| Laboratorium Podstaw Automatyki<br>**Ćwiczenie 1- Charakterystyki czasowe podstawowych obiektów dynamicznych** | | |
|---|---|---|
| Lp. | Imię i Nazwisko | |
| 1. | **Antoni Radomiński-Lasek** | |
| 2. | **Jakub Szczypek** | 07.03.2022r. godz. 17:00 |

## Spis treści



# 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z charakterystykami czasowymi ( odpowiedziami czasowymi obiektu na określone wymuszenie ) podstawowych obiektów dynamicznych. Ćwiczenie zostanie wykonane za pomocą symulacji z wykorzystaniem pakietu MATLAB.

# 2. Wstęp teoretyczny

Własności dynamiczne członów liniowych stacjonarnych opisuje równanie różniczkowe zwyczajne o stałych współczynnikach:

$$\mathrm{a_n}\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{(n-1)}y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y(t)$$
$$= b_m\frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{(m-1)}u(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_0 u(t)$$

Albo równoważna transmitancja operatorowa:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

Charakterystykami czasowymi układów liniowych stacjonarnych nazywamy odpowiedzi tych układów na typowe wymuszenia przy zerowych warunkach początkowych.

Standardowymi wymuszeniami stosowanymi do testowania własności dynamicznych układów liniowych są funkcja skoku jednostkowego i impuls w postaci funkcji Diraca. Odpowiadające im charakterystyki czasowe to charakterystyki skokowe i impulsowe.

**Charakterystyka skokowa** w automatyce , jest to odpowiedź układu na wymuszenie w postaci skoku jednostkowego 1(t) przy zerowych warunkach początkowych.
Wymuszenie w postaci skoku jednostkowego zapisujemy w postaci:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & dla\ t < 0 \\ 1 & dla\ t \geq 0 \end{cases}$$

Zatem transformata Laplace'a funkcji traktowanej jako wymuszenie x(t) = 1(t) wynosi:

$$X(s) = \frac{1}{s}$$

Z definicji transmitancji operatorowej uzyskamy:

$$Y(s) = G(s) \cdot X(s) = G(s) \cdot \frac{1}{s}$$

Charakterystyka skokowa przyjmuje zatem postać:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{G(s)}{s}\right] = \int_0^t g(\tau)d\tau = h(t)$$

Gdzie h(t) oznacza charakterystykę skokową.

Charakterystyka skokowa przedstawia przebieg sygnału wyjściowego układu w stanie nieustalonym. Wraz z charakterystyką impulsową oraz charakterystykami częstotliwościowymi stanowi podstawowy opis działania układu.

**Charakterystyka impulsowa** g(t) to w automatyce odpowiedź układu na wymuszenie w postaci delty Diraca $\delta(t)$ przy zerowych założeniach początkowych. Wraz z charakterystyką skokową oraz charakterystykami częstotliwościowymi stanowi podstawowy opis działania układu.
Z definicji transmitancji operatorowej mamy Y(s) = G(s)X(s). Przyjąwszy wymuszenie x(t) w postaci impulsu Diraca:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

Otrzymujemy transformatę Laplace'a wymuszenia:

$$X(s) = 1$$

Stąd:

$$Y(s) = G(s)$$

a odpowiedź czasową uzyskamy jako transformatę odwrotną Laplace'a z wyrażenia Y(s), czyli:

