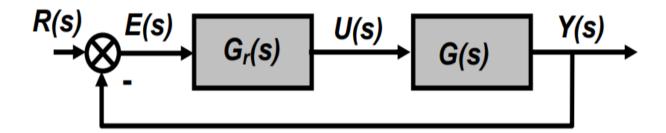
| Laboratorium Podstaw Automatyki<br>Ćwiczenie 8 – Zapasy stabilności |          |   |
|---|----------|---|
| Nazwisko Imię   | Grupa    | Data i godzina zajęć                    |
| Szczypek Jakub  | Grupa 5a | 16.05.2022r. godz.17.00<br>Poniedziałek |

## 1. Cel ćwiczenia

Celem dzisiejszego ćwiczenia jest ugruntowanie i rozszerzenie zagadnień z zakresu zapasów stabilności. Zostanie pokazany wpływ na stabilność poszczególnych części regulatora PID.

# 2. Wstęp

W ćwiczeniu rozważamy zamknięty układ regulacji złożony z obiektu o transmitancji G(s) oraz regulatora liniowego ciągłego o transmitancji  $G_r(s)$ , pokazany na rysunku poniżej.



Będziemy rozważać regulatory P, PI, PD oraz PID w wersji IND. Transmitancja układu otwartego jest równa:

$$G_0(s) = G_r(s)G(s)$$

Jako obiekty rozważane będą takie opisane przez transmitancję:

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1},$$

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1},$$

$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 2s + 1},$$

$$G(s) = \frac{1}{2s^3 + s^2 + s}.$$

Marginesy stabilności wyznaczane będą wyłącznie w oparciu o transmitancję układu otwartego.

# 3. Przebieg ćwiczenia

W ramach ćwiczenia wykonywane będą kolejne zadania z konspektu z użyciem środowiska Matlab. Aby uniknąć duplikacji kodu stworzono funkcję wypisującą przeliczone zapasy moduły i fazy:

#### Zadanie 3

W tym zadaniu omawiany będzie układ z regulatorem P, którego transmitancja ma postać:

$$G_r(s) = k$$

Stworzono kod generujący wykresy Bodego z zaznaczonymi zapasami stabilności:

```
licz1 = [1];
mian1 = [1 3 3 1];
licz2 = [1];
mian2 = [1 2 2 1];
licz3 = [2];
```

```
mian3 = [1 3 2 1];
licz4 = [1];
mian4 = [2 1 1 0];
obiekt_1 = tf(licz1, mian1);
obiekt 2 = tf(licz2, mian2);
obiekt_3 = tf(licz3, mian3);
obiekt_4 = tf(licz4, mian4);
obiekty = [obiekt_1 obiekt_2 obiekt_3 obiekt_4];
obiekty_nazwy = ["obiekt_1:" "obiekt_2" "obiekt_3:" "obiekt_4:"];
wartosci_k = [4 1.5 5/4 1/4];
Gm = [6.02 \ 6.02 \ 6.02 \ 6.02];
Pm = [27.1 39.7 22.1 71.5];
i = 1;
for k = wartosci_k
    figure
    G_r = k;
    margin(G_r * obiekty(i))
    disp(obiekty_nazwy(i))
    disp("k:" + k)
    wyswietl_zapas_modulu_i_fazy(Gm(i), Pm(i))
    i = i + 1;
end
```

# **Bode Diagram** Gm = 6.02 dB (at 1.73 rad/s), Pm = 27.1 de 27 20 Magnitude (dB) 0 -20 -40 -60 0 Phase (deg) -90 -180 -270 10-1 $10^{0}$ $10^{1}$

Frequency (rad/s)

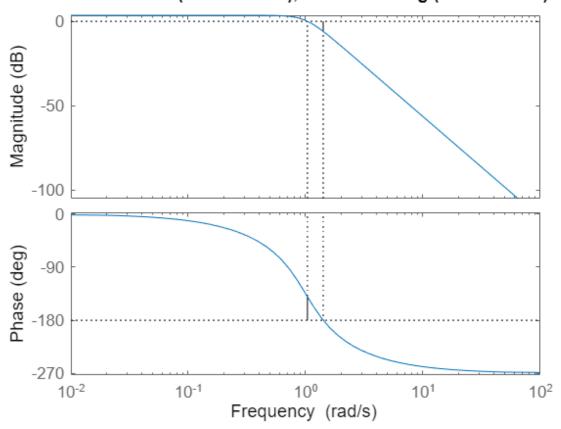
obiekt\_1:

k: 4

Zapas modułu: 1.9999 Zapas fazy: 0.47298[rad]

Bode Diagram

Gm = 6.02 dB (at 1.41 rad/s), Pm = 39.7 deg (at 1.04 rad/s)

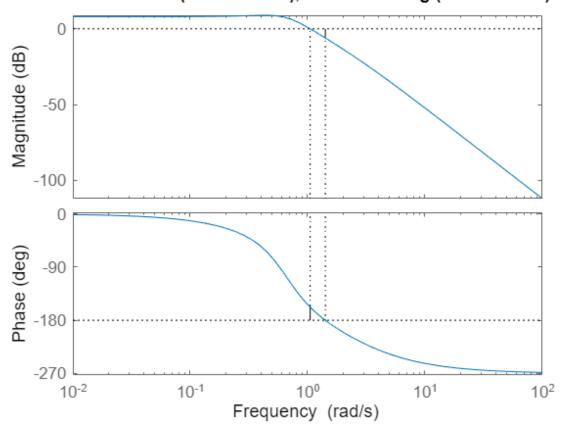


obiekt\_2 k: 1.5

Zapas modułu: 1.9999 Zapas fazy: 0.6929[rad]

