

Podstawy Automatykii II

Jakub Szczypek, nr albumu 405912

Ćwiczenie 12: Analiza nieliniowego systemu II rzędu na płaszczyźnie fazowej, I metoda Lapunova

Poniedziałek: 13.06.2022 , godz: 17:00-18:30

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie z analizą dynamiki systemów nieliniowych II rzędu opisanych w przestrzeni stanu z wykorzystaniem metody płaszczyzny fazowej, rozważanej w poprzednim ćwiczeniu.

Wstęp teoretyczny

W ćwiczeniu analizowana będzie stabilność nieliniowego systemu dynamicznego opisanego jednorodnym, nieliniowym równaniem różniczkowym II rzędu:

$$\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + cx(t) - dx^3(t) = 0$$

Równanie to opisuje np ruch ciężarka na sprężynie, gdzie $x(t)$ to położenie ciężarka, w współczynnik b opisuje rozpraszanie energii w układzie, współczynniki c oraz d opisują nieliniową sprężynę ($d < 0$ sprężyna miękka, $d > 0$ sprężyna twarda). W przypadku gdy współczynnik $d = 0$ otrzymujemy znany z poprzedniego ćwiczenia układ liniowy. Jeżeli założymy, że zmiennymi stanu w tym układzie są:

położenie ciężarka $\mathbf{x}(t)$ oraz prędkość jego ruchu $\mathbf{v}(t)$, to równanie może być zapisane w postaci równania stanu:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t) \\ \dot{v}(t) = -cx(t) - bv(t) + dx^3(t) \end{cases}$$

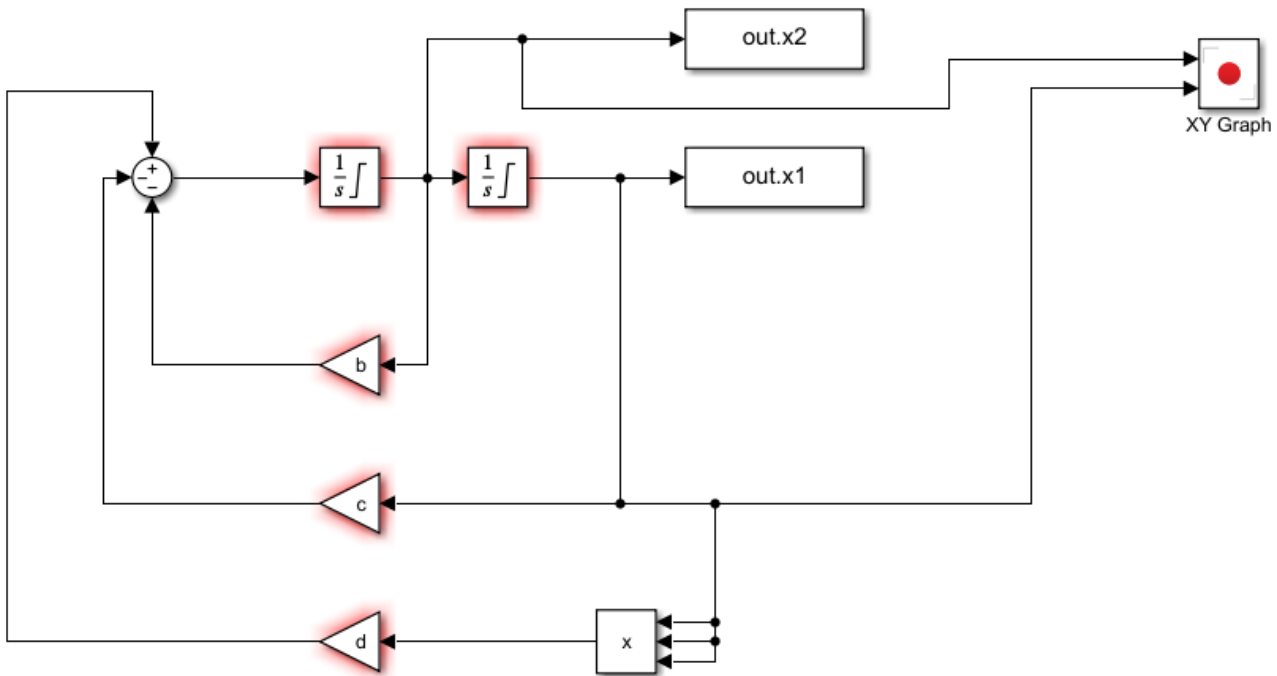
Układ nieliniowy z miękką sprężyną ($d < 0$) opisany przez wcześniejsze równania, posiada 3 punkty równowagi $P_{1,2,3}(x,v)$ o współrzędnych określonych przez położenie i prędkość (proszę zwrócić uwagę, że w położeniu równowagi prędkość musi być równa zero!) :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1(0,0) \\ P_2\left(\frac{c}{d},0\right) \\ P_2\left(-\frac{c}{d},0\right) \end{array} \right.$$

