Reprezentacja sygnałów w dziedzinie czasu

Opracowanie: Tomasz Mąka <tmaka@zut.edu.pl>

1. Wprowadzenie

Celem zajęć laboratoryjnych jest nabycie umiejętności generowania sygnałów cyfrowych reprezentowanych przez funkcje. Zakładając, że czas trwania sygnału wynosi T_c sekund i częstotliwość próbkowania wynosi f_s Hz to liczba próbek przypadających na cały sygnał wynosi $N = T_c \cdot f_s$ (w przypadku, gdy T_c nie jest wartością całkowitą, uzyskaną wartość N należy zaokrąglić do najbliższej liczby całkowitej). Zgodnie z twierdzeniem o próbkowaniu [1] częstotliwość próbkowania f_s (okres próbkowania $T_s = 1/f_s$) powinna być co najmniej dwa razy większa niż górna granica częstotliwości sygnału próbkowanego $f_{\max}$. Każdej próbce sygnału n (gdzie $n = 0, \ldots, N-1$) odpowiada czas $t = n/f_s = n \cdot T_s$.

2. Ćwiczenia

1. Proszę wybrać z tabeli 1 funkcję $x(t)$, wygenerować próbki do bufora oraz wykreślić postać uzyskanego sygnału. Należy dokonać samodzielnego wyboru parametrów f, ϕ oraz $f_s \geqslant 8\mathrm{kHz}$, $T_c \geqslant 1\mathrm{s}$.
2. Dla dowolnego zestawu funkcji z tabeli 2 należy wygenerować trzy sygnały reprezentujące funkcje $y(t)$, $z(t)$ oraz $v(t)$, gdzie $x(t)$ jest funkcją wybraną w ćwiczeniu 1. Wykonać wykresy dla każdego z wygenerowanych sygnałów przy takich samych parametrach f_s oraz T_c jak w poprzednim ćwiczeniu.
3. Wykreślić wykres dla dowolnej funkcji $u(t)$ wybranej z tabeli 3. Czas trwania sygnału wynika z definicji funkcji, natomiast częstotliwość próbkowania f_s jest taka sama jak w poprzednim ćwiczeniu.
4. Wygenerować i wykreślić sygnały $b_k(t)$ $(k = 1, 2, 3)$ dla $f_s = 22.05\mathrm{kHz}$ oraz $T_c = 1\mathrm{s}$.

3. Uwagi

- Numery wybranych funkcji z tabel 1–4 należy umieścić w komentarzu kodu źródłowego danego zadania.
- Kod do każdego z ćwiczeń powinien być umieszczony w osobnym katalogu wraz z plikami graficznymi reprezentującymi wygenerowane sygnały.
- Wszystkie wykonane ćwiczenia należy umieścić w repozytorium GIT w katalogu *lab-1*.
- Łączna liczba wykresów do wygenerowania ze wszystkich zadań wynosi 8 ($x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, $v(t)$, $u(t)$, $b_1(t)$, $b_2(t)$ i $b_3(t)$).

Literatura

[1] R. G. Lyons, *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 2010

Tabela 1

Lp.	Funkcje do zadania 1
1.	$x(t) = \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) \cdot \cos(2.5 \cdot t^{0.2} \cdot \pi)$
2.	$x(t) = \lvert \sin(2\pi \cdot f \cdot t^2)^{13} \rvert + \cos(2\pi \cdot t)$
3.	$x(t) = 0.2 \log_{10}(t^4 + 8) \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t^2 + \phi) + \cos(t/8)$
4.	$x(t) = \sin(2\pi \cdot f \cdot t - \phi + \cos(40\pi \cdot t)) \cdot (1.2^{-t/0.03} + 0.3)$
5.	$x(t) = \sin(2\pi \cdot f \cdot t \cdot \cos(3\pi \cdot t) + t \cdot \phi)$
6.	$x(t) = \frac{e^{-t} \cdot \sin(\pi \cdot f \cdot t)}{2.0001 + \cos(\pi \cdot t)}$
7.	$x(t) = \lvert \cos(2\pi \cdot f \cdot t) \rvert^6 \cdot (1.2 + \sin(\pi \cdot t + \phi))$
8.	$x(t) = (1 - t) \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) \cdot \cos(4\pi \cdot t)$
9.	$x(t) = \frac{\sin(2\pi \cdot f \cdot t + \cos(t/2))}{2.07 + \sin(3t + \phi)}$
10.	$x(t) = \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) - \log_2(\lvert \sin(\pi \cdot (f/32) \cdot t) \rvert + \pi)$
11.	$x(t) = \frac{0.45 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi)}{t + 0.101} + \cos(2\pi \cdot f/4 \cdot t + 2.5\phi)$
12.	$x(t) = \sin(\pi \cdot f/4 \cdot t) + \sin(1.4\pi \cdot f \cdot t) - \cos(0.3\pi \cdot f \cdot t)$
13.	$x(t) = 0.9 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) \cdot \cos(21\pi \cdot t) + (t - 0.66t)$
14.	$x(t) = \frac{1-t}{3-t^2} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + \cos(4t^2)$

