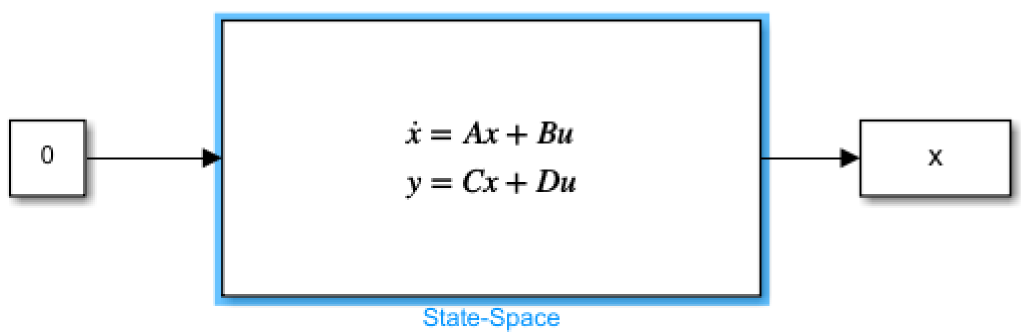
| Laboratorium Podstaw Automatyki<br>**Ćwiczenie 10 – Analiza liniowego systemu II rzędu na płaszczyźnie fazowej** | | |
|---|---|---|
| **Nazwisko Imię** | **Grupa** | **Data i godzina zajęć** |
| Szczypek Jakub | Grupa 5a | 30.05.2022r. godz.17.00<br>Poniedziałek |

## 1. Cel ćwiczenia

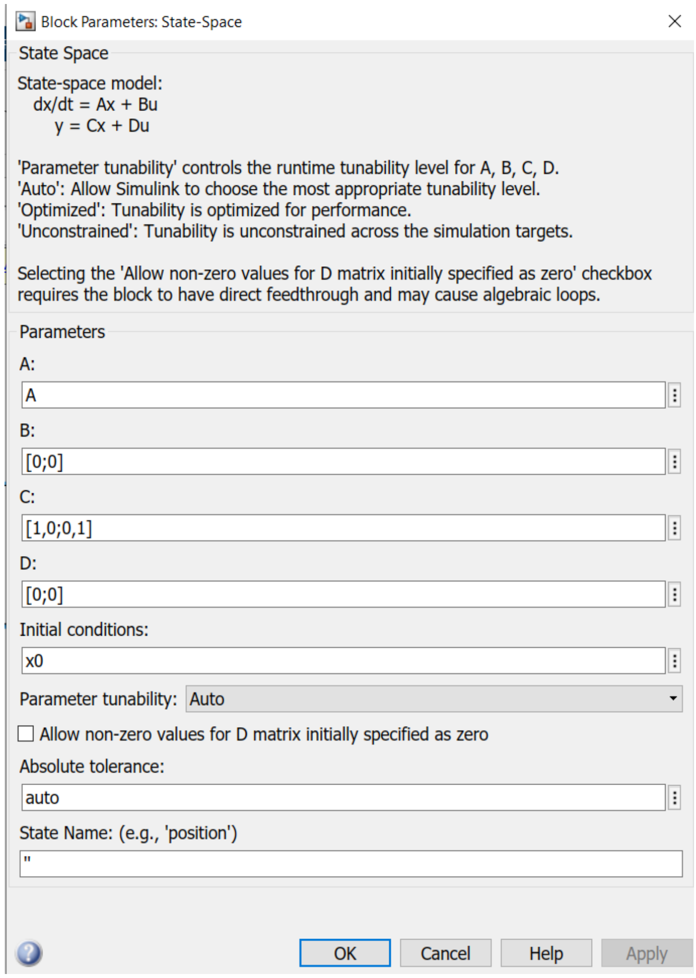
Celem ćwiczenia było zapoznanie się z metodą płaszczyzny fazowej, która jest bardzo wygodnym narzędziem do analizy własności (takich jak np. stabilność) zarówno liniowych, jak i nieliniowych systemów dynamicznych II rzędu opisanych w przestrzeni stanu. W trakcie ćwiczenia korzystałem z pakietu Simulink z programu Matlab.