Można udowodnić, że punkt P1 jest punktem asymptotycznie stabilnym, a punkty P2,3 są punktami niestabilnymi. Analityczne wyznaczenie obszaru „atrakcji” (obszaru „przyciągania asymptotycznego”) jest zagadnieniem trudnym. Przybliżone wyznaczenie tego obszaru jest możliwe z wykorzystaniem modelowania w środowisku MATLAB/SIMULINK, co będzie należało zrobić w trakcie dalszej części ćwiczenia.

Realizacja ćwiczenia

Stworzony schemat blokowy w simulinku w simulinku, który był umieszczony w instrukcji zadania:



Podczas wykonywania ćwiczenia posłużyłem się poniższym skryptem w MATLABIE:

```
%Skrypt podobny do skryptu z cwiczenia dot układów liniowych, ale adaptowany do analizy stabilności
%z wykorzystaniem 1 metody Lapunova:
%Poniżej wpisujemy parametry:
%parametry b, c>0:
%parametr d<0,
% |c|<|d|

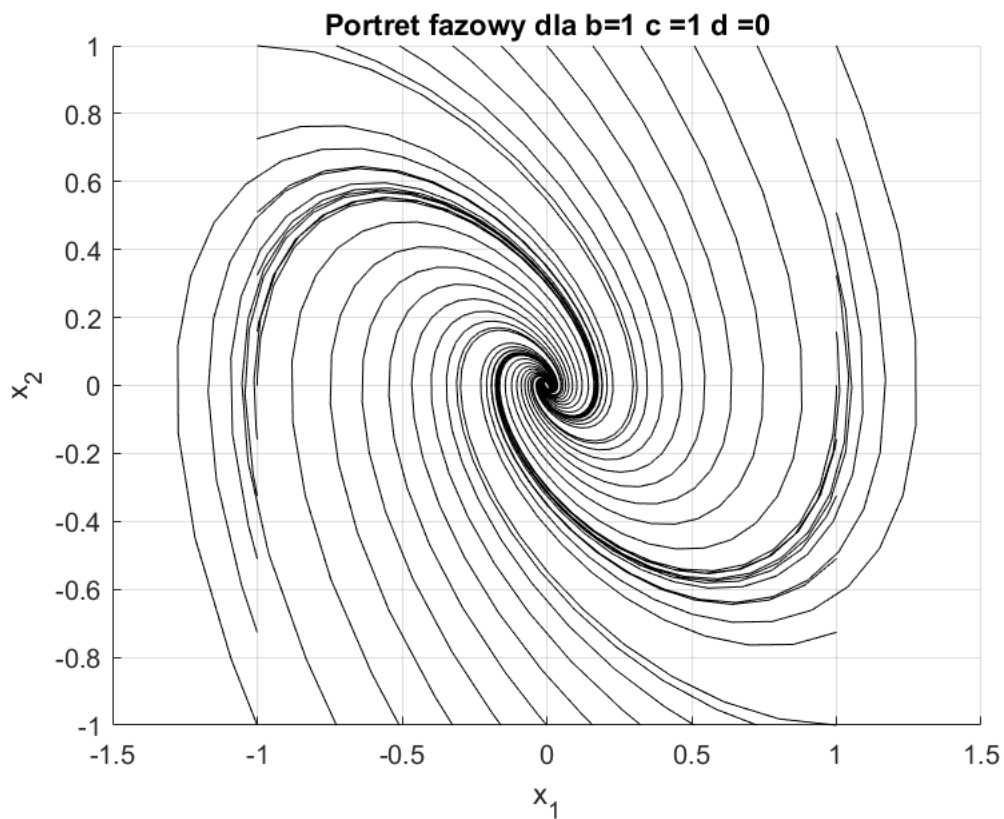
B = [1, 3, 3, 3, 1, 1, 1, 0, 0.1];
C = [1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 1, 2];
D = [0, -1, -0.1, -5 -1, -0.1, -5, -1, -1];

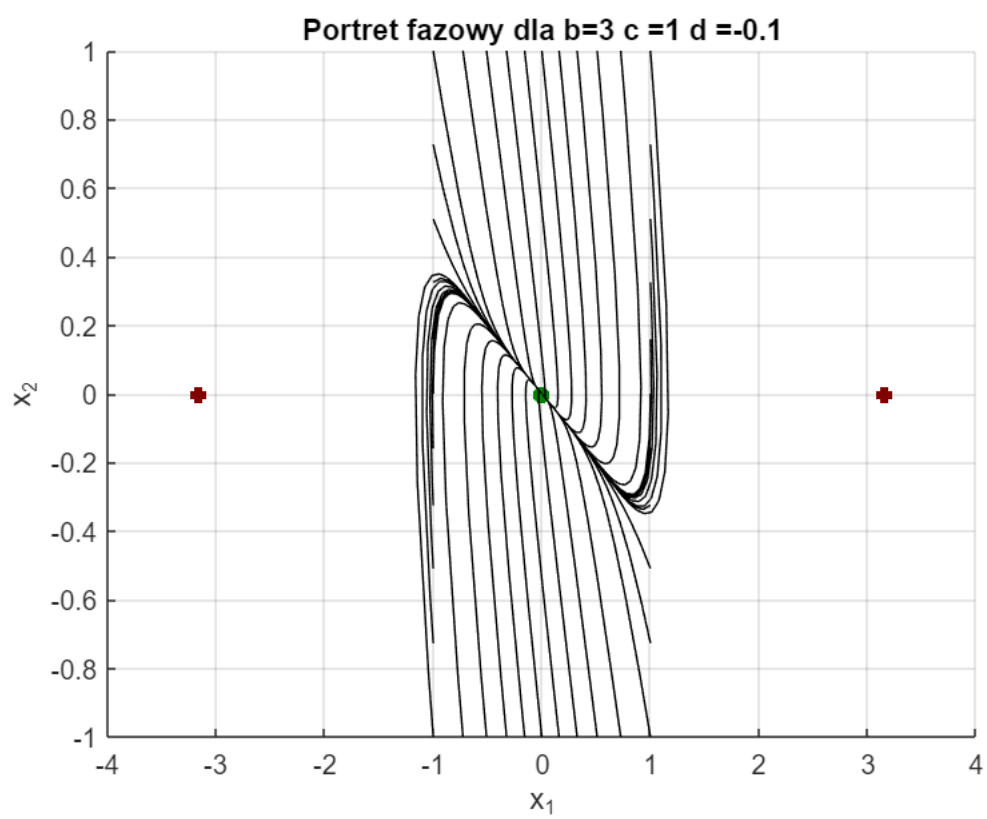
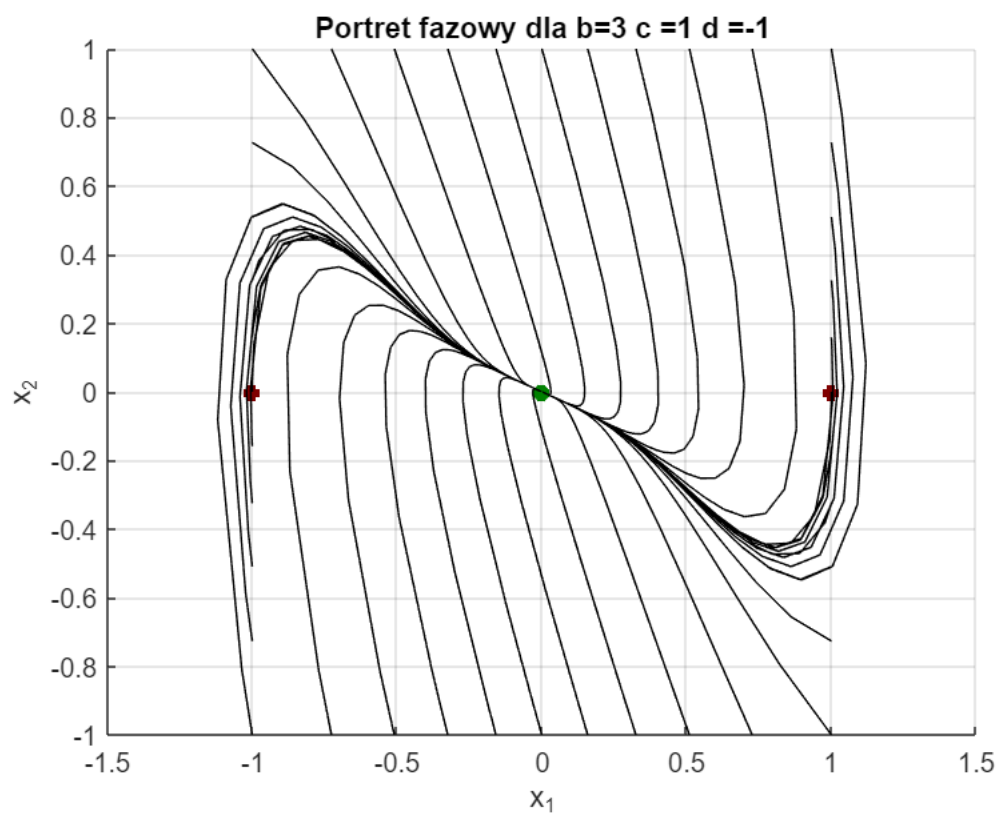
for i=1:9
    b=B(i); %b>2sqrt(c) żeby układ liniowy (d=0) był aperiodyczny
    c=C(i);
    d=D(i); %współczynnik części nieliniowej wg równania z instrukcji. Powinien być < 0
    T=10; %końcowy czas symulacji
    P=20; %ilość warunków początkowych do testu. Mniejsza ilość daje lepszą czytelność, ale więcej
    % pozwala dokładniej oszacować obszar przyciągania asymptotycznego.
    %pusty wykres:
    figure;
    hold on;
    grid on;
    %wrysowanie punktów równowagi na wykresie:
    if d<0
        %punkty niestabilne:
        plot(sqrt(-c/d),0,'+', 'linewidth',3, 'color',[.5 0 0]);
```

