Teoria Sterowania

Sprawozdanie – Częstotliwościowe kryteria stabilności

Jakub Szczypek, Automatyka i Robotyka, grupa 2

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest badanie stabilności układów za pomocą metod częstotliwościowych – metody Nyquista. Metoda ta zezwala na badanie stabilności układu zamkniętego na podstawie cech transmitancji widmowej układu otwartego

2. Przebieg ćwiczenia

2.1 Zadanie 1

Rozważamy zamknięty układ regulacji z regulatorem proporcjonalnym. Transmitancja obiektu regulacji dana jest wzorem:

$$G_o(s) = \frac{s+1}{0{,}01s^4 + 0{,}5s^3 + 3s^2 - 10s + 10}$$

Za pomocą poniższego kodu w Matlabie wyliczyłem pierwiastki mianownika:

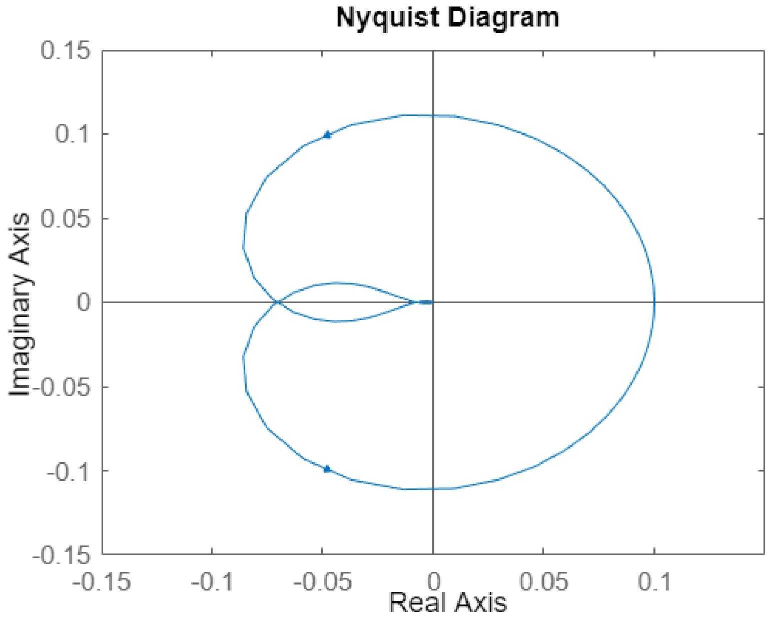
```
mian = [0.01 0.5 3 -10 10];
r   = roots(mian)
```

Otrzymałem następujący wynik:

```
r = 4×1 complex
   -42.3443 + 0.0000i
   -10.2412 + 0.0000i
     1.2928 + 0.7966i
     1.2928 - 0.7966i
```

Znalazłem 2 pierwiastki o części rzeczywistej dodatniej – zatem punkt $(-\frac{1}{K}, 0)$ znajduje się w obszarze, dla którego indeks tego punktu będzie wynosił m = 2.

Następnie narysowałem wykres Nyquista dla wzmocnienia K = 1. Wykres znajduje się na rysunku 1.



Rys 1. Charakterystyka Nyquista bez wzmocnienia

Miejsca zerowe wykresu Nyquista wynoszą odpowiednio: −0.0702, −0.0076 , 0, 0.1.

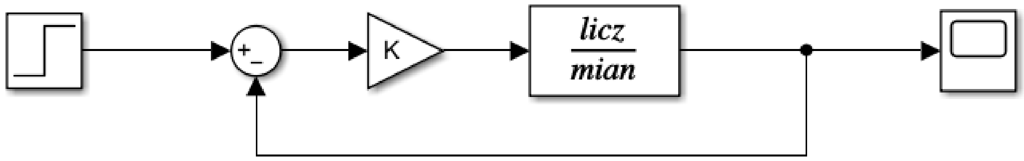
Z wykresu wynika, że powyższy warunek spełniają punkty ($-\frac{1}{K}$,0) zawarte w przedziale (-0.0702, -0.0076) na osi rzeczywistej. Wartości wzmocnienia gwarantujące stabilność:

$$14.28 < K < 131.58$$

Wynik potwierdziłem za pomocą funkcji allmargin() w Matlabie:

```
S = struct with fields:
     GainMargin: [14.1376 130.8630]
    GMFrequency: [2.8766 15.5475]
    PhaseMargin: [1×0 double]
    PMFrequency: [1×0 double]
    DelayMargin: [1×0 double]
    DMFrequency: [1×0 double]
         Stable: 0
```