$$y(t) = g(t) = \mathcal{L}^{-1}\big(Y(s)\big) = \mathcal{L}^{-1}(G(s))$$

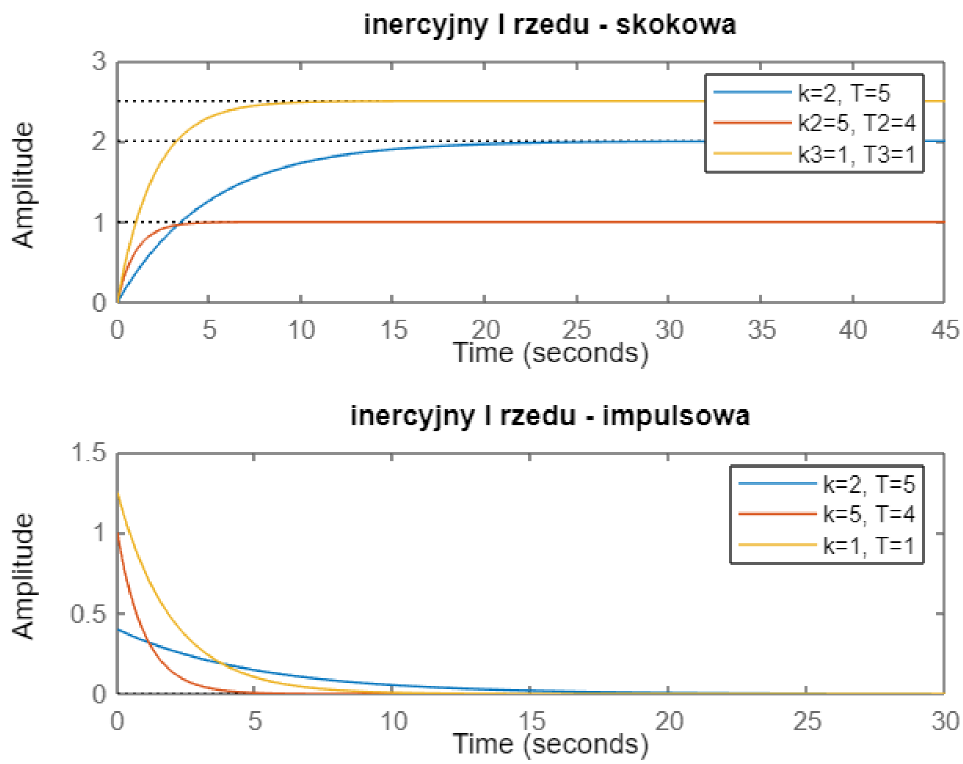
# 3. Obiekty

## 3.1 Inercyjny I rzędu

Charakteryzuje się proporcjonalnością sygnału wyjściowego do sygnału wejściowego dopiero po upływie określonego czasu- tak zwany stan przejściowy. Stała czasowa T opisuje prędkość zmian przebiegu przejściowego. Jest to czas, po upływie którego odpowiedź skokowa osiąga wartość 0.632·k.

```
close all;
clear all;

k = 2;
T = 5;
k2 = 5;
T2 = 4;
k3 = 1;
T3 = 1;

licz = [0, k];
mian = [T, 1];

licz2 = [0, k2];
mian2 = [T2, 2];

licz1 = [0, k3];
mian1 = [T3, 1];

y1 = tf(licz, mian);
y2 = tf(licz1, mian1);
y3 = tf(licz2, mian2);

subplot(2,1,1)
step(y1, y2, y3)
title('inercyjny I rzedu - skokowa')
legend('k=2, T=5', 'k2=5, T2=4', 'k3=1, T3=1')

subplot(2,1,2)
```

```
impulse(y1, y2, y3);
title('inercyjny I rzedu - impulsowa')
legend('k=2, T=5', 'k=5, T=4', 'k=1, T=1')
```