## 2. Wstęp teoretyczny

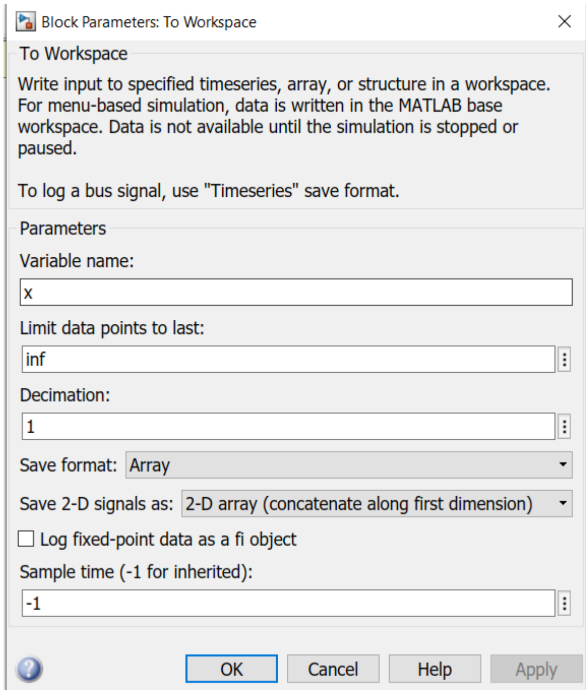
Do wykonania ćwiczenia stworzyłem poniższy model w Simulinku, który był umieszczony w instrukcji zadania.




Składa się on z wartości stałej (w tym przypadku równej zero), z bloczka State-Space oraz z bloczka To workspace. Bloczek State-Space służy do modelowania systemu dynamicznego w postaci równania stanu. W moim przypadku jest on skonfigurowany w następujący sposób:




Jako macierz stanu wpisuję zmienną A, którą będę nadpisywać w zależności od wykonywanej symulacji. Natomiast bloczek To workspace jest to wyjście do przestrzeni roboczej, które było skonfigurowane jak poniżej:




## 3. Przebieg ćwiczenia

Do wyznaczenia trajektorii fazowych użyłem poniższego skryptu Matlaba. Aby uniknąć niepotrzebnej duplikacji kodu zastosowałem pętlę for, która wywołała mi program 8 razy z odpowiednimi danymi. Poniższy kod wyznacza trajektorie fazowe systemów dynamicznych II rzędu, które opisane są następującymi macierzami stanu:

**a) układ stabilny aperiodyczny, dwie różne rzeczywiste wartości własne:**

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

**b) układ stabilny oscylacyjny tłumiony, para wartości własnych zespolonych sprzężonych:**

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

c) **układ oscylacyjny nie tłumiony (granica stabilności), jedna para wartości własnych czysto urojonych:**

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

d) **układ z całkowaniem (granica stabilności), jedna wartość własna rzeczywista, druga równa zero:**

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

e) **układ z całkowaniem (granica stabilności), jedna wartość własna rzeczywista, druga równa zero:**

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

f) **układ niestabilny, jedna wartość własna dodatnia, druga ujemna (punkt równowagi to punkt „siodłowy”):**

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

g) **- układ niestabilny, jedna wartość własna dodatnia, druga ujemna (punkt równowagi to punkt „siodłowy”):**

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

h) **- układ niestabilny, jedna wartość własna rzeczywista, druga równa zero:**

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Powyższe macierze zdefiniowano w kodzie, a następnie podano je do pętli by program mógł się wykonać.

```
tabA = { [-1,0;0,-2]
    [0,1;-3,2]
    [0,1;-1,0]
    [0,0;0,-1]
    [0,2;0,-1]
    [0.5,0;0,-0.5]
    [0,0.1;0.2,0]
    [0,0;0,1]}
```