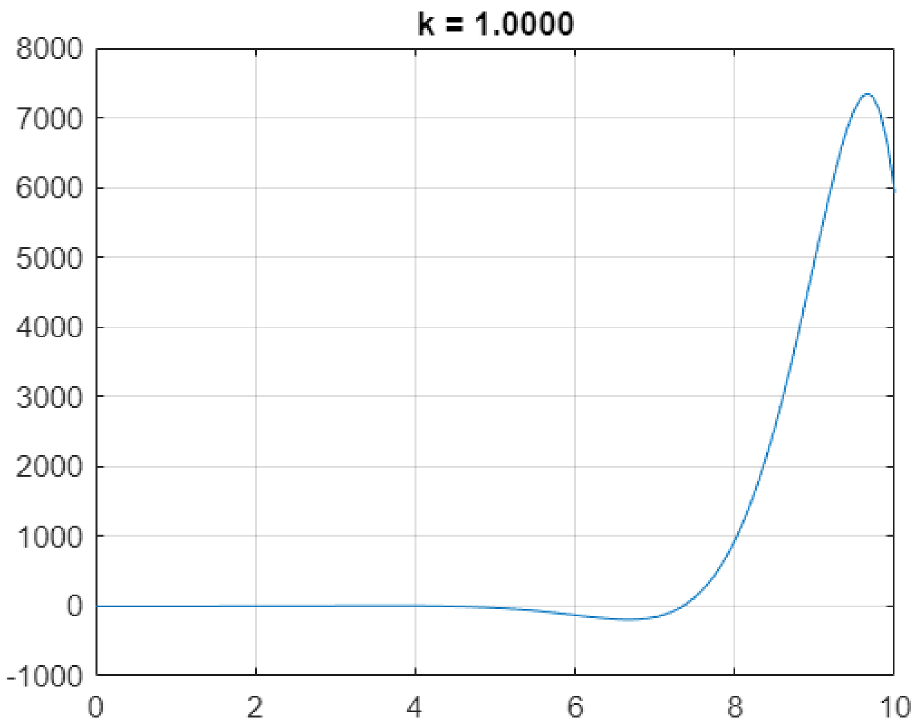
Zbudowałem model w Simulinku, a następnie za pomocą kodu w Matlabie wygenerowałem charakterystyki Nyquista dla różnych wartości K. Model w Simulinku oraz kod potrzebny do generacji wykresów znajduje się na rysunku 2.



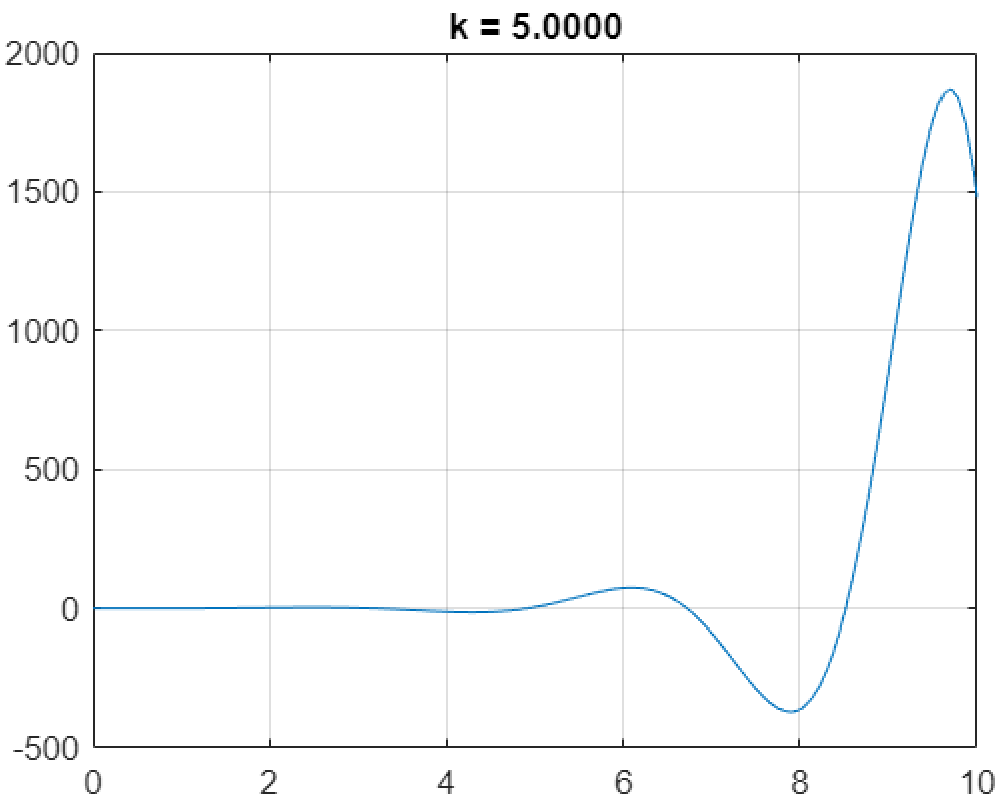

```
clear all, close all
K_tab = [1, 5, 14.1376, 14.5, 50, 100, 130.8630, 140, 150];
licz = [1 1];
mian = [0.01 0.5 3 -10 10];
for K = K_tab
    figure;
    sim("lab2_simulink");
    plot(ans.ScopeData.time, ans.ScopeData.signals.values);
    grid on;
    title(sprintf("k = %.4f", K));
end
```