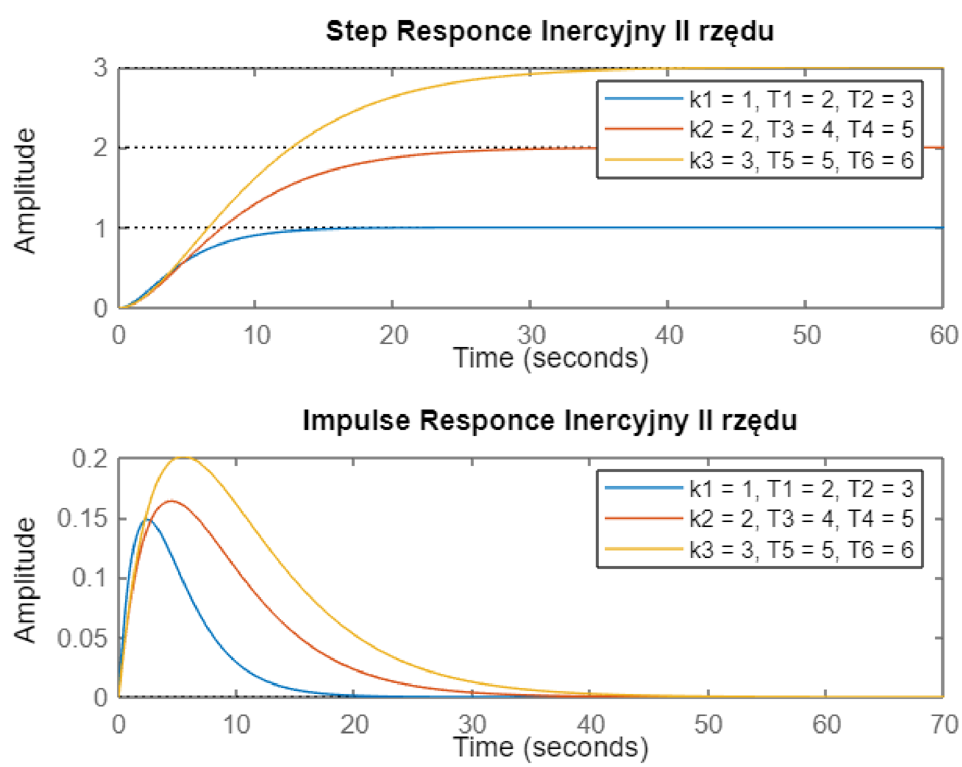



### 3.2 Inercyjny II rzędu

Składa się z 2 połączonych szeregowo członów I rzędu.

```
close all;
clear all;

k1 = 1;
T1 = 2;
T2 = 3;
licz = [0, 0, k1];
mian = [T1 * T2 ,T1 + T2 ,1];

k2 = 2;
T3 = 4;
T4 = 5;
licz1 = [0, 0, k2];
mian1 = [T3 * T4, T3 + T4, 1];
```

```
k3 = 3;
T5 = 5;
T6 = 6;
licz2 = [0, 0, k3];
mian2 = [T5 * T6, T5 + T6, 1];

y1 = tf(licz, mian);
y2 = tf(licz1, mian1);
y3 = tf(licz2, mian2);


subplot(2, 1, 1)
step(y1, y2, y3)
legend('k1 = 1, T1 = 2, T2 = 3','k2 = 2, T3 = 4, T4 = 5', 'k3 = 3, T5 = 5, T6 = 6');
title('Step Responce Inercyjny II rzędu')
subplot(2, 1, 2)
impulse(y1, y2, y3)
legend('k1 = 1, T1 = 2, T2 = 3','k2 = 2, T3 = 4, T4 = 5', 'k3 = 3, T5 = 5, T6 = 6');
title('Impulse Responce Inercyjny II rzędu')
```

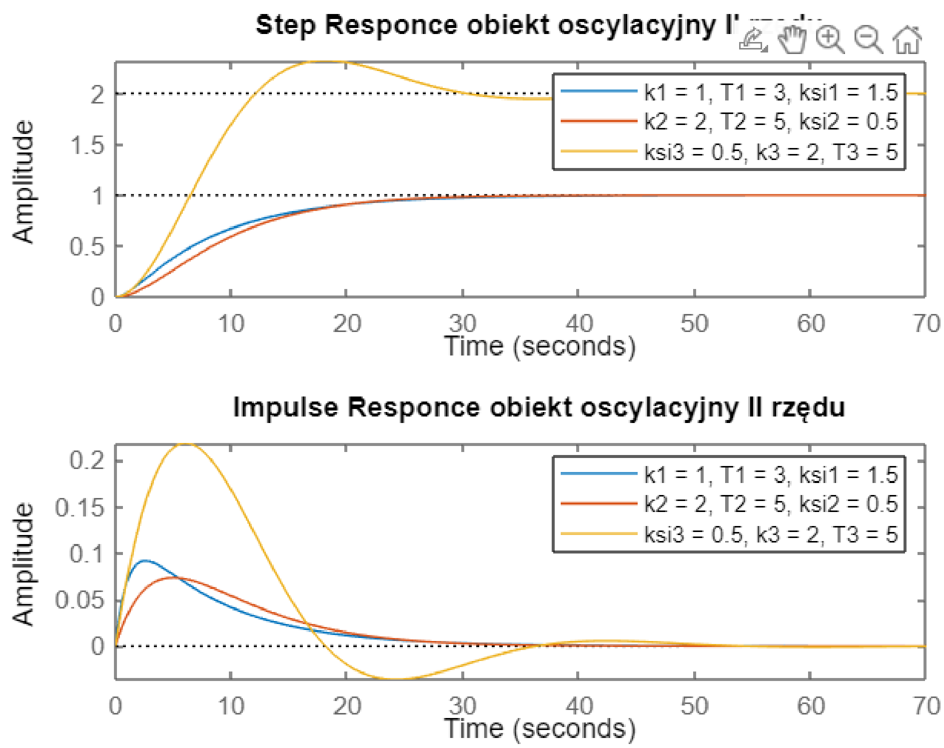


### 3.3 Oscylacyjny II rzędu

Wzmocnienie $k$ równe jest stosunkowi ustalonej wartości sygnału wyjściowego do ustalonej wartości sygnału wejściowego. Odpowiedź skokowa ma charakter oscylacyjny, jeżeli spełniony jest warunek:

$$0<\zeta<1 \text{ , gdzie } \zeta - \text{współczynnik tłumienia}$$

```
close all;
clear all;

ksi1 = 1.5;
k1 = 1;
T1 = 3;
licz1 = [0, 0, k1];
mian1 = [T1^2, 2 * ksi1 * T1, 1];

ksi2 = 0.5;
k2 = 2;
T2 = 5;
licz2 = [0, 0, k2];
mian2 = [T2^2, 2 * ksi2 * T2, 1];

ksi3 = 0.5;
k3 = 2;
T3 = 5;
licz3 = [0, 0, k3];
mian3 = [T3^2, 2 * ksi3 * T3, 1];

y1 = tf(licz1, mian1);
y2 = tf(licz2, mian2);
y3 = tf(licz3, mian3);
subplot(2, 1, 1)
step(y1, y2, y3)
legend('k1 = 1, T1 = 3, ksi1 = 1.5','k2 = 2, T2 = 5, ksi2 = 0.5', 'ksi3 = 0.5, k3 = 2, T3 = 5');
title('Step Responce obiekt oscylacyjny II rzędu')
subplot(2, 1, 2)
impulse(y1, y2, y3)
legend('k1 = 1, T1 = 3, ksi1 = 1.5','k2 = 2, T2 = 5, ksi2 = 0.5', 'ksi3 = 0.5, k3 = 2, T3 = 5');
title('Impulse Responce obiekt oscylacyjny II rzędu')
```

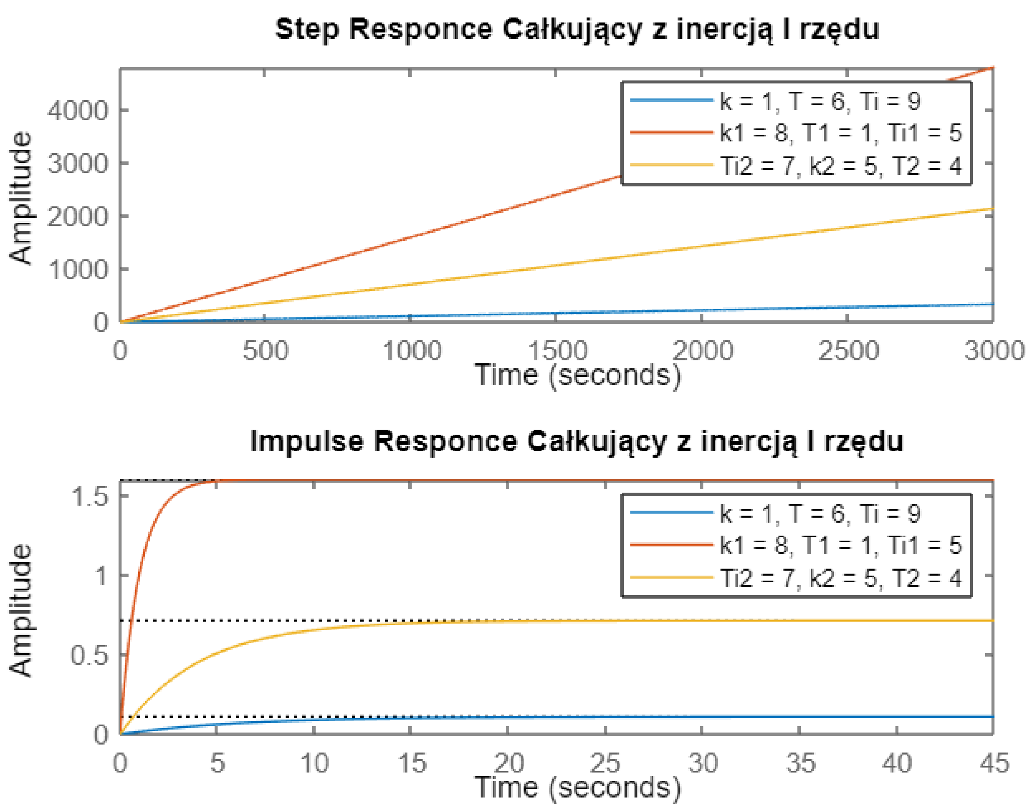



## 3.4 Całkujący z inercja I rzędu

Gdzie $Ti$ jest czasem zdwojenia, zaś T stałą czasową układu.

```
close all;
clear all;

Ti = 9;
T = 6;
k = 1;
T1 = 1;
k1 = 8;
Ti1 = 5;
Ti2 = 7;
k2 = 5;
T2 = 4;



licz = [0, 0, k];
mian = [T * Ti, Ti, 0];
licz1 = [0, 0, k1] ;
mian1 = [T1 * Ti1, Ti1 , 0];
```