Tabela 2

Lp.	Funkcje do zadania 2
1.	$y(t) = \frac{x(t) \cdot t}{3 + \cos(20\pi \cdot t)}$ $z(t) = t^2 \cdot \left\lvert x(t) \cdot y(t) - \frac{2}{10 + y(t)} \right\rvert$ $v(t) = z(t)^3 + 3 \cdot \sin(z(t) \cdot y(t)) \cdot \lvert y(t) - x(t) \rvert$
2.	$y(t) = \frac{x(t) \cdot t^3}{3}$ $z(t) = 1.92 \cdot (\cos(3\pi \cdot t/2) + \cos(y(t)^2/(8 \cdot x(t) + 3) \cdot t))$ $v(t) = (y(t) \cdot z(t)/(x(t) + 2)) \cdot \cos(7.2\pi \cdot t) + \sin(\pi \cdot t^2)$
3.	$y(t) = (t^3 - 1) + \cos(4t^2 \cdot \pi) \cdot t$ $z(t) = \frac{x(t)}{\lvert y(t) \cdot \cos(5t) - x(t) \cdot y(t) \rvert + 3}$ $v(t) = \frac{x(t) \cdot 662}{\lvert x(t) - y(t) \rvert + 0.5}$
4.	$y(t) = -t^2 \cdot \cos(t/0.2) \cdot x(t)$ $z(t) = x(t) \cdot \cos(2\pi \cdot t^2 + \pi) + 0.276t^2 \cdot x(t)$ $v(t) = \sqrt{\lvert 1.77 - y(t) + z(t) \rvert \cdot \cos(5.2\pi \cdot t) + x(t) + 4}$
5.	$y(t) = [2 \cdot t \cdot \sin(0.5 \cdot t \cdot \pi) + 1.5] \cdot \cos(9\pi \cdot t + \pi \cdot t)$ $z(t) = y(t)x(t) + \lvert x(t) + 2 \rvert \cdot [y(t)^2 + 0.32]$ $v(t) = \sqrt{\lvert x(t)z(t) + 10 \rvert} \cdot (\lvert y(t) \rvert + 1.2) \cdot \sin(2\pi \cdot t)$
6.	$y(t) = 3t^{0.3} \cdot \sin(20\pi \cdot t) - \sin(f/7 \cdot \pi \cdot t)$ $z(t) = -t^2 \cdot \sqrt{(\lvert max(y(t)) + y(t) - x(t)/5 \rvert)}$ $v(t) = -x(t) \cdot (\lvert y(t) \cdot t \rvert \cdot e^{-x(t)})$

Ciąg dalszy na kolejnej stronie...