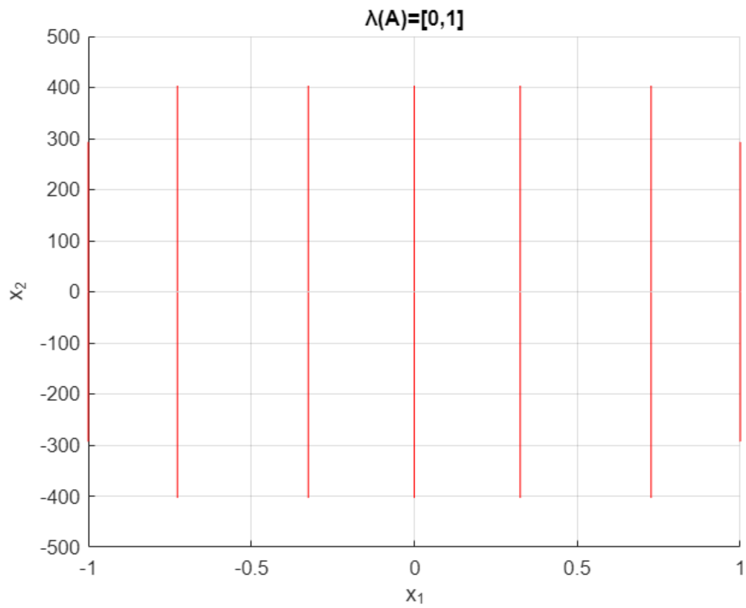
tabA = 8×1 cell

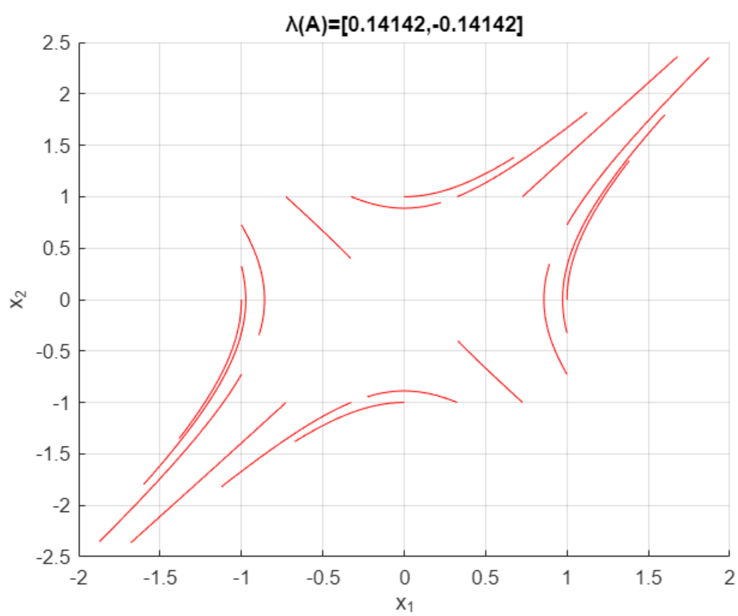
| | 1 |
|---|---|
| **1** | [-1,0;0,-2] |
| **2** | [0,1;-3,2] |
| **3** | [0,1;-1,0] |
| **4** | [0,0;0,-1] |
| **5** | [0,2;0,-1] |
| **6** | [0.5000,0;0,-0.5000] |
| **7** | [0,0.1000;0.2000,0] |
| **8** | [0,0;0,1] |

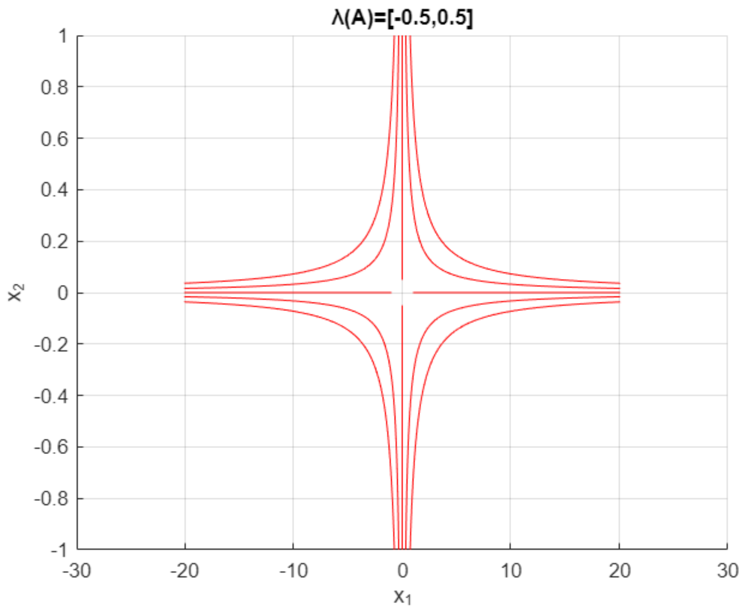
```
for i = 1:8
    A = cell2mat(tabA(i));
    T = 6;
    [w J]=eig(A);
    figure()
    hold on
    grid on

    a = 0:(pi/10):(2*pi);
    X1 =[cos(a);sin(a)];
        X2 = X1./[max(abs(X1))];
    max(abs(X1));
    M = size(X2,2);

    for m=1:M
        x0 = X2(:,m);
        out = sim('untitled',T);
```