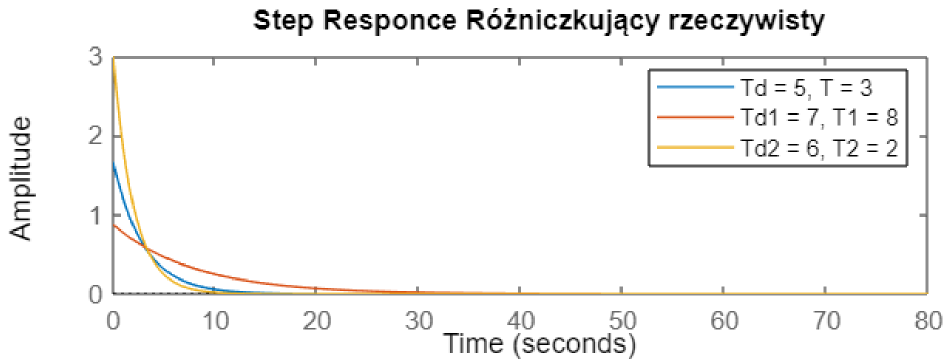
```
licz2 = [0, 0, k2] ;
mian2 = [T2 * Ti2, Ti2 , 0];

y1 = tf(licz, mian);
y2 = tf(licz1, mian1);
y3 = tf(licz2, mian2);

subplot(2, 1, 1)
step(y1, y2, y3)
legend('k = 1, T = 6, Ti = 9','k1 = 8, T1 = 1, Ti1 = 5', 'Ti2 = 7, k2 = 5, T2 = 4');
title('Step Responce Całkujący z inercją I rzędu')

subplot(2, 1, 2)
impulse(y1, y2, y3)
legend('k = 1, T = 6, Ti = 9','k1 = 8, T1 = 1, Ti1 = 5', 'Ti2 = 7, k2 = 5, T2 = 4');
title('Impulse Responce Całkujący z inercją I rzędu')
```

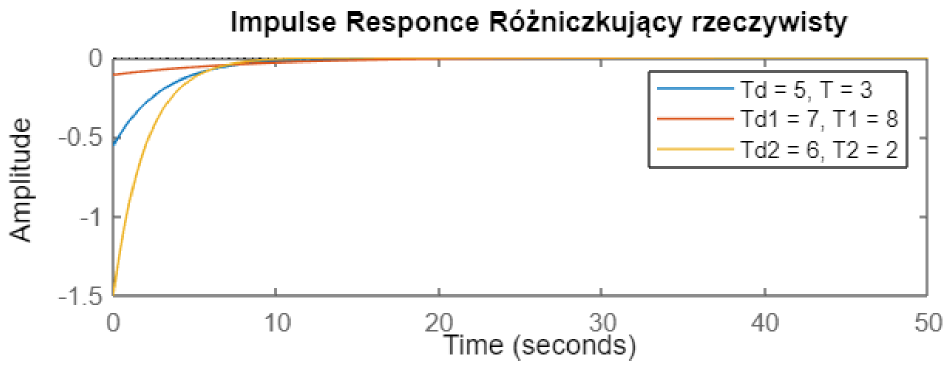


### 3.5 Różniczkujący rzeczywisty

W automatyce człon różniczkujący to człon który na wyjściu daje sygnał proporcjonalny do pochodnej sygnału wejściowego.

```
close all;
clear all;

Td = 5;
T = 3;
licz = [Td, 0];
mian = [T, 1];

y1 = tf(licz, mian);

Td1 = 7;
T1 = 8;
licz1 = [Td1, 0];
mian1 = [T1, 1];

y2 = tf(licz1, mian1);

Td2 = 6;
T2 = 2;
licz2 = [Td2, 0];
mian2 = [T2, 1];

y3 = tf(licz2, mian2);

subplot(2, 1, 1)
step(y1, y2, y3)
legend('Td = 5, T = 3','Td1 = 7, T1 = 8', 'Td2 = 6, T2 = 2');
title('Step Responce Różniczkujący rzeczywisty')
subplot(2, 1, 2)
impulse(y1, y2, y3)
legend('Td = 5, T = 3','Td1 = 7, T1 = 8', 'Td2 = 6, T2 = 2');
title('Impulse Responce Różniczkujący rzeczywisty')
```