Lp.	Funkcje do zadania 2
7.	$y(t) = \sin(\pi \cdot t) \cdot \sin(2 \cdot x(t) \cdot \pi \cdot t)$ $z(t) = \sqrt{\lvert y(t)\rvert} - 3 \cdot x(t)$ $v(t) = x(t) \cdot y(t)^2 - z(t) \cdot \cos(x(t))$
8.	$y(t) = e^{\left(-\frac{t}{\lvert\cos(3t^2)\rvert}\right)}$ $z(t) = x(t) + 0.17 \cdot \log_2(\lvert y(t) + x(t)\rvert) + 3 \cdot sin(4t^2)$ $v(t) = \sqrt{\lvert(1 - x(t)) \cdot (1 - y(t)) \cdot (1 - z(t))\rvert}$
9.	$y(t) = \left\lvert \frac{x(t)^2}{\cos(x(t))+2} \cdot \sin(4t^2) - 0.12 \right\rvert$ $z(t) = x(t) \cdot (\sqrt{\lvert x(t) + y(t)\rvert} - \cos(10 \cdot x(t) \cdot y(t)))$ $v(t) = \frac{1}{2} \cdot z(t) \cdot \cos(6 \cdot y(t) \cdot \pi \cdot t) - t \cdot \sin(2\pi \cdot t)$
10.	$y(t) = \cos\left(2 \cdot \sqrt{t \cdot (\sin(\pi \cdot t^2) + 2\pi)/3}\right)$ $z(t) = y(t) \cdot (\sin(0.2\pi \cdot t) \cdot \lvert x(t)/5\rvert)$ $v(t) = \sqrt{\lvert x(t)\rvert} \cdot \cos(0.5 \cdot y(t)) + z(t)$
11.	$y(t) = 2 \cdot x(t)^2 + 12 \cdot \cos(t)$ $z(t) = \sin(2\pi \cdot 7 \cdot t) \cdot x(t) - 0.2 \cdot \log_{10}(\lvert y(t)\rvert + \pi)$ $v(t) = \sqrt{\lvert y(t) \cdot y(t) \cdot z(t)\rvert} - 1.8 \cdot \sin[0.4 \cdot t \cdot z(t) \cdot x(t)]$
12.	$y(t) = x(t) \cdot \sin(10t) - \log_2(\lvert 3x(t) \cdot t + 1\rvert + \pi)$ $z(t) = x(t)^2 + 50\pi \cdot y(t)^2 - 10t^2$ $v(t) = \log_2(\lvert z(t) \cdot \lvert\cos(x(t)/200 \cdot t) \cdot \sin(20t)\rvert\rvert) + \pi)$
13.	$y(t) = \sin(x(t)/5 \cdot \pi \cdot t) \cdot \cos(2\pi \cdot t + x(t))$ $z(t) = \sqrt{\lvert y(t)\rvert/2} + x(t)/0.2 \cdot \log_2(\lvert x(t)/3\rvert + 0.14)$ $v(t) = \sqrt{\lvert x(t) + y(t) + z(t) \cdot \sin(2\pi \cdot t)\rvert}$
14.	$y(t) = \frac{-x(t)^3}{x(t)+max(x(t))}$ $z(t) = \left[y(t) + e^{x(t)+y(t)}\right] \cdot \lvert y(t)\rvert^{0.333}$ $v(t) = \left[3\cos(13t) - y(t) + \frac{z(t)}{7}\right] \cdot \sin(z(t) + x(t))$

Tabela 3

Lp.	Funkcje do zadania 3
1.	$u(t) = \begin{cases} \sin(6\pi \cdot t) \cdot \cos(5\pi \cdot t) & \text{dla} \quad 0.1 > t \geqslant 0 \\ -1.1t \cdot \cos(41\pi \cdot t^2) & \text{dla} \quad 0.4 > t \geqslant 0.1 \\ t \cdot \sin(20t^4) & \text{dla} \quad 0.72 > t \geqslant 0.4 \\ 3.3(t - 0.72) \cdot \cos(27t + 1.3) & \text{dla} \quad 1 > t \geqslant 0.72 \end{cases}$

Ciąg dalszy na kolejnej stronie...