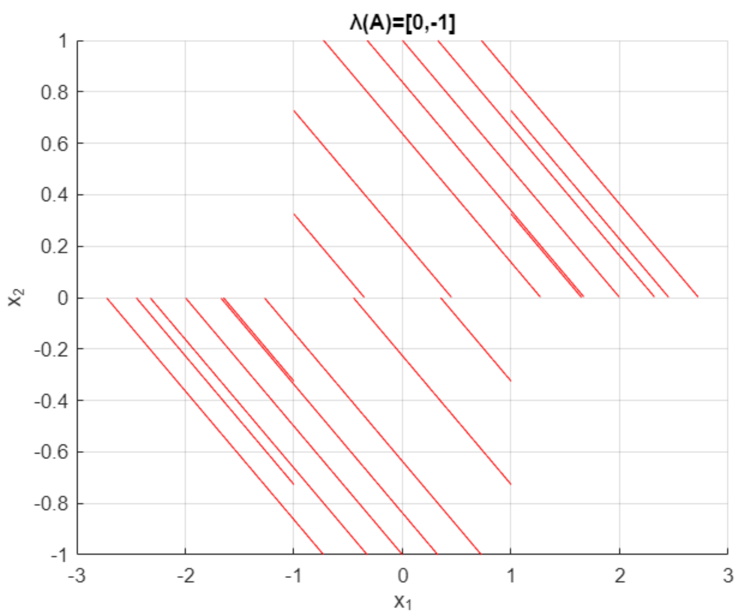
```
        plot(x(:,1),x(:,2),'r-');
        title(['\lambda(A)=[',num2str(J(1,1)),',',num2str(J(2,2)),']']);
        xlabel('x_1');
        ylabel('x_2');
    % xlim([-1 -1])
    % ylim([1 1])
    end


end
```

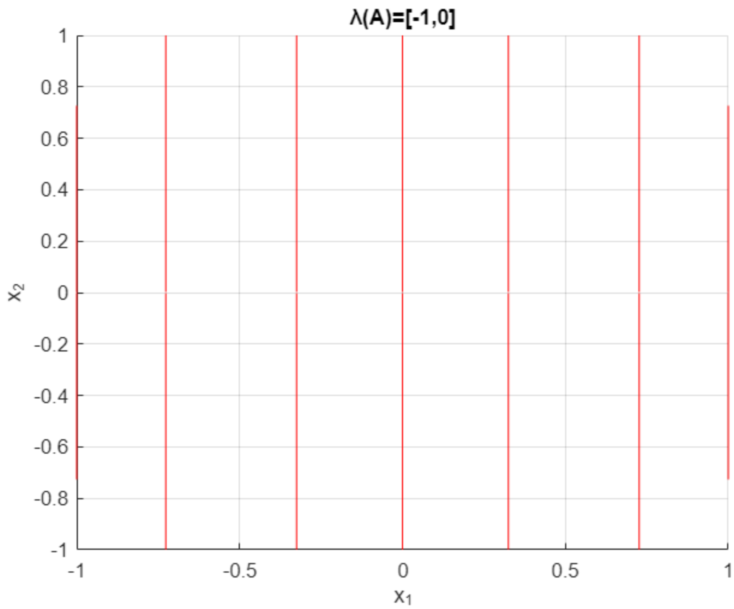
Kolejne trajektorie a), b), c), d), e), f), g), h)



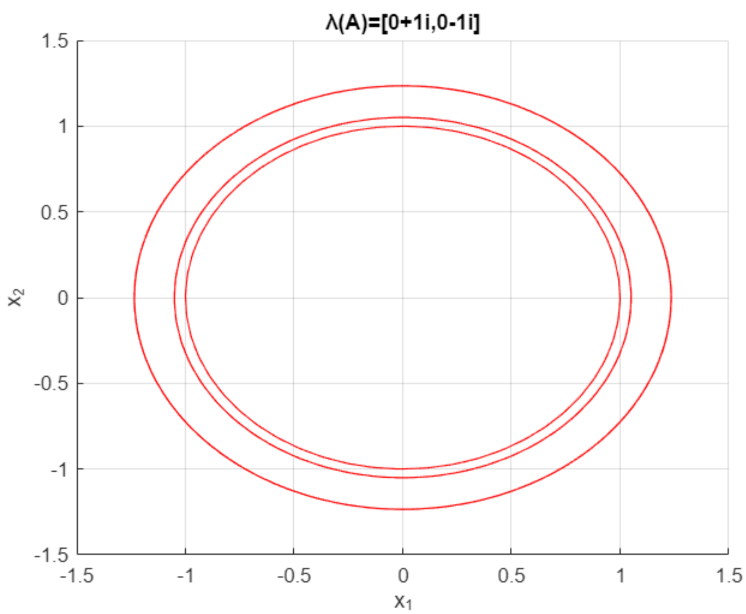




λ(A)=[-0.5,0.5]
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-30
-20
-10
0
10
20
30
$x_1$
$x_2$