Rys 2. Generowanie zestawu charakterystyk dla różnych wartości wzmocnienia

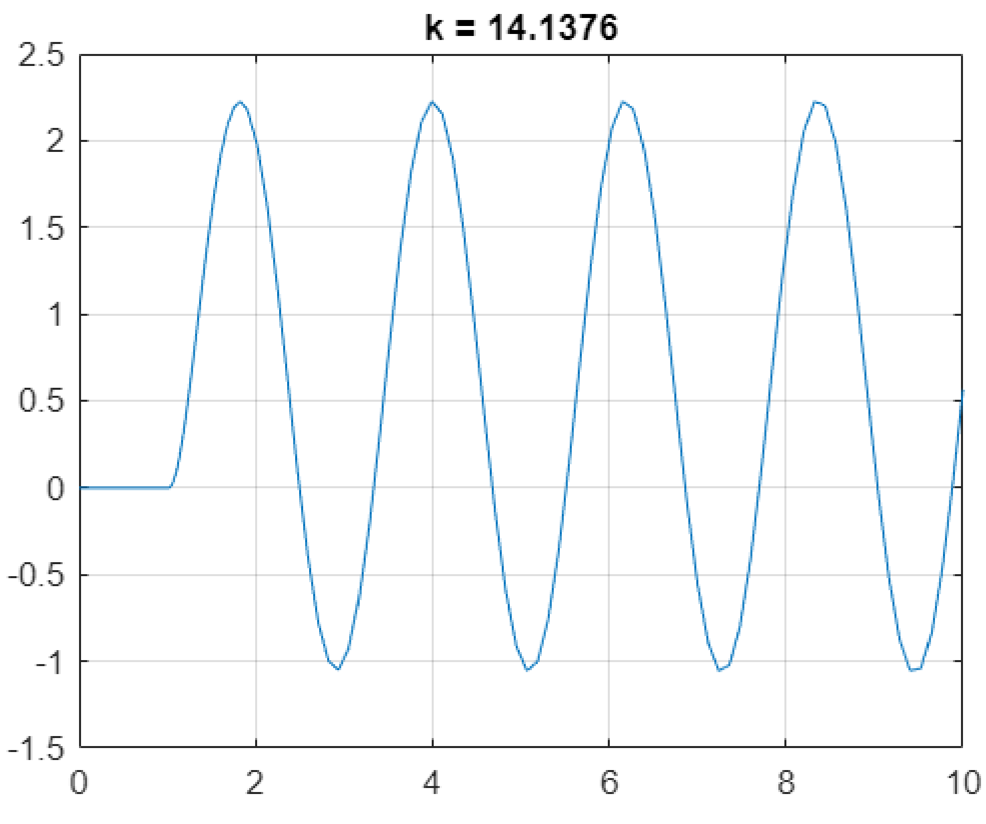
Otrzymane charakterystyki przedstawiono na rysunkach 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.