Lp.	Funkcje do zadania 3
2.	$u(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \lvert(\cos(3\pi \cdot t) \cdot \sin(2.2\pi \cdot t^2)\rvert^{0.32} & \text{dla} \quad 0.3 > t \geqslant 0 \\ 1.1 \cdot t \cdot \left(\frac{\cos(10\pi \cdot t - \pi)}{\sin(\pi \cdot t^2)+4}\right) & \text{dla} \quad 1 > t \geqslant 0.3 \\ \frac{\lvert(t+1)\cdot\sin(8t^2+\pi/2+0.14)^3\rvert}{8.6} & \text{dla} \quad 2 > t \geqslant 1 \\ \frac{t^4 \cdot \log_{10}(t)}{30} & \text{dla} \quad 2.6 > t \geqslant 2 \end{cases}$
3.	$u(t) = \begin{cases} (-t^2 + 0.5) \cdot \sin(30\pi \cdot t) \cdot \log_2(t^2+1) & \text{dla} \quad 1.2 > t \geqslant 0 \\ \frac{1}{t} \cdot 0.8 \cdot \sin(24\pi \cdot t) - 0.1t & \text{dla} \quad 2 > t \geqslant 1.2 \\ \lvert \sin(2\pi \cdot t^2)\rvert^{0.8} & \text{dla} \quad 2.4 > t \geqslant 2 \\ 0.23 \cdot \sin(20\pi \cdot t) \cdot \sin(12\pi \cdot t) & \text{dla} \quad 3.1 > t \geqslant 2.4 \end{cases}$
4.	$u(t) = \begin{cases} 0.9 \cdot \sin(2\pi \cdot t \cdot 8 - \pi/3) + \log_2(\lvert\cos(7t^2) + 2.2\rvert) & \text{dla} \quad 0.5 > t \geqslant 0 \\ \frac{\sin(2\cos(4\pi \cdot t)\cdot \pi \cdot t)}{2t^2+1} & \text{dla} \quad 1.9 > t \geqslant 0.5 \\ (t-1.9)^2 - \cos(13t) & \text{dla} \quad 3.7 > t \geqslant 1.9 \\ 0.5t^{0.7} \cdot \sin(8t) & \text{dla} \quad 4.9 > t \geqslant 3.7 \\ \frac{2+\sin(18t)}{3+\cos(28t)} & \text{dla} \quad 6.4 > t \geqslant 4.9 \end{cases}$
5.	$u(t) = \begin{cases} t \cdot \sqrt{-t+0.7} \cdot \sin(22\pi \cdot t \cdot \cos(t^2)) & \text{dla} \quad 0.5 > t \geqslant 0 \\ \log_{10}((t+1) \cdot \lvert\sin(20t^3)\rvert) - 0.4 & \text{dla} \quad 1.3 > t \geqslant 0.5 \\ (t^2+1) \cdot \sin(2\pi \cdot t \cdot \cos(4t)) & \text{dla} \quad 2.2 > t \geqslant 1.3 \\ 0.5 \cdot \sin(20\pi \cdot t + t/3 + 2.3) & \text{dla} \quad 2.7 > t \geqslant 2.2 \end{cases}$
6.	$u(t) = \begin{cases} -\frac{t}{2} \cdot sin(20t^3 - 18t^2) & \text{dla} \quad 1.8 > t \geqslant 0 \\ \cos(5\pi \cdot t) \cdot sin(12\pi \cdot t^2) & \text{dla} \quad 3 > t \geqslant 1.8 \\ \frac{t-3}{3} \cdot \sin((12-t)\pi \cdot t^2) & \text{dla} \quad 4.5 > t \geqslant 3 \end{cases}$
7.	$u(t) = \begin{cases} \sin(12\cos(\pi \cdot t) \cdot \pi \cdot t) + t^2 & \text{dla} \quad 1.8 > t \geqslant 0 \\ 3 \cdot (t-1.7) \cdot \sin(3\pi \cdot t) \cdot \cos(20t^2) & \text{dla} \quad 2.3 > t \geqslant 1.8 \\ \frac{t^3}{16} \cdot \sin(8\pi \cdot t) & \text{dla} \quad 3 > t \geqslant 2.3 \\ \frac{\log_2(t)}{2+\sin(4\pi \cdot t)} & \text{dla} \quad 3.5 > t \geqslant 3 \end{cases}$

Ciąg dalszy na kolejnej stronie...

Lp.	Funkcje do zadania 3
8.	$u(t) = \begin{cases} -t \cdot \sin(7\pi \cdot (t-0.8)) \cdot \cos(25\pi \cdot (t-0.2)) + 0.8 & \text{dla} \quad 0.91 > t \geqslant 0 \\ \frac{1}{\sin(2\pi \cdot t)+1.1} & \text{dla} \quad 2.3 > t \geqslant 0.91 \\ (0.5 \cdot (t-2.3) \cdot \cos(12\pi \cdot (t-0.7))) + 0.48 & \text{dla} \quad 3 > t \geqslant 2.3 \end{cases}$
9.	$u(t) = \begin{cases} \log_2(t^2+1) & \text{dla} \quad 0.25 > t \geqslant 0 \\ e^{-t} \cdot \cos(2\pi \cdot t) & \text{dla} \quad 0.8 > t \geqslant 0.25 \\ 0.8 \cdot (-1)^{\lfloor 8t \rfloor} & \text{dla} \quad 1.8 > t \geqslant 0.8 \\ \frac{t^2}{2+\cos(20 \cdot (t-\pi))} & \text{dla} \quad 2.5 > t \geqslant 1.8 \\ \sin(2\pi \cdot t) \cdot (-1)^{\lfloor 10t \rfloor} & \text{dla} \quad 3.7 > t \geqslant 2.5 \end{cases}$
10.	$u(t) = \begin{cases} t^2 \cdot e^{\cos(5\pi \cdot t)} & \text{dla} \quad 1.7 > t \geqslant 0 \\ (t-1.7) \cdot t \cdot \sin(\pi \cdot t + \sin(6t)) & \text{dla} \quad 2.9 > t \geqslant 1.7 \\ \frac{t}{\pi+\cos(12t^2)} & \text{dla} \quad 4.2 > t \geqslant 2.9 \\ (1.1+\cos(5\pi \cdot t))^{-0.1} & \text{dla} \quad 5 > t \geqslant 4.