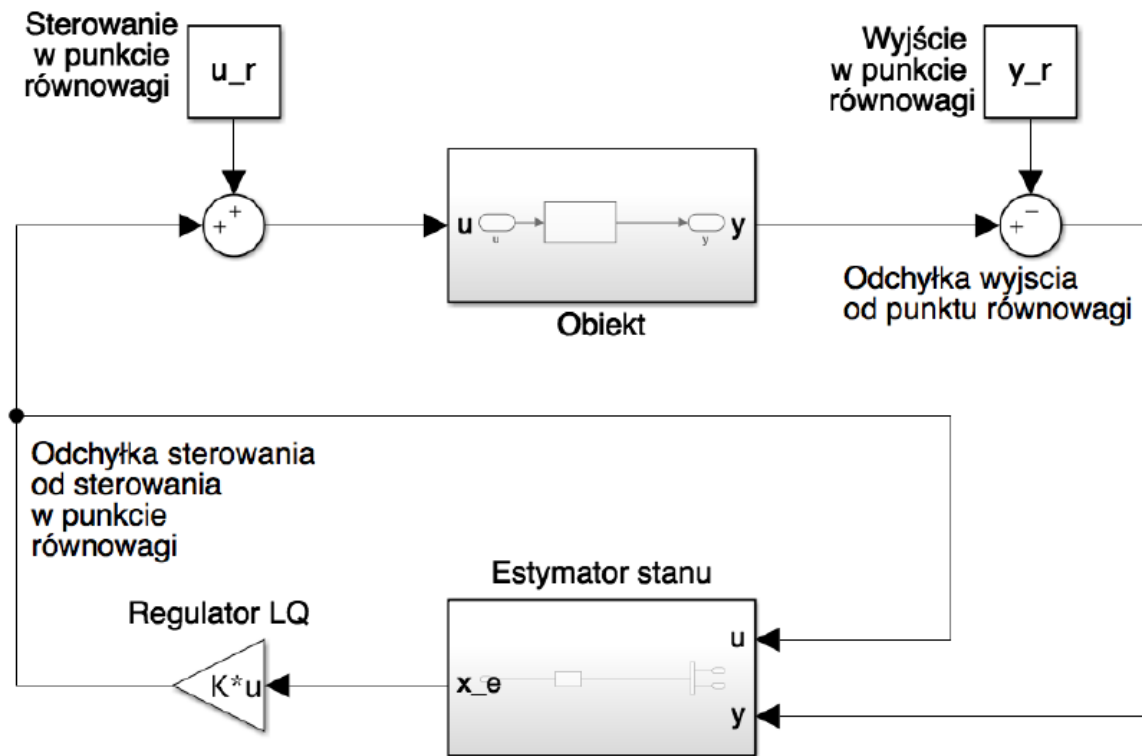
dla wersji z czasem ciągłym, lub:

$$u_k = -K\hat{x}_k,$$

dla wersji z czasem dyskretnym. Poniżej przedstawiamy schemat stabilizacji z użyciem filtru Kalmana i regulatora LQ oraz jego praktyczną realizację:

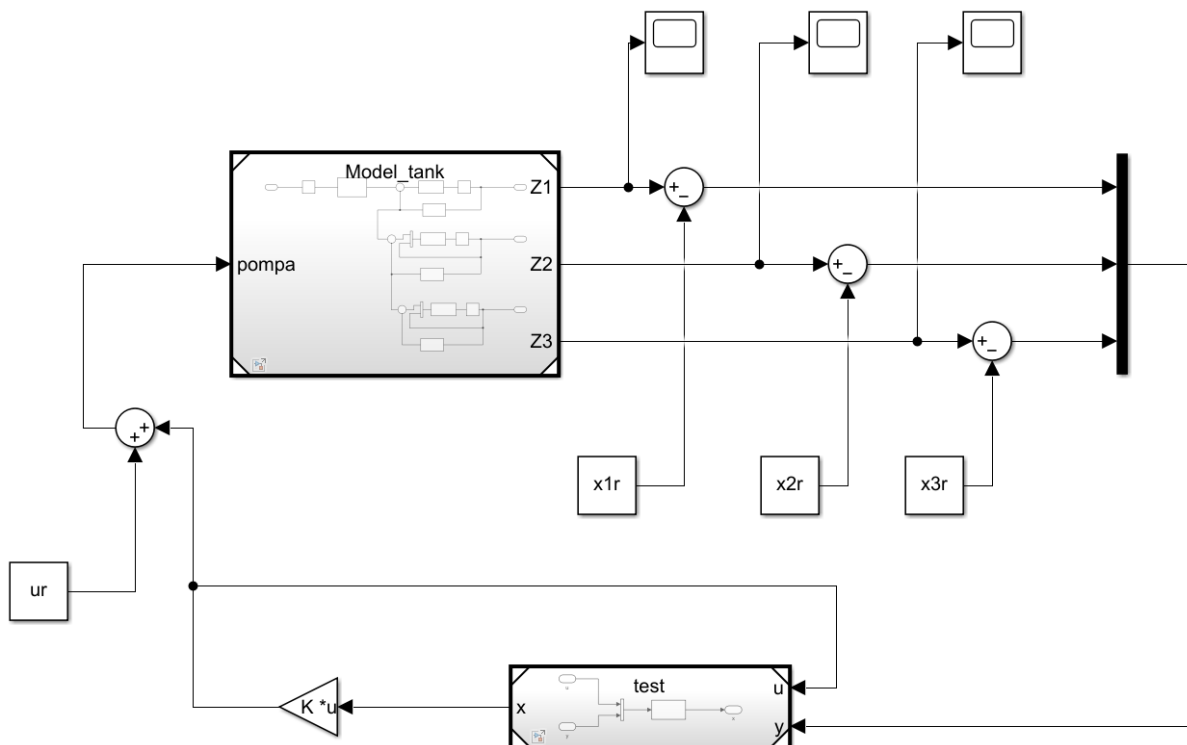


*Rysunek 7. Schemat kompensatora dynamicznego*

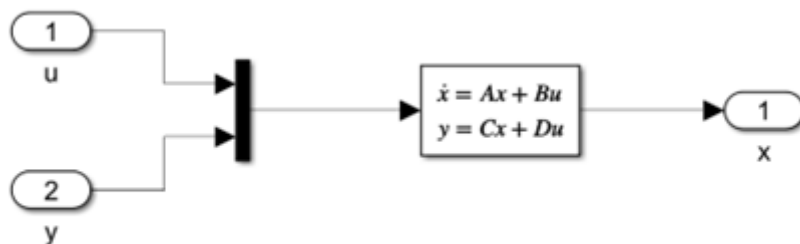


Rysunek 8. Realizacja kompensatora dynamicznego dla obiektu nieliniowego

Poniżej przedstawiamy naszą implementację regulatora w programie Matlab/Simulink oraz praktyczną realizację estymatora stanu:



Rysunek 8. Zrealizowany model w Matlab/Simulink.



State Space

State-space model:  
 $\dot{x} = Ax + Bu$   
 $y = Cx + Du$

'Parameter tunability' controls the runtime tunability level for A, B, C, D.  
 'Auto': Allow Simulink to choose the most appropriate tunability level.  
 'Optimized': Tunability is optimized for performance.  
 'Unconstrained': Tunability is unconstrained across the simulation targets.

Selecting the 'Allow non-zero values for D matrix initially specified as zero' checkbox requires the block to have direct feedthrough and may cause algebraic loops.

Parameters

A:

B:

C:

D:

Initial conditions:

Parameter tunability: Auto

☐ Allow non-zero values for D matrix initially specified as zero

Absolute tolerance:

State Name: (e.g., 'position')

**Rysunek 9.** Praktyczna realizacja estymatora stanu oraz macierze estymatora dla obiektu w dwóch stanach, jednym wejściu i jednym wyjściu.

Uzyskane przez użytą funkcję *lqr()* w Matlabie macierz K wzmocnień prezentuje się następująco:

```
K = 1x3
    0.4618    0.9993    2.8746
```

Poniżej przedstawiamy przebiegi stworzonego przez nas regulatora. Jak możemy zauważyć nasz 3 zbiornik stabilizuje się na poziomie około 15 [cm] (stabilizacja występuje na poziomie nie wiele większym od 15 [cm], błąd ten może wynikać z wykonanych przez nas obliczeń bądź stosowanych przez kompilator przybliżeń wyników naszych działań), natomiast zbiornik 1 stabilizuje się na



poziomie 9.7788 [cm], a drugi na poziomie 9.7002 [cm] – dokładne wyniki stabilizacji pierwszego i drugiego zbiornika wynikają ze znajomości punktu pracy. Obliczono że:

$$x_r = \begin{bmatrix} 9.7788 \\ 9.7002 \\ 15 \end{bmatrix}$$

W przewidzianym czasie zajęć nie udało się uzyskać rzeczywistych przebiegów procesu. Zakładamy jednak że nasz model działał by poprawnie.



*Rysunek 11. Przebieg stabilizacji dla 1 zbiornika*



*Rysunek 12. Przebieg stabilizacji dla 2 zbiornika*



*Rysunek 13. Przebieg stabilizacji dla 3 zbiornika*

#### 4. Wnioski

Nasza praca z powodu kończącego się czasu nie została przetestowana w trakcie trwania laboratorium na rzeczywistym sprzęcie.

Realizacja projektu całościowo pozwoliła wdrożyć metody, o których w poprzednich latach studiów mieliśmy często wspominać, co czyni te zajęcia wyjątkowo ciekawe. Również to, że mamy odniesienie do fizycznego obiektu wymusza spojrzenie na pewne problemy z innej perspektywy.

Podczas ćwiczenia zapoznaliśmy się z metodyką określania transmitancji badanego modelu. Nauczyliśmy się jak praktycznie wykorzystywać metodę najmniejszych kwadratów do identyfikacji parametrów nieliniowych układów dynamicznych. Dowiedzieliśmy się, że równanie opisujące wypływającą wodę ze zbiornika jest opisane za pomocą prawa Torricellego. Poznaliśmy również zasadę działania filtru Kalmana który jest obecnie jednym z najbardziej skutecznych narzędzi. Ćwiczenia pozwoliły wdrożyć implementację tego filtru.

W trakcie prac napotkaliśmy wiele problemów związanych z implementacją. Jedną z realizowanych funkcji której implementacja sprawiła nam trudność była metoda najmniejszych kwadratów, mimo początkowych problemów udało się uzyskać zadowalające wyniki i ostatecznie uzyskana aproksymacja dobrze odzwierciedla dane pomiarowe. Problemy wynikające z implementacją rozwiązań funkcji przyczyniły się do straty czasu. Było to ostatecznie powodem braku możliwości przetestowania naszego stabilizatora na rzeczywistym sprzęcie. Również jedną z rzeczy które się do tego przyczyniły było wyznaczanie eksperymentalnie wartości  $R$  i  $Q$ . Były one potrzebne do poprawnego działania regulatora. Wyznaczenie tych parametrów wymagało więcej czasu niż zakładaliśmy.

Prezentowane wyniki na rysunku 13 pokazują że poziom wody w zbiorniku stabilizuje się na wartości odrobinę większej niż zakładane 15 [cm]. Jest to niewielki błąd, w celu jego poprawy należało by ponownie dobrać parametry regulatora.