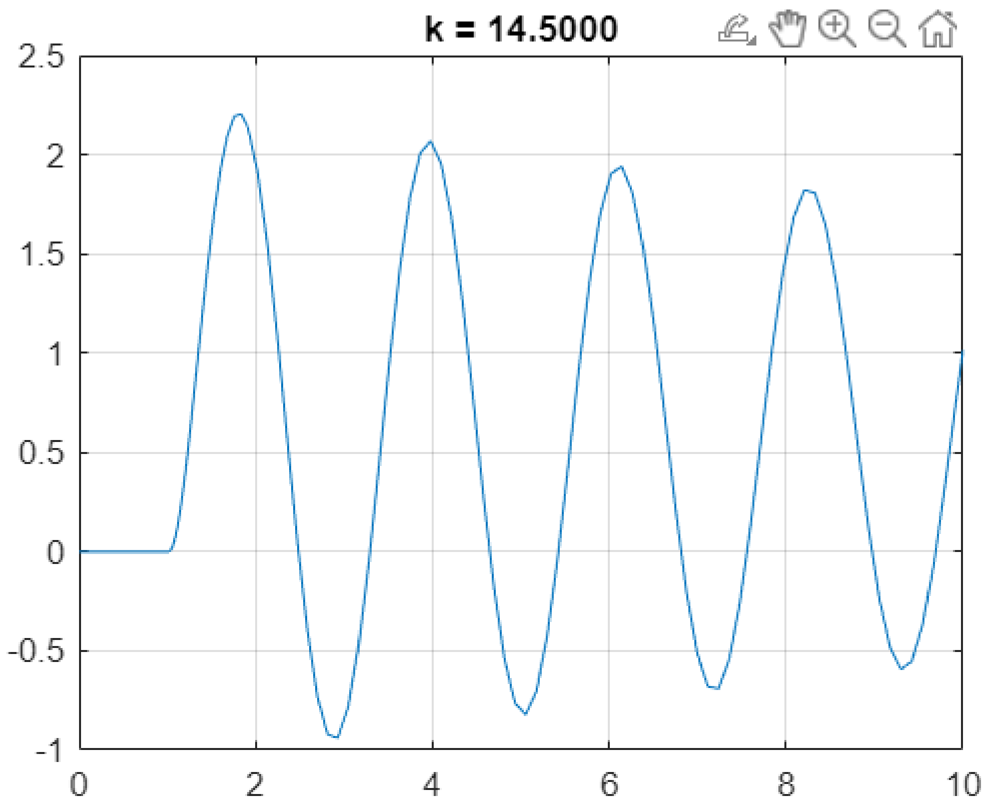
Rys 3. Charakterystyka Nyquista o wzmocnieniu K = 1



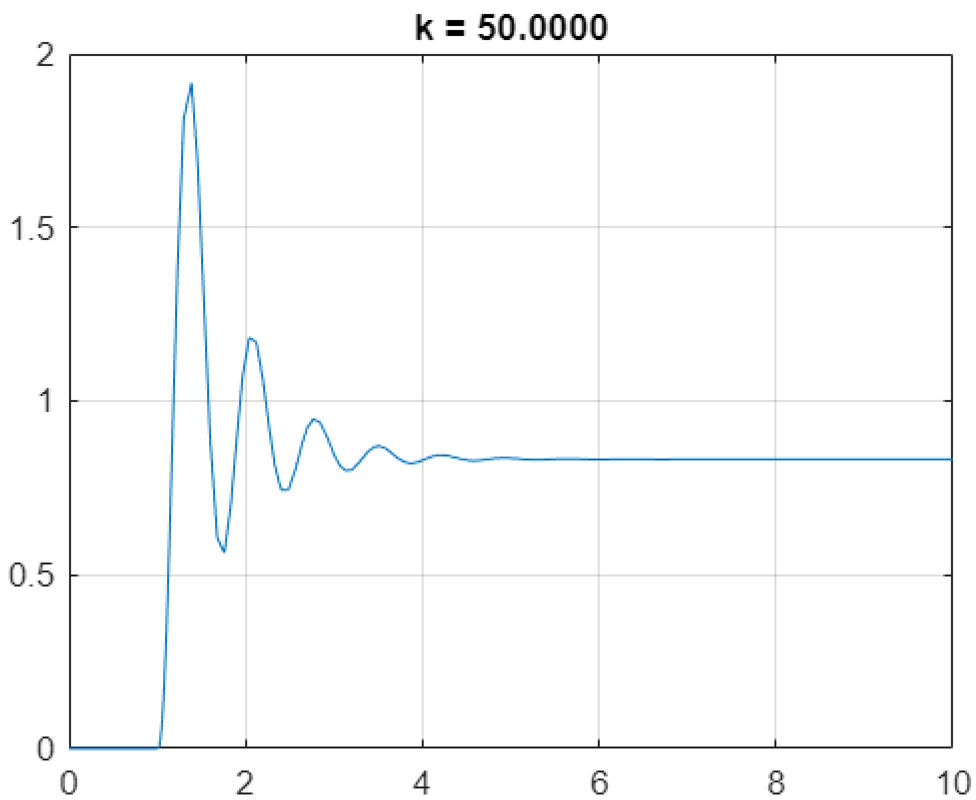
Rys 4. Charakterystyka Nyquista o wzmocnieniu K = 5