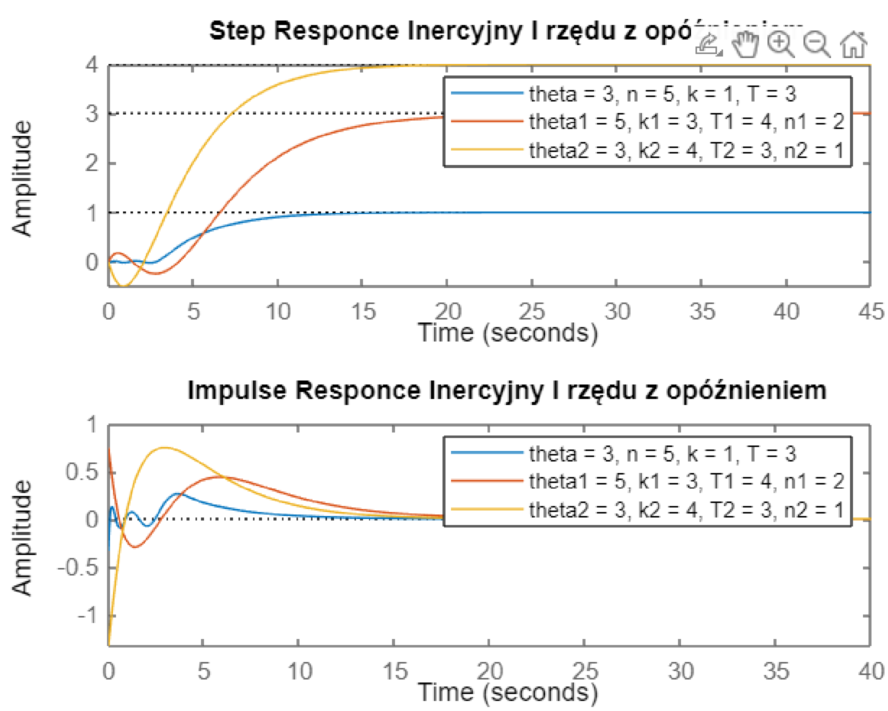




### 3.6 Inercyjny pierwszego rzędu z opóźnieniem

Odpowiedzi jednostkową i impulsową można wyznaczyć w sposób przybliżony za pomocą aproksymacji Padego.

```
close all;
clear all;
theta = 3;
n = 5;
k = 1;
T = 3;
theta1 = 5;
k1 = 3;
T1 = 4;
n1 = 2;
theta2 = 3;
k2 = 4;
T2 = 3;
n2 = 1;
[licz_op, mian_op] = pade(theta, n);
licz_iner = [0, k];
mian_iner = [T, 1];
[licz, mian] = series(licz_op, mian_op, licz_iner, mian_iner);
```

```
y1 = tf(licz, mian);

[licz_op1, mian_op1] = pade(theta1, n1);
licz1_iner = [0, k1];
mian1_iner = [T1, 1];
[licz1, mian1] = series(licz_op1, mian_op1, licz1_iner, mian1_iner);

y2 = tf(licz1, mian1);

[licz_op2, mian_op2] = pade(theta2, n2);
licz2_iner = [0, k2];
mian2_iner = [T2, 1];
[licz2, mian2] = series(licz_op2, mian_op2, licz2_iner, mian2_iner);

y3 = tf(licz2, mian2);

subplot(2, 1, 1)
step(y1, y2, y3)
legend('theta = 3, n = 5, k = 1, T = 3', 'theta1 = 5, k1 = 3, T1 = 4, n1 = 2', 'theta2 = 3, k2 = 4, T2 = 3, n2 = 1');
title('Step Responce Inercyjny I rzędu z opóźnieniem')

subplot(2, 1, 2)
impulse(y1, y2, y3)
legend('theta = 3, n = 5, k = 1, T = 3', 'theta1 = 5, k1 = 3, T1 = 4, n1 = 2', 'theta2 = 3, k2 = 4, T2 = 3, n2 = 1');
title('Impulse Responce Inercyjny I rzędu z opóźnieniem')
```



## 4. Wnioski

Po obserwacji i analizie wykresów wynikowych możemy zaobserwować jak w zależności od danych wejściowych zmieniają się odpowiedzi skokowe i impulsowe naszych obiektów. Dodatkowe umożliwione zostało zaobserwowanie schematu wyglądu odpowiedzi poszczególnego obiektu na dane wymuszenie.