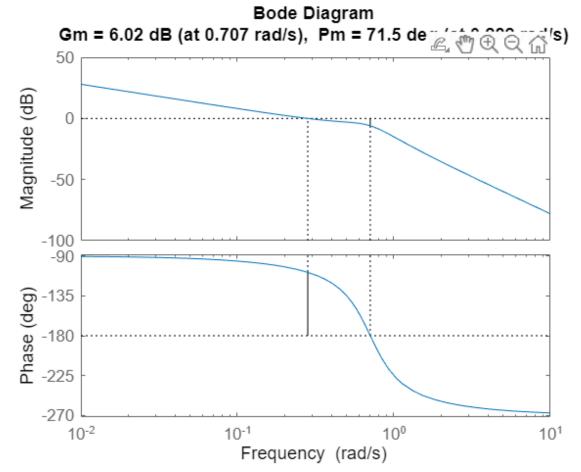
Bode Diagram

Gm = 6.03 dB (at 1.41 rad/s), Pm = 22.1 deg (at 1.05 rad/s)



obiekt\_3: k: 1.25

Zapas modułu: 1.9999 Zapas fazy: 0.38572[rad]



obiekt\_4: k: 0.25

Zapas modułu: 1.9999 Zapas fazy: 1.2479[rad]

#### Zadanie 4

W tym zadaniu omawiamy układ z regulatorem PI, którego transmitancja ma postać:

$$G_r(s) = k + \frac{\alpha}{s}$$

Stworzono kod generujący wykresy Bodego z zaznaczonymi zapasami stabilności:

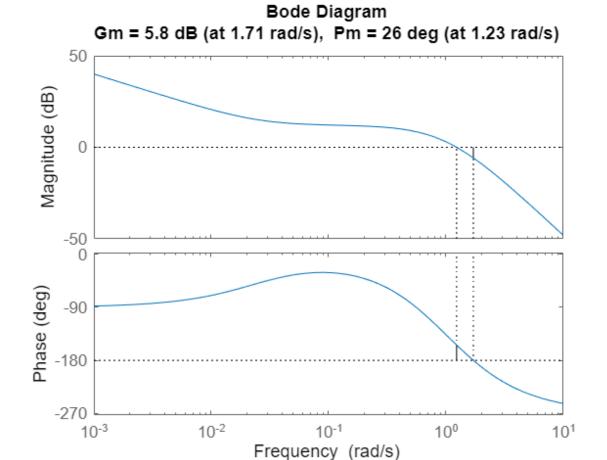
```
clear G_r Gm Pm

Gm = [5.8 5.43 4.95 1.58 3.62 -0.412 -6.75 -inf];

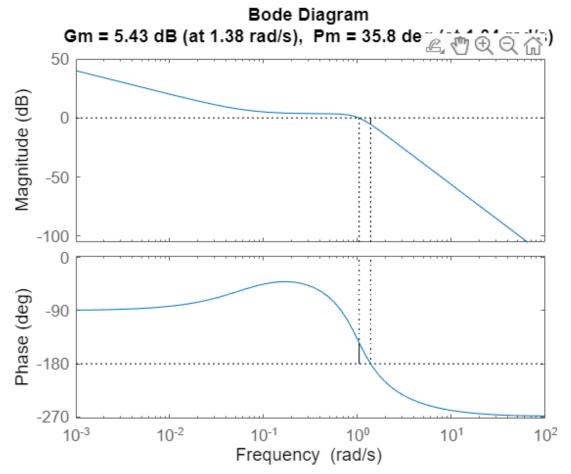
Pm = [26 35.8 17.6 11.4 14.9 -2.4 -20 -115];
```

```
j = 0;
for alpha = [0.1 1]
    i = 1;
    for k = wartosci_k
        figure
        G_r = tf([k alpha], [1 0]);
        margin(G_r * obiekty(i))
        disp(obiekty_nazwy(i))
        disp("k: " + k + " ; alpha: " + alpha)
        wyswietl_zapas_modulu_i_fazy(Gm(i + j), Pm(i + j))

    i = i + 1;
end
    j = j + 4;
end
```

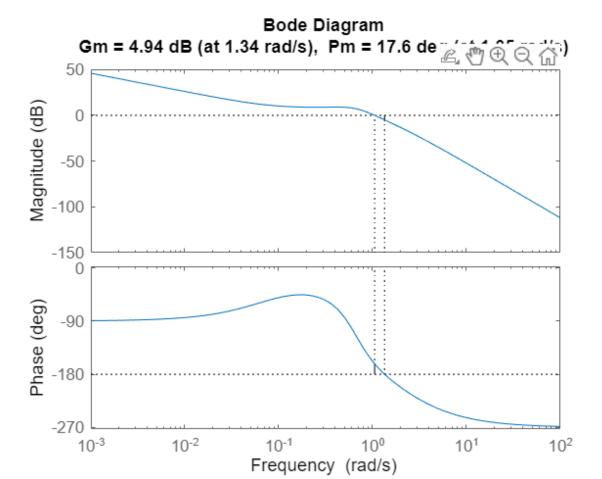


k: 4 ; alpha: 0.1 Zapas modułu: 1.9498 Zapas fazy: 0.45379[rad]



obiekt\_2

k: 1.5 ; alpha: 0.1 Zapas modułu: 1.8685 Zapas fazy: 0.62483[rad]



k: 1.25 ; alpha: 0.1 Zapas modułu: 1.7681 Zapas fazy: 0.30718[rad]