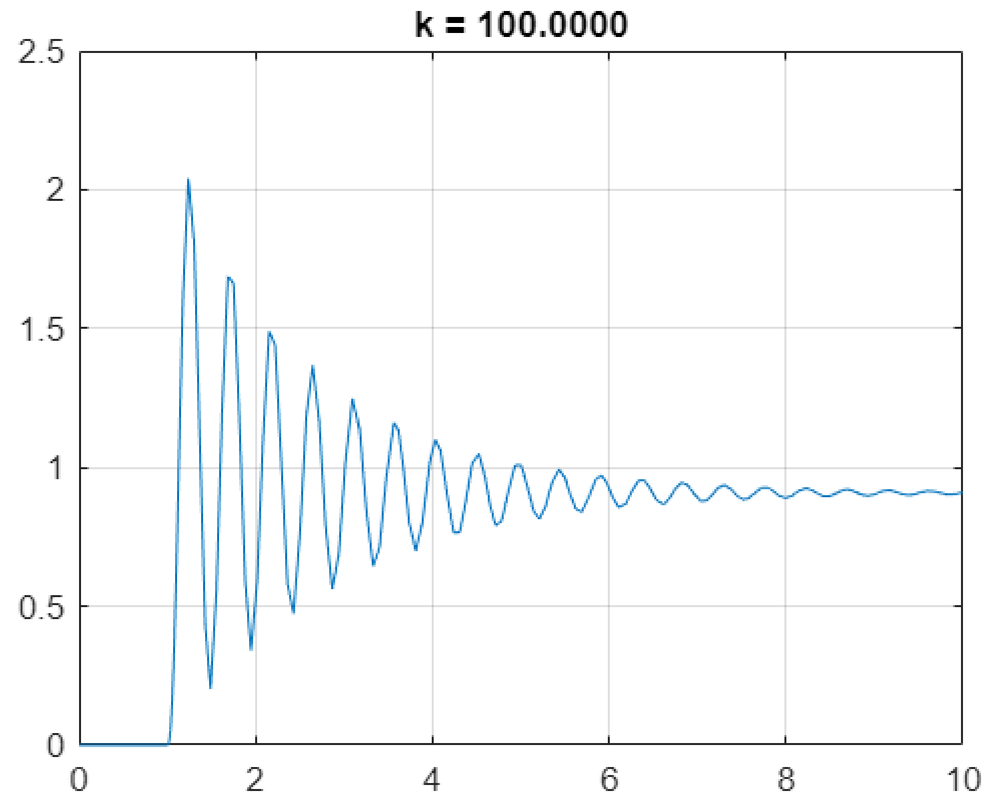
Rys 5. Charakterystyka Nyquista o wzmocnieniu K = 14.13.76



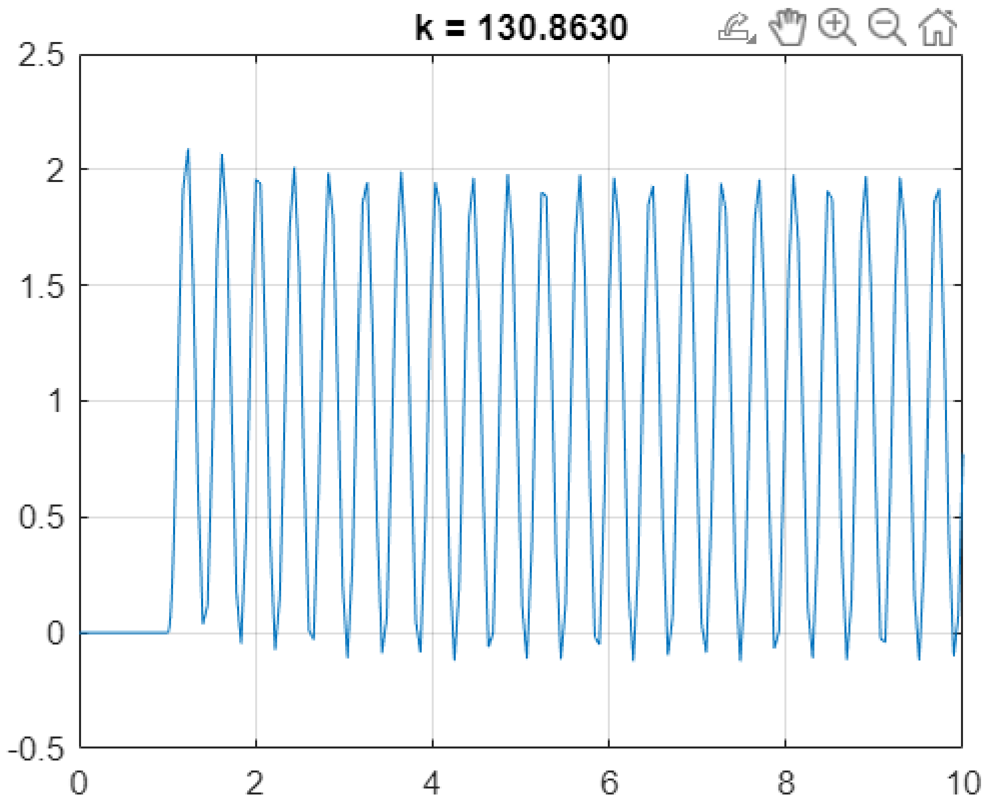
Rys 6. Charakterystyka Nyquista o wzmocnieniu K = 14.5