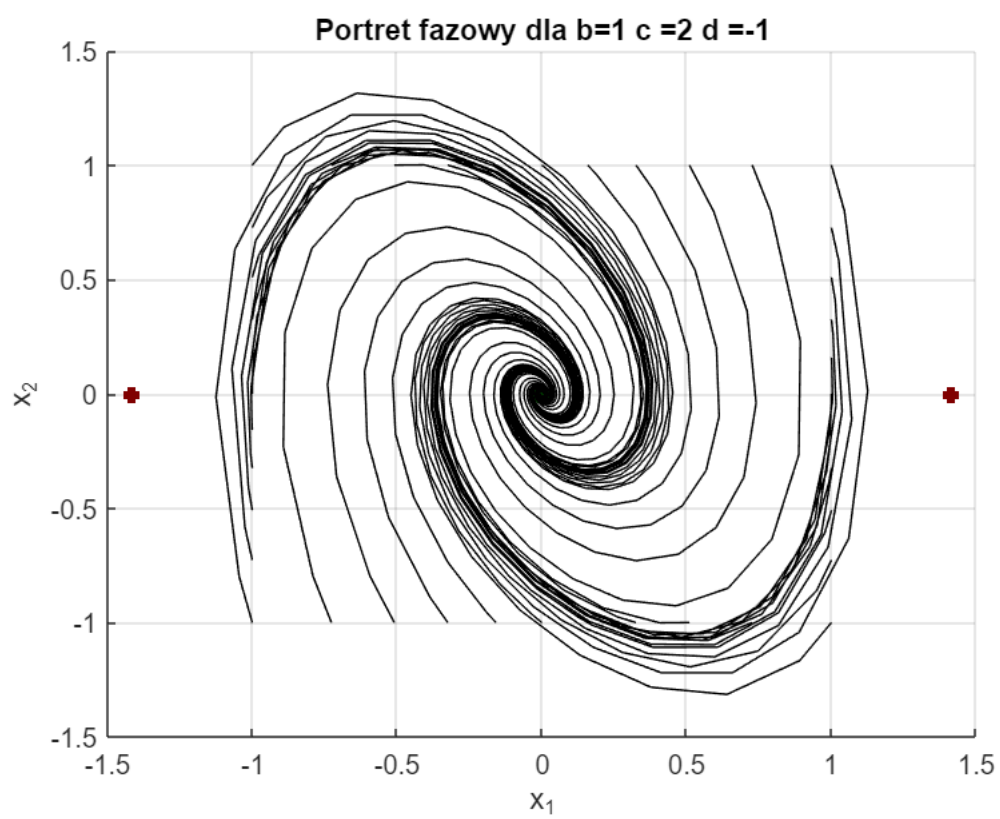
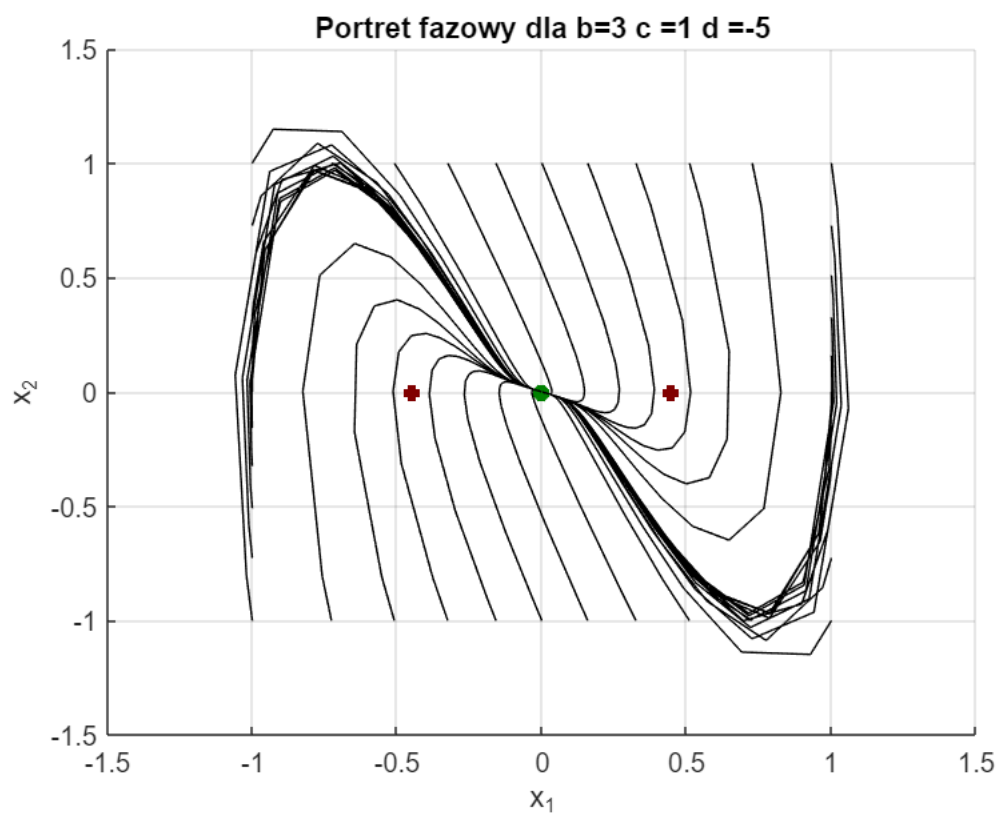
```

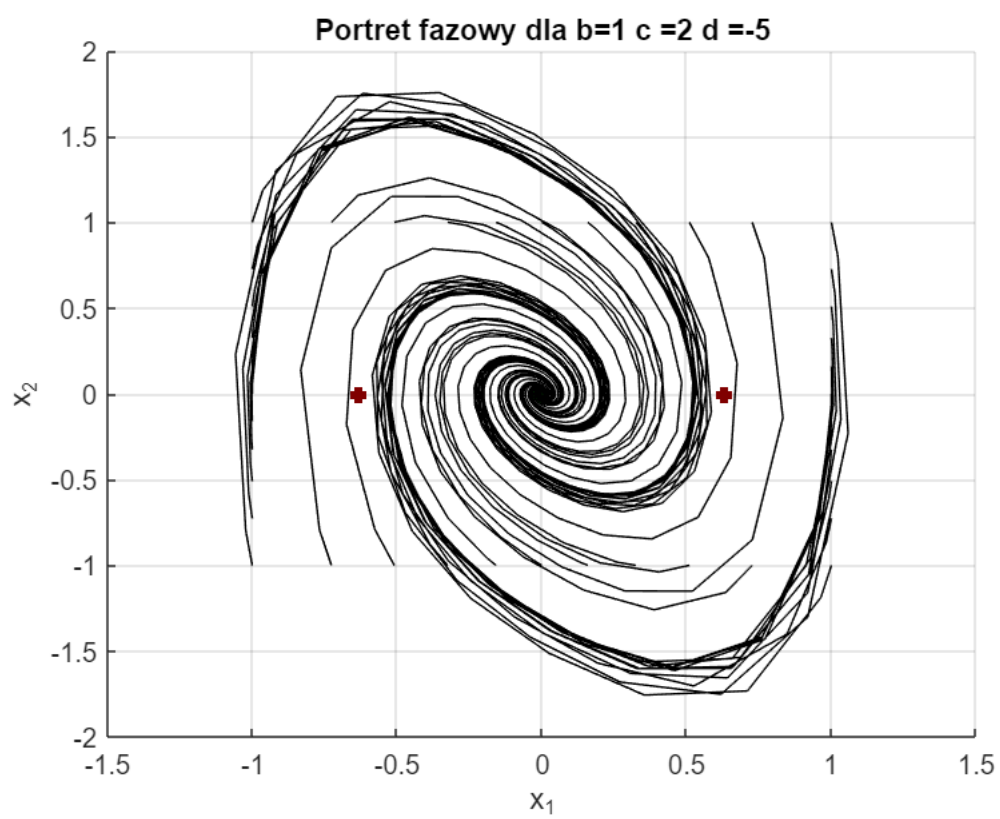
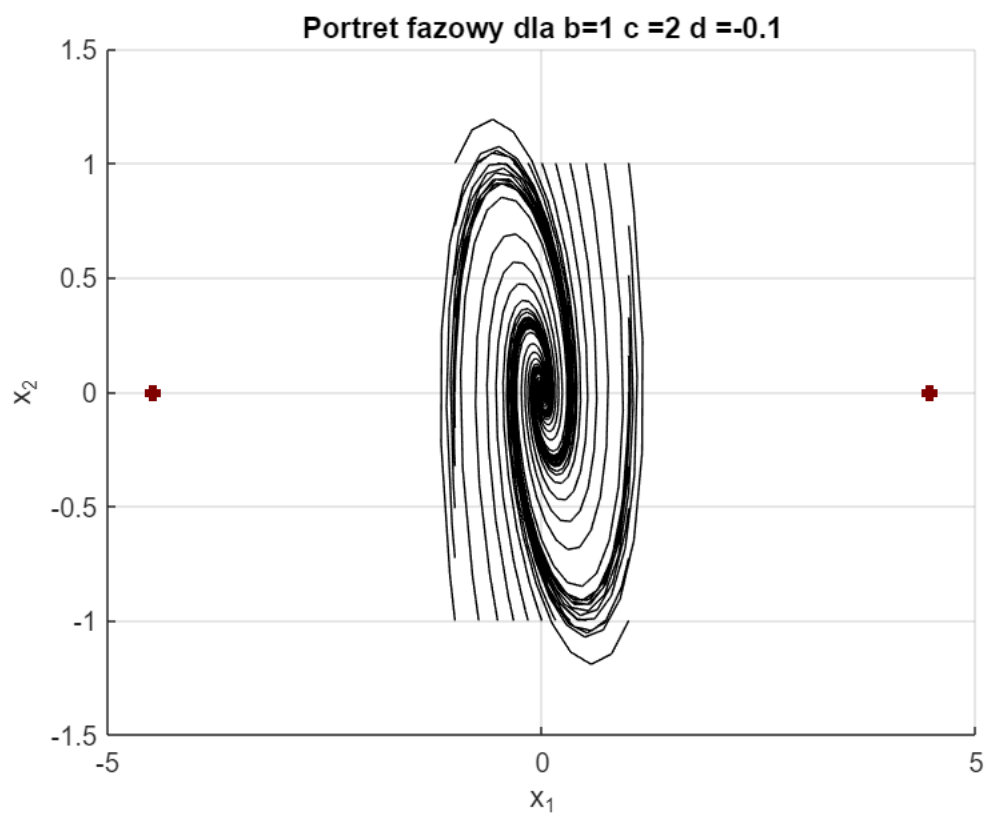
    plot(-sqrt(-c/d),0,'+', 'linewidth',3, 'color',[.5 0 0]);
    %punkt stabilny:
    plot(0,0,'*', 'linewidth',3, 'color',[0 .5 0]);
end;
%Wyznaczanie zbioru warunków początkowych obejmujących całą pł. fazową:
a=0:(pi/P):(2*pi);