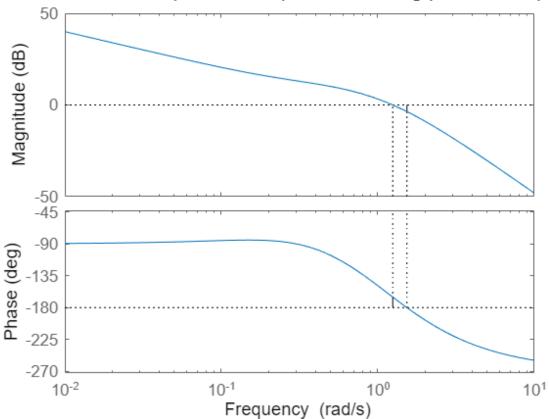
Frequency (rad/s)

obiekt\_4:

k: 0.25 ; alpha: 0.1 Zapas modułu: 1.1995 Zapas fazy: 0.19897[rad]

Bode Diagram

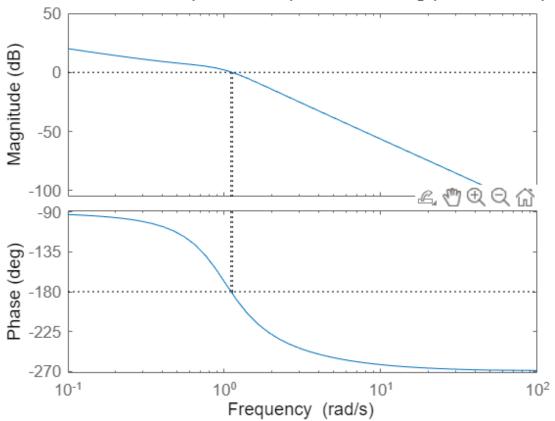
Gm = 3.62 dB (at 1.54 rad/s), Pm = 14.9 deg (at 1.25 rad/s)



k: 4 ; alpha: 1

Zapas modułu: 1.5171 Zapas fazy: 0.26005[rad]

**Bode Diagram** Gm = -0.412 dB (at 1.1 rad/s), Pm = -2.4 deg (at 1.13 rad/s)



obiekt\_2

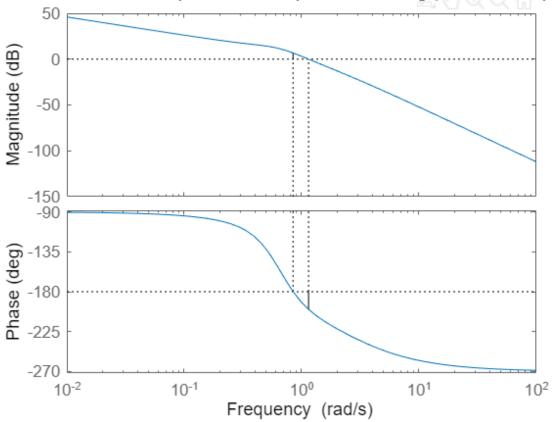
k: 1.5 ; alpha: 1

Zapas modułu: 0.95367

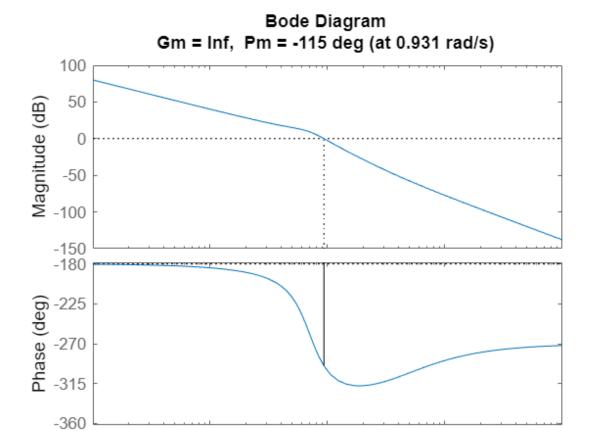
Zapas fazy: -0.041888[rad]

Bode Diagram

Gm = -6.75 dB (at 0.846 rad/s), Pm = -20 deg (at 1.15 rad/s)



k: 1.25 ; alpha: 1 Zapas modułu: 0.45973 Zapas fazy: -0.34907[rad]



 $10^{0}$ 

Frequency (rad/s)

 $10^{1}$ 

 $10^{2}$ 

obiekt\_4:

k: 0.25 ; alpha: 1

 $10^{-2}$ 

Zapas modułu: 0

Zapas fazy: -2.0071[rad]

## Zadanie 5

W tym zadaniu omawiamy układ z regulatorem PD, którego transmitancja ma postać:

$$G_r(s) = k + \beta s$$

Stworzono kod generujący wykresy Bodego z zaznaczonymi zapasami stabilności:

 $10^{-1}$ 

```
clear G_r Gm Pm

Gm = [10.1 15.6 inf inf 18.1 inf inf];
Pm = [35.4 54.5 42.4 90 42.5 60.5 54.7 42.1];

j = 0;
```

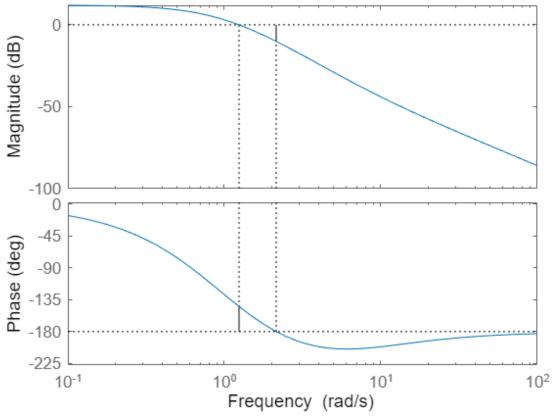
```
for beta = [0.5 1]
    i = 1;
    for k = wartosci_k
        figure
        G_r = tf([beta k], [0 1]);
        margin(G_r * obiekty(i))
        disp(obiekty_nazwy(i))
        disp("k: " + k + " ; beta: " + beta)
        wyswietl_zapas_modulu_i_fazy(Gm(i + j), Pm(i + j))

    i = i + 1;

end
    j = j + 4;
end
```

Bode Diagram

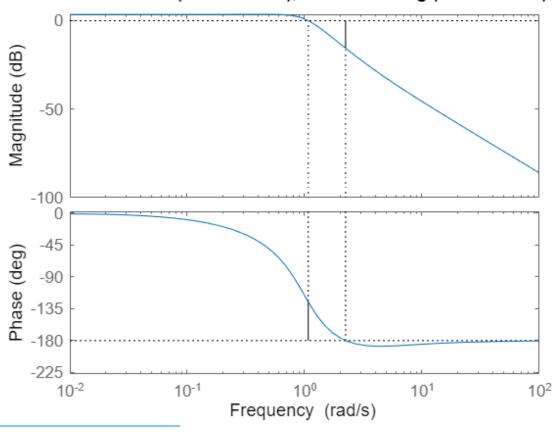
Gm = 10.1 dB (at 2.14 rad/s), Pm = 35.4 deg (at 1.24 rad/s)



k: 4 ; beta: 0.5 Zapas modułu: 3.1989 Zapas fazy: 0.61785[rad]

Bode Diagram

Gm = 15.6 dB (at 2.24 rad/s), Pm = 54.5 deg (at 1.07 rad/s)

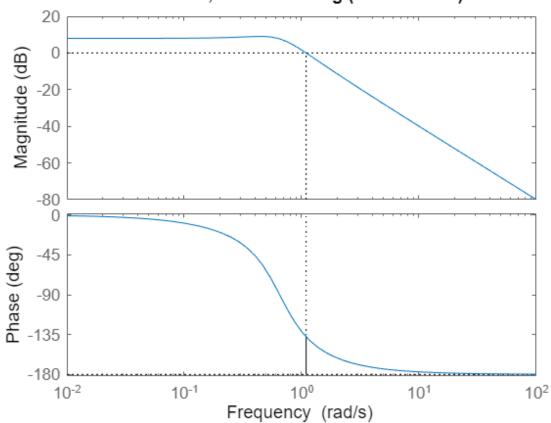


obiekt\_2

k: 1.5 ; beta: 0.5 Zapas modułu: 6.0256 Zapas fazy: 0.9512[rad]

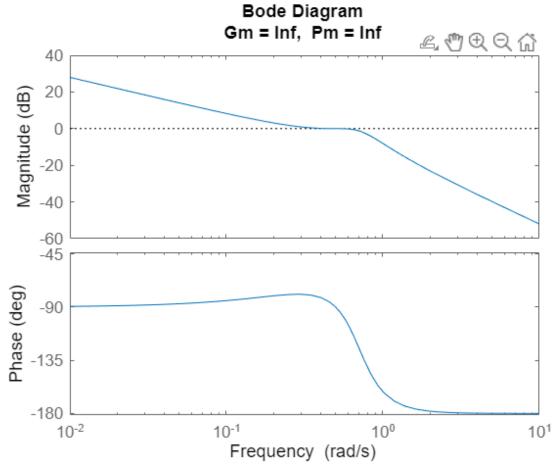
Bode Diagram

Gm = Inf, Pm = 42.4 deg (at 1.09 rad/s)



k: 1.25 ; beta: 0.5 Zapas modułu: Inf

Zapas fazy: 0.74002[rad]



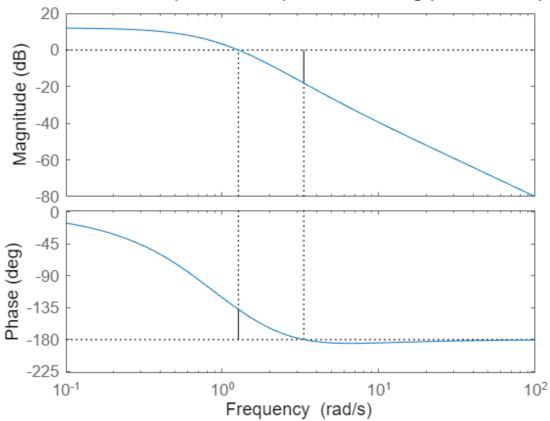
obiekt\_4:

k: 0.25 ; beta: 0.5 Zapas modułu: Inf

Zapas fazy: 1.5708[rad]