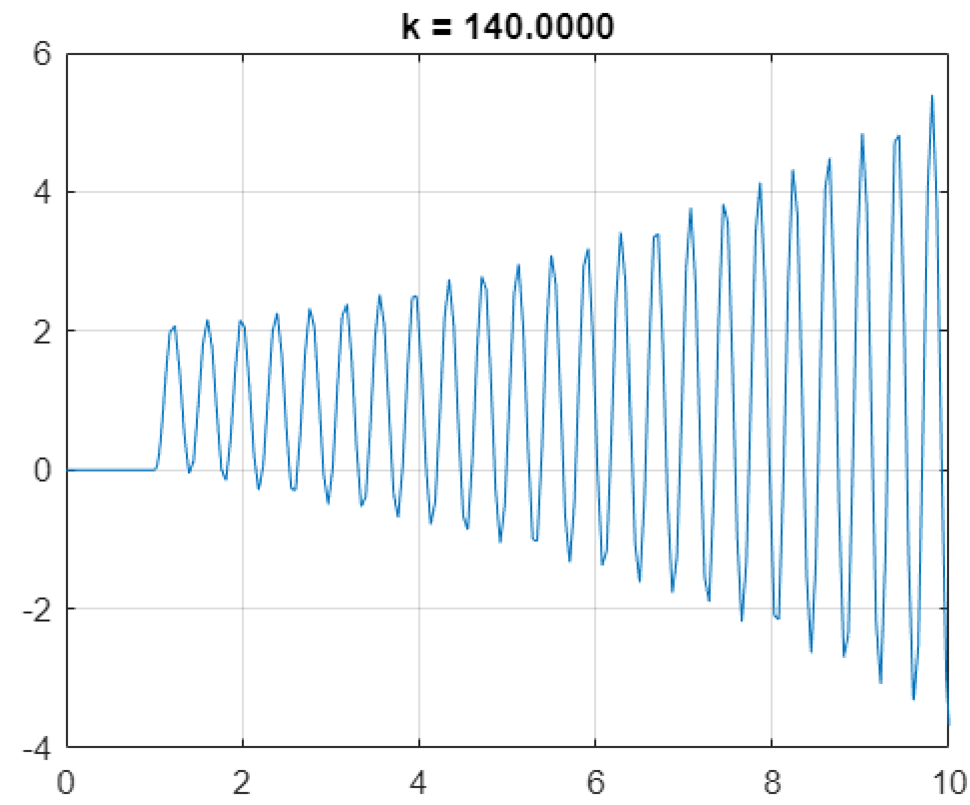
Rys 7. Charakterystyka Nyquista o wzmocnieniu K = 50