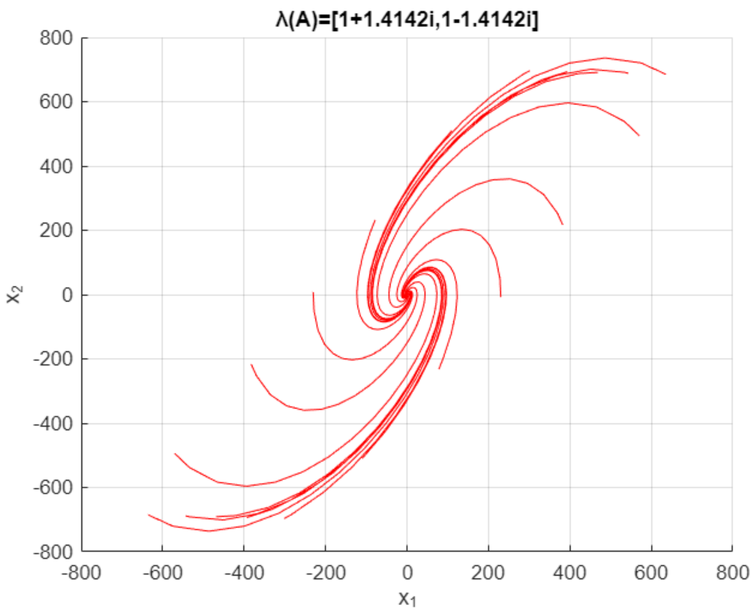

λ(A)=[0,-1]
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-3
-2
-1
0
1
2
3
$x_1$
$x_2$

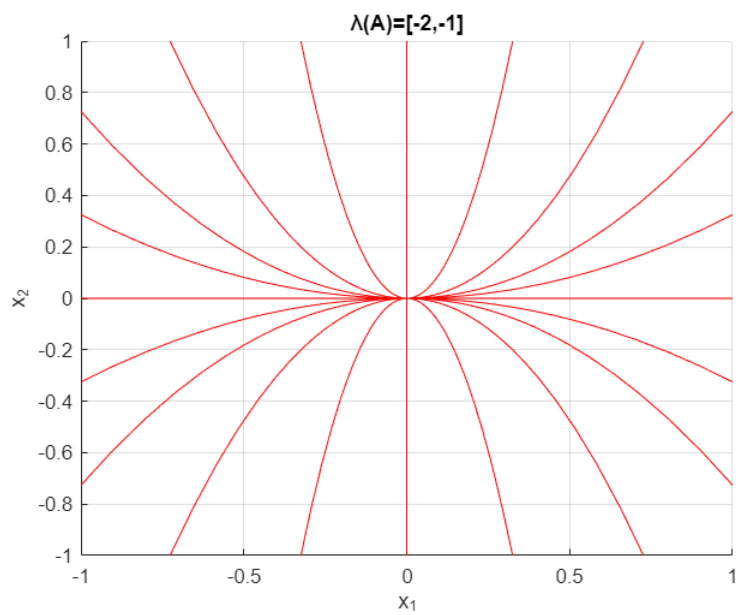


λ(A)=[-1,0]
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
x2
-1
-0.5
0
0.5
1
x1

λ(A)=[0+1i,0-1i]
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
x2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
x1




Powyższe rysunki odpowiadają kolejnym układom podanym wcześniej, oraz ich macierzom.

## 4. Wnioski

- Podczas wykonywania ćwiczenia nauczyłem się jak odczytywać rodzaj układu jedynie za pomocą wykresu na płaszczyźnie fazowej
- Dzięki wykonaniu ćwiczenia miałem szansę zaobserwować zachowania różnych układów na płaszczyźnie fazowej
- Dla układu stabilnego aperiodycznie linie wykresu zmierzają w kierunku środka układu, co oznacza, że obiekty wytrącone z równowagi wracają do niej

- Układ stabilny oscylacyjny tłumiony również zmierza z powrotem do punktu równowagi, ale w porównaniu do poprzedniego robi to wolniej i z licznymi oscylacjami
- Układ stabilny oscylacyjny nietłumiony oscyluje ze stałą amplitudą wokół punktu równowagi, ale nie zmierza do niego
- Dwa kolejne układy różnią się zmienną, która jest całkowana: pierwszy jest całkowaniem względem zmiennej $x_2$, natomiast drugi jest całkowaniem względem $x_1$ oraz $x_2$
- Układy trzech ostatnich podpunktów są układami niestabilnymi, ponieważ po ich przebiegach na płaszczyźnie fazowej można zauważyć, że po wytrąceniu ich z punktu równowagi nie wracają do niego