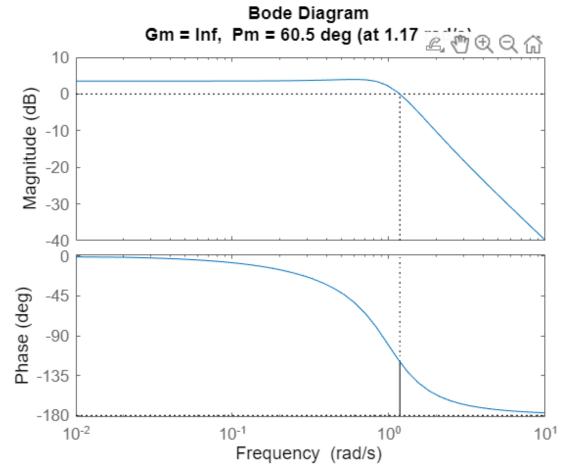
Bode Diagram

Gm = 18.1 dB (at 3.32 rad/s), Pm = 42.5 deg (at 1.27 rad/s)



k: 4 ; beta: 1

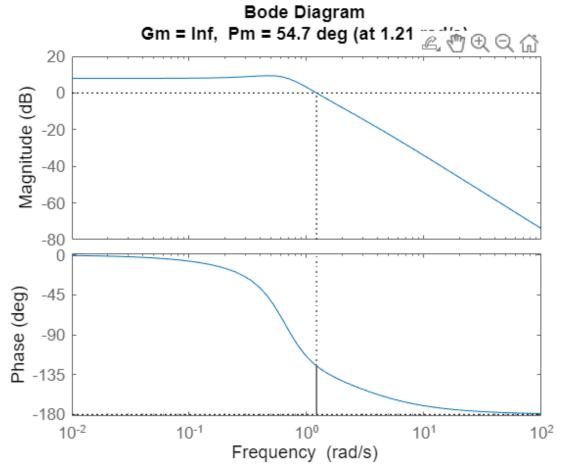
Zapas modułu: 8.0353 Zapas fazy: 0.74176[rad]



obiekt\_2

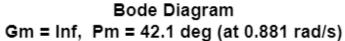
k: 1.5 ; beta: 1
Zapas modułu: Inf

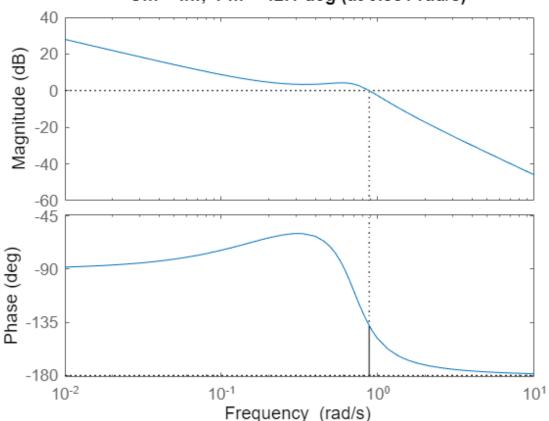
Zapas fazy: 1.0559[rad]



k: 1.25 ; beta: 1 Zapas modułu: Inf

Zapas fazy: 0.9547[rad]





obiekt\_4:

k: 0.25 ; beta: 1
Zapas modułu: Inf

Zapas fazy: 0.73478[rad]

### Zadanie 6

W tym zadaniu omawiamy układ z regulatorem PID, którego transmitancja ma postać:

$$G_r(s) = k + \beta s + \frac{\alpha}{s}$$

Stworzono kod generujący wykresy Bodego z zaznaczonymi zapasami stabilności:

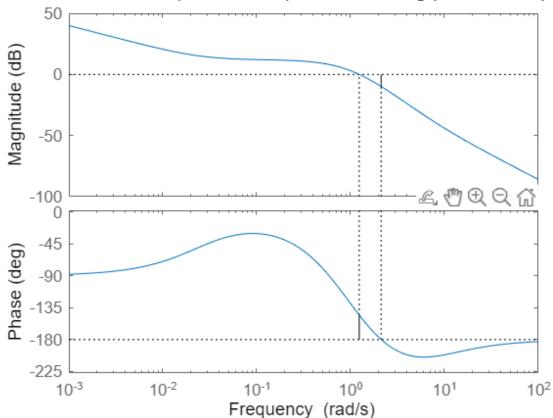
```
clear G_r Gm Pm

Gm = [9.87 14.8 inf -inf 17.8 inf inf -inf 7.55 6.02 6.02 -inf 15.3 inf inf
15.6];
```

```
Pm = [34.4 52.6 39.5 38.9 41.7 60.1 53.5 46.5 24.3 21.3 2.79 -98.7 33 42.5 26.7
-77.8];
j = 0;
for alpha = [0.1 1]
    jj = 0;
    for beta = [0.5 1]
         i = 1;
         for k = wartosci_k
             figure
             G_r = tf([beta \ k \ alpha], [0 \ 1 \ 0]);
             margin(G_r * obiekty(i))
             disp(obiekty_nazwy(i))
             disp("k: " + k + " ; alpha: " + alpha + " ; beta: " + beta)
             wyswietl_zapas_modulu_i_fazy(Gm(i + j), Pm(i + j))
             i = i + 1;
        end
         jj = jj +4;
    end
    j = j + 8;
end
```

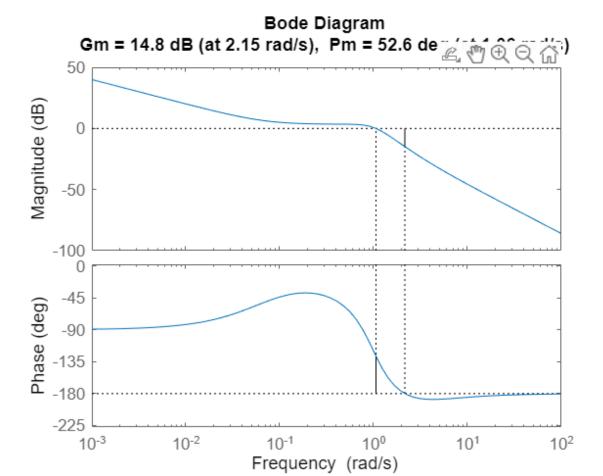
Bode Diagram

Gm = 9.87 dB (at 2.12 rad/s), Pm = 34.4 deg (at 1.24 rad/s)



k: 4 ; alpha: 0.1 ; beta: 0.5

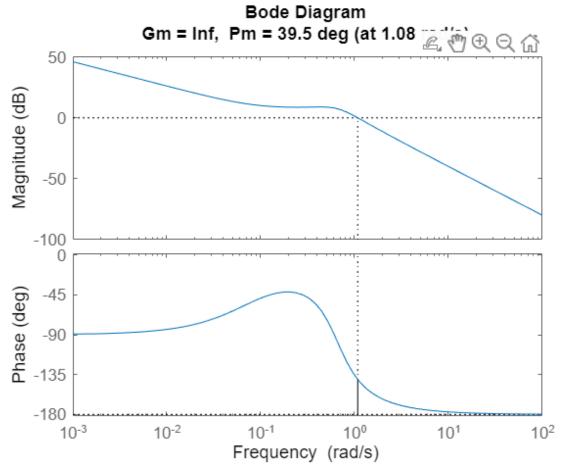
Zapas modułu: 3.1153 Zapas fazy: 0.60039[rad]



obiekt\_2

k: 1.5 ; alpha: 0.1 ; beta: 0.5

Zapas modułu: 5.4954 Zapas fazy: 0.91804[rad]



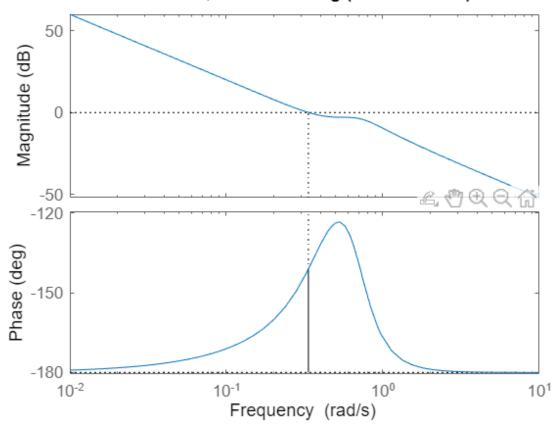
k: 1.25 ; alpha: 0.1 ; beta: 0.5

Zapas modułu: Inf

Zapas fazy: 0.68941[rad]

Bode Diagram

Gm = Inf, Pm = 38.9 deg (at 0.334 rad/s)

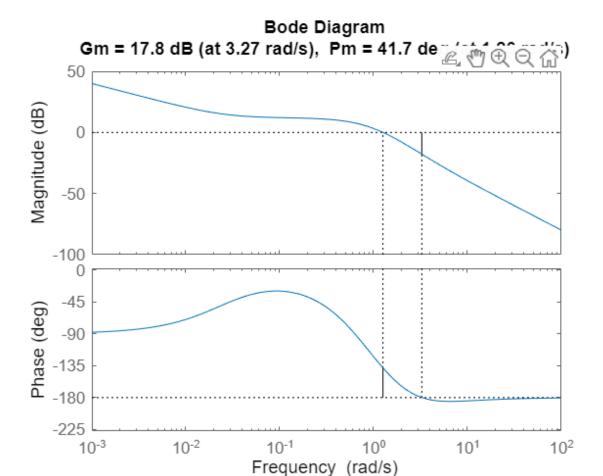


obiekt\_4:

k: 0.25 ; alpha: 0.1 ; beta: 0.5

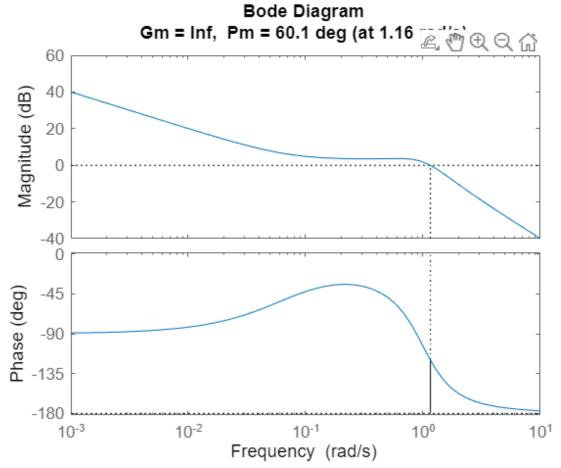
Zapas modułu: 0

Zapas fazy: 0.67893[rad]



k: 4 ; alpha: 0.1 ; beta: 1

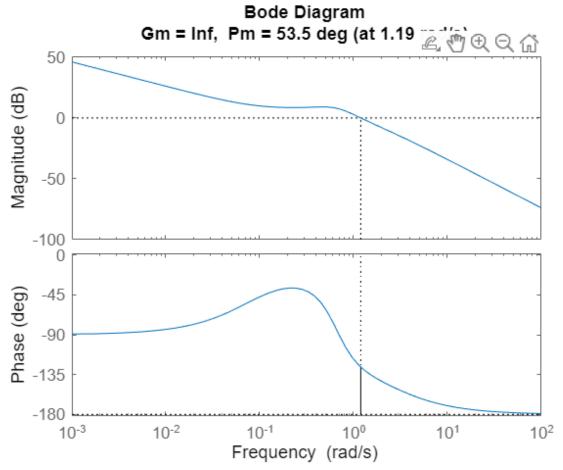
Zapas modułu: 3.1153 Zapas fazy: 0.60039[rad]



obiekt\_2

k: 1.5 ; alpha: 0.1 ; beta: 1

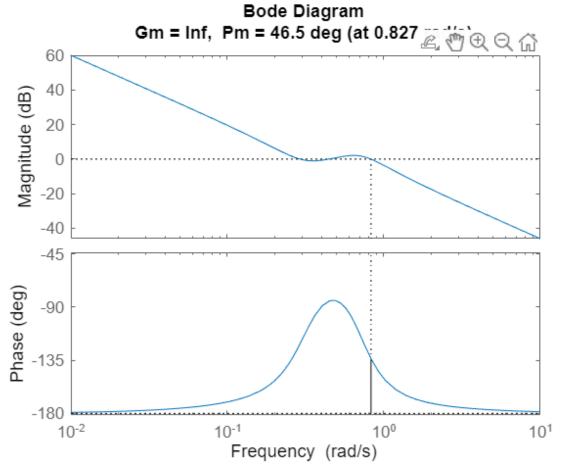
Zapas modułu: 5.4954 Zapas fazy: 0.91804[rad]



k: 1.25 ; alpha: 0.1 ; beta: 1

Zapas modułu: Inf

Zapas fazy: 0.68941[rad]



obiekt\_4:

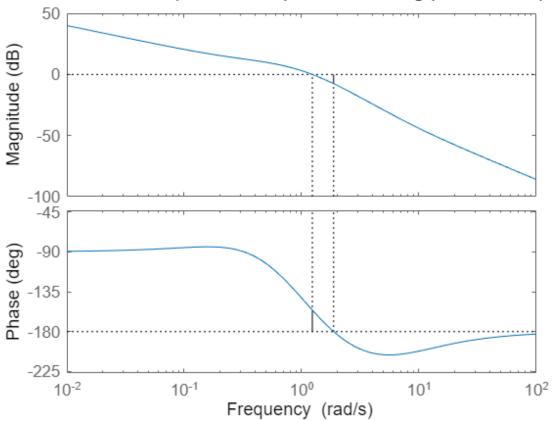
k: 0.25 ; alpha: 0.1 ; beta: 1

Zapas modułu: 0

Zapas fazy: 0.67893[rad]

Bode Diagram

Gm = 7.55 dB (at 1.87 rad/s), Pm = 24.3 deg (at 1.23 rad/s)



k: 4 ; alpha: 1 ; beta: 0.5

Zapas modułu: 2.3851 Zapas fazy: 0.42412[rad]

Bode Diagram

Gm = 6.02 dB (at 1.41 rad/s), Pm = 21.3 de (40) (40) (60)

-100
-90
-135
-180
-225
-10-1
100
100
101
101
102

Frequency (rad/s)

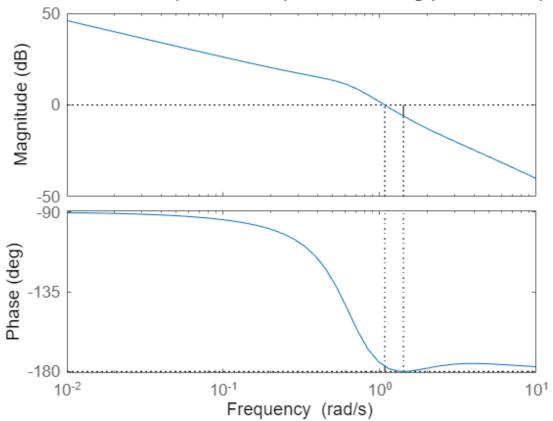
obiekt\_2

k: 1.5 ; alpha: 1 ; beta: 0.5

Zapas modułu: 1.9999 Zapas fazy: 0.37176[rad]

Bode Diagram

Gm = 6.02 dB (at 1.41 rad/s), Pm = 2.79 deg (at 1.07 rad/s)



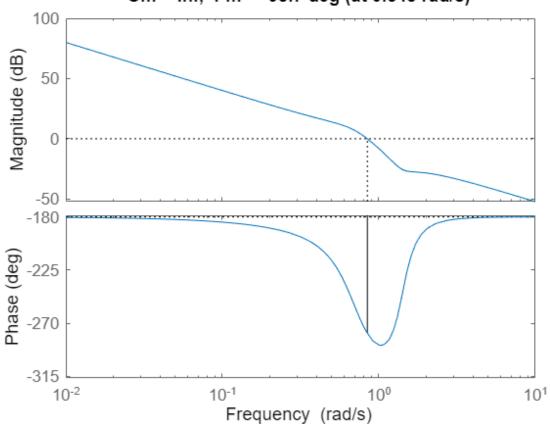
k: 1.25 ; alpha: 1 ; beta: 0.5

Zapas modułu: 1.9999

Zapas fazy: 0.048695[rad]

Bode Diagram

Gm = Inf, Pm = -98.7 deg (at 0.845 rad/s)

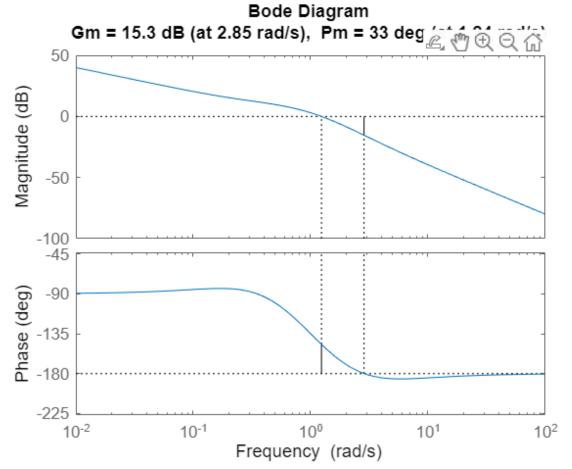


obiekt\_4:

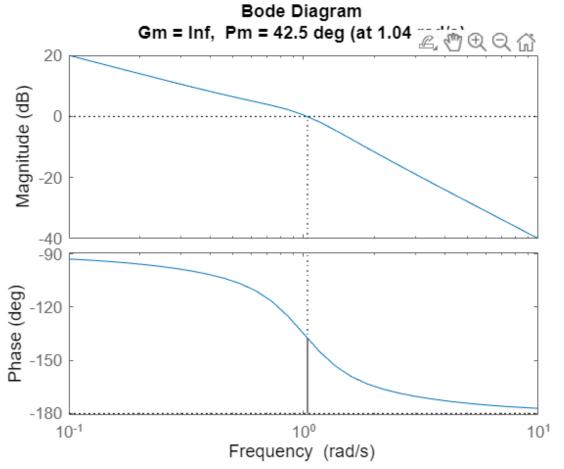
k: 0.25 ; alpha: 1 ; beta: 0.5

Zapas modułu: 0

Zapas fazy: -1.7226[rad]



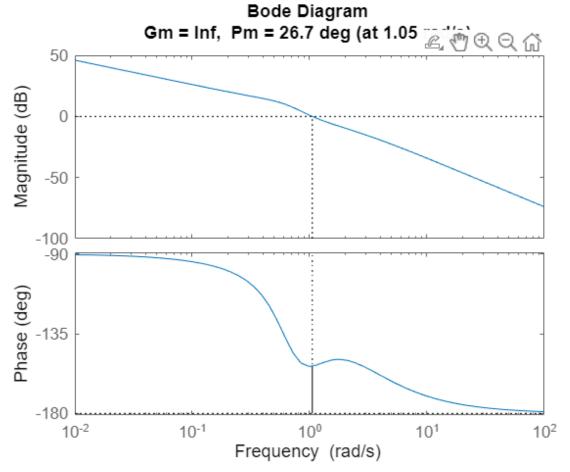
k: 4 ; alpha: 1 ; beta: 1
Zapas modułu: 2.3851
Zapas fazy: 0.42412[rad]



obiekt\_2

k: 1.5 ; alpha: 1 ; beta: 1

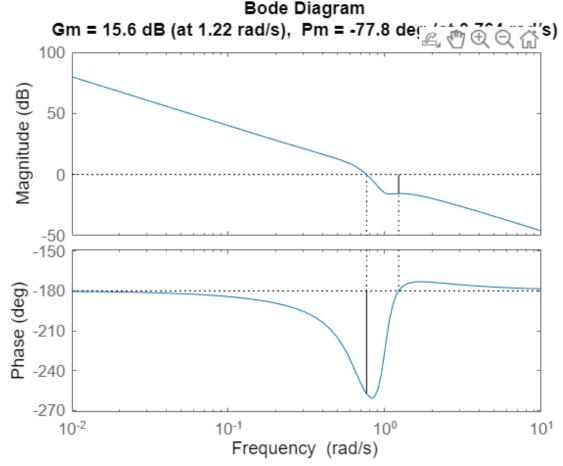
Zapas modułu: 1.9999 Zapas fazy: 0.37176[rad]



k: 1.25 ; alpha: 1 ; beta: 1

Zapas modułu: 1.9999

Zapas fazy: 0.048695[rad]



obiekt\_4:

k: 0.25 ; alpha: 1 ; beta: 1

Zapas modułu: 0

Zapas fazy: -1.7226[rad]

#### 4. Wnioski

W dzisiejszym ćwiczeniu badane były zapasy stabilności. Robiono to w oparciu o transmitancję układu otwartego. Aby tego dokonać wykorzystywana była funkcja *margin()*, która jest dostępna w środowisku Matlab. Generuje ona wykresy Bodego, na których zaznaczone są dokładne wartości zapasu stabilności. Analizując otrzymane wyniki dla czterech różnych regulatorów: P, PI, PD i PID z różnymi wartościami parametrów możemy stwierdzić że:

- Część proporcjonalna P oraz całkująca I zmniejszają zapasy stabilności
- Część różniczkująca D zwiększa zapasy stabilności
- W regulatorze P zwiększanie wzmocnienia k powoduje zmniejszanie zapasu stabilności
- W regulatorze PI im mniejszy jest współczynnik α tym większe są zapasy stabilności
- W regulatorze PD im mniejszy jest parametr β tym mniejsze są zapasy stabilności