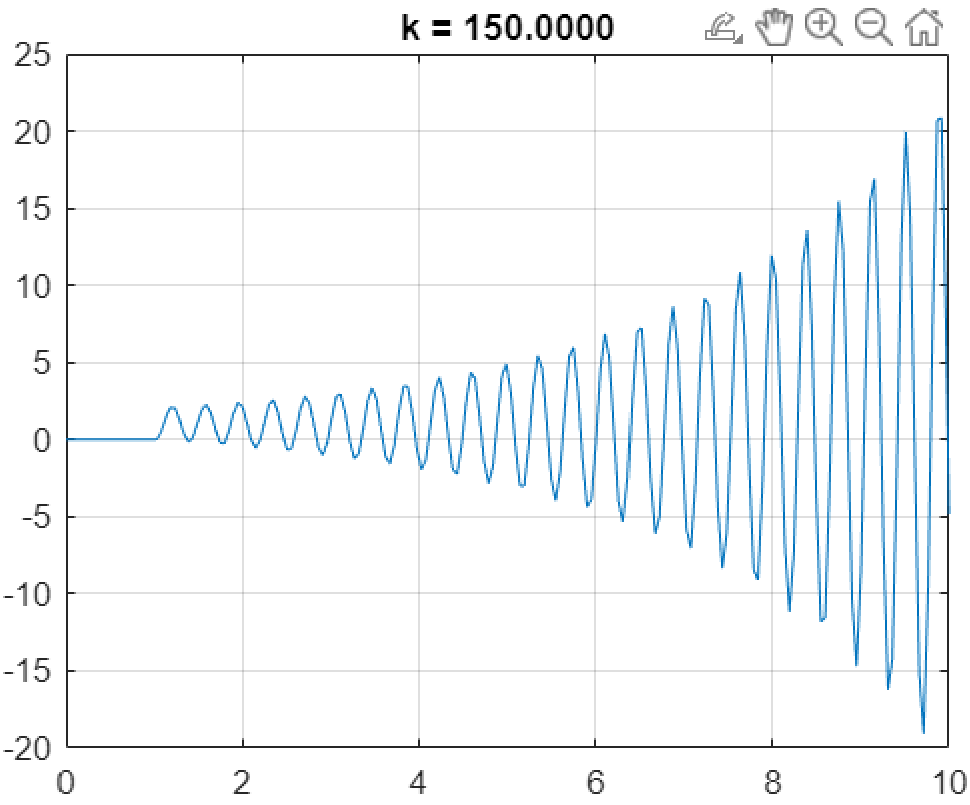
Rys 8. Charakterystyka Nyquista o wzmocnieniu K = 100



Rys 9. Charakterystyka Nyquista o wzmocnieniu K = 130.863



Rys 10. Charakterystyka Nyquista o wzmocnieniu K = 140



Rys 11. Charakterystyka Nyquista o wzmocnieniu K = 150

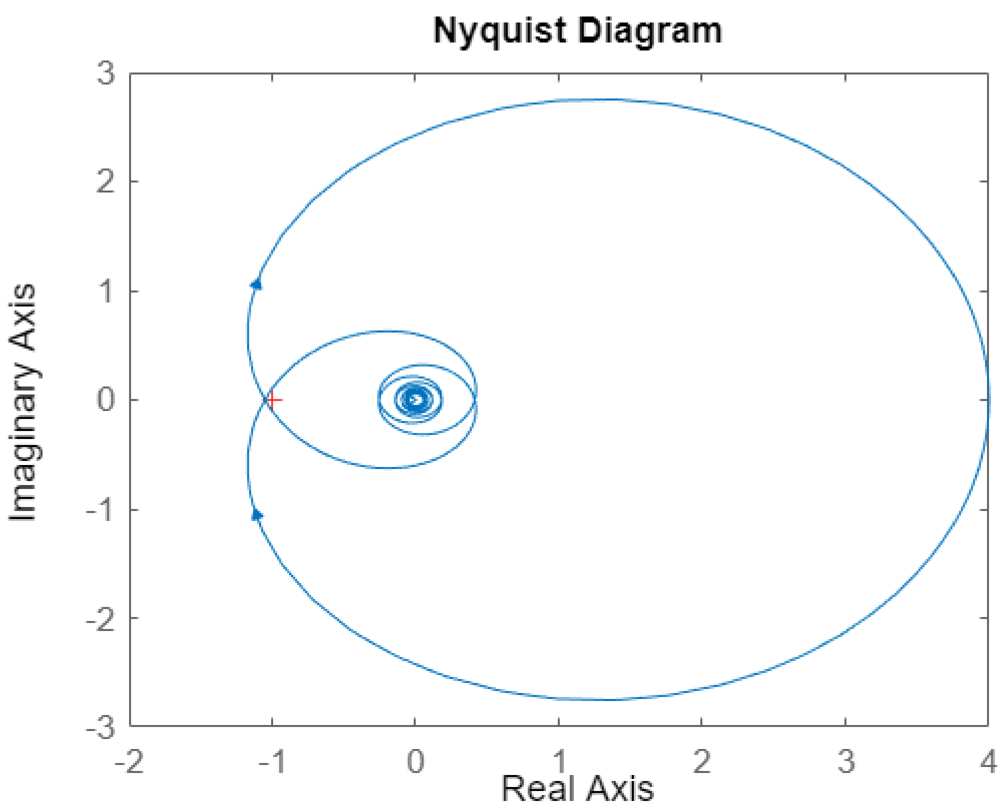
2.2 Zadanie 2

Dla układu otwartego z opóźnieniem $\tau = 0.5$:

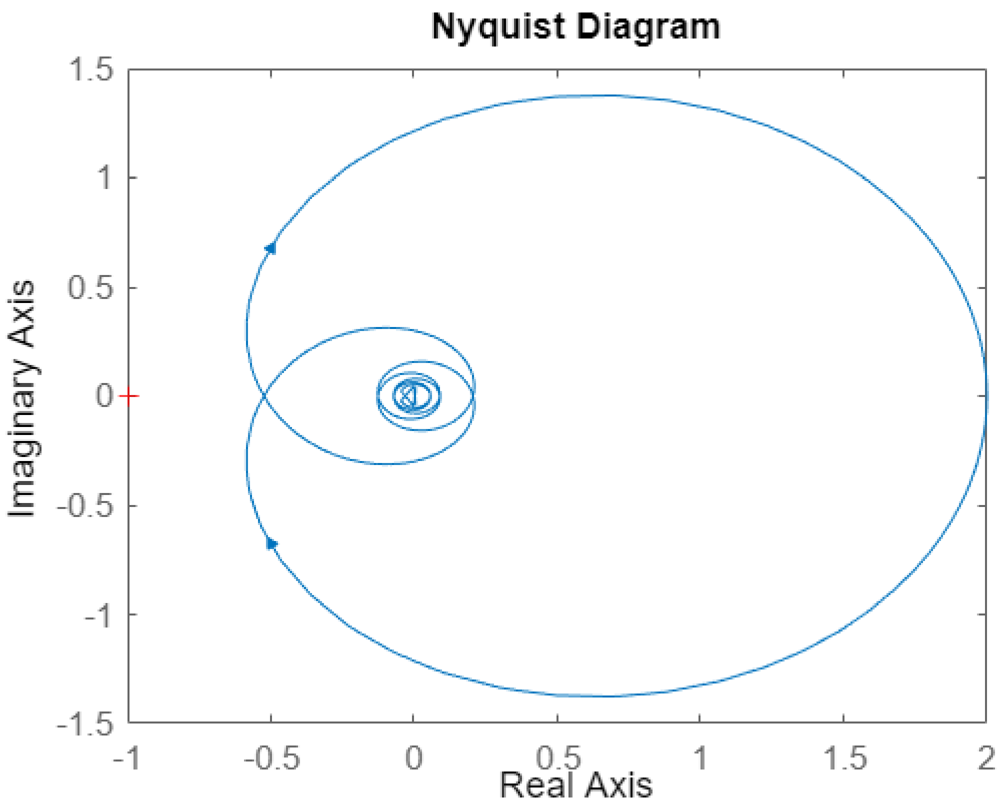
$$G_o(s) = \frac{ke^{-0,5s}}{s+1}$$

Zbadałem stabilność układu zamkniętego za pomocą Kryterium Nyquista. Badanie stabilności dla tego typu układów przy pomocy kryterium Nyquista sprowadza się do sprawdzenia, czy pierwsze przecięcie transmitancji układu z osią rzeczywistą leży na prawo, czy na lewo od punktu (-1, j0). Poniżej przedstawiam kod w Matlabie i wykresy dla wzmocnienia K = 2 i 4:

```
k=4;
mian = [1 1];
G = tf(k, mian, 'InputDelay', 0.5);
nyquist(G);
```



Rys 12. Charakterystyka Nyquista dla układu z opóźnieniem – Wzmocnienie K = 4



Rys 13. Charakterystyka Nyquista dla układu z opóźnieniem – Wzmocnienie K = 2

Jak możemy zauważyć na pierwszym wykresie dla wzmocnienia K = 4, pierwszy punkt przecięcia wykresu z osią rzeczywistą leży na lewo od punktu Nyquista, więc układ jest niestabilny. Natomiast na drugim wykresie dla wzmocnienia K = 2, pierwszy punkt przecięcia wykresu z osią rzeczywistą leży na prawo od punktu Nyquista, więc układ jest stabilny.

3. Wnioski

Metoda Nyquista jest stosowana w analizie układów regulacji. Metoda Nyquista pozwala na łatwe i szybkie określenie stabilności układów regulacji, analizując jedynie odpowiedź układu na częstotliwości zespolone. Wystarczy narysować wykres Nyquista i dokładnie przeanalizować położenie punktu (-1, j0) względem krzywej Nyquista, aby określić, czy układ jest stabilny czy niestabilny. Metoda Nyquista pozwala również na określenie marginesów stabilności, czyli odległości pomiędzy punktem (-1, j0) a krzywą Nyquista. Im większe są te marginesy, tym bardziej stabilny jest układ regulacji.