X1=[cos(a);sin(a)];
X2=X1./[max(abs(X1));max(abs(X1))];
%
M=size(X2,2);
for m=1:M
    x0=X2(:,m);
    %tu wpisujemy nazwę funkcji z modelem układu n-1:
    out = sim('met_Lap_1_31', T);
    plot(out.x1, out.x2,'k-');
    str = strcat('Portret fazowy dla b= ', num2str(b), ' c = ', num2str(c), ' d = ', num2str(d));
    title(str)
    xlabel('x_1');
    ylabel('x_2');
end;
end;

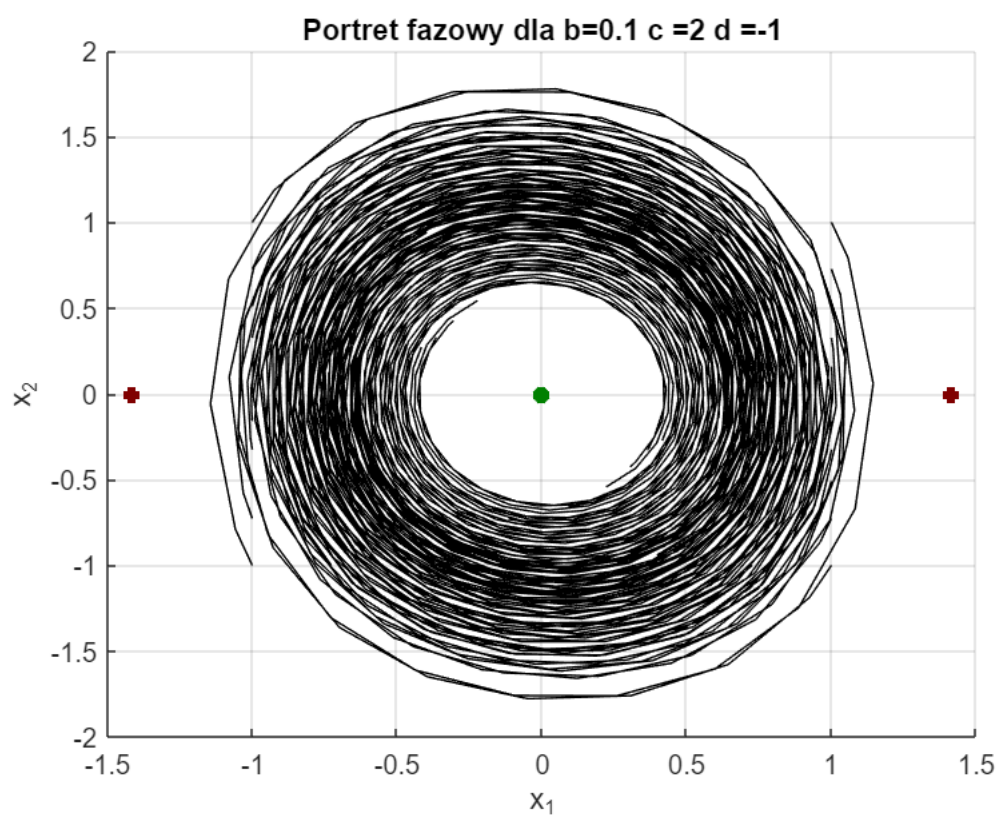
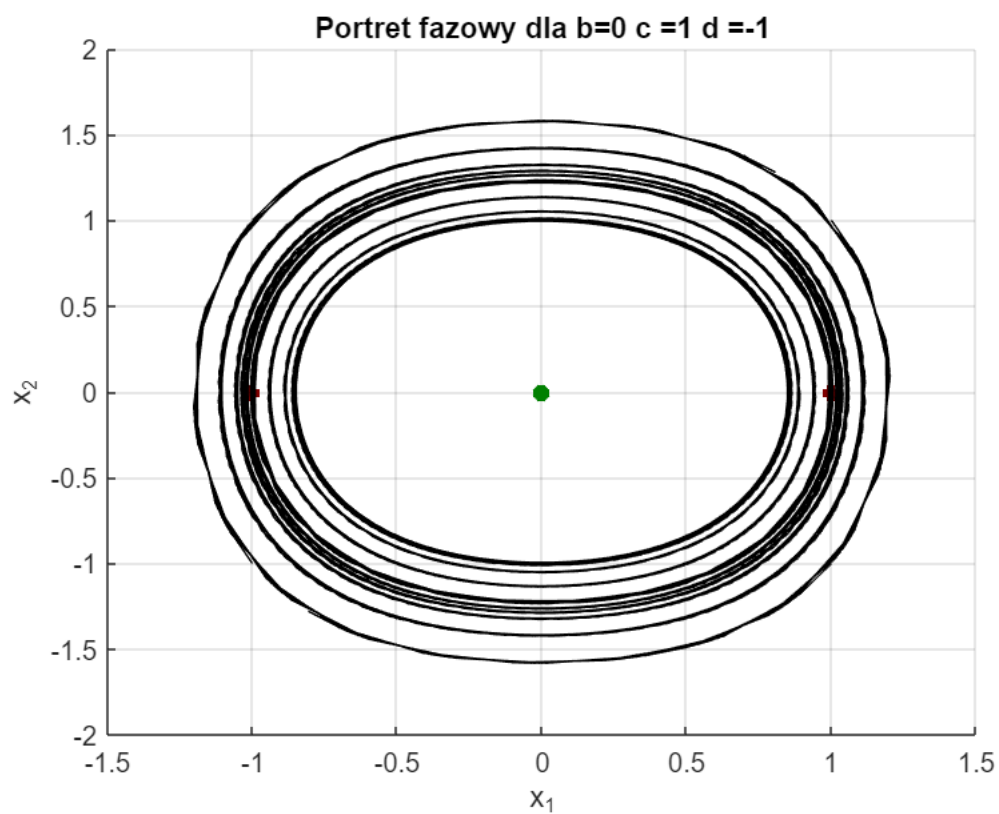
```











Wnioski

Wykonane ćwiczenie pozwoliło zapoznać się z analizą nieliniowych systemów II rzędu na płaszczyźnie fazowej za pomocą pierwszej metody Lapunova. Ćwiczenie zostało zrealizowane za pomocą środowiska Matlab i Simulink. Z otrzymanych wykresów dla kolejnych zestawów parametrów można było zaobserwować z jakiego rodzaju układami mieliśmy do czynienia. Pierwszy układ to układ liniowy, czyli taki jak rozważane w poprzednim tygodniu, wynika to z tego że wartość współczynnika d była równa zero. Kolejne układy były układami stabilnymi asymptotycznie. Ich wykresy dążą do początku układu współrzędnych. Dwa ostatnie układy to układy niestabilne asymptotycznie, ponieważ ich przebiegi były w okolicy punktu $(0, 0)$, ale nigdy ich nie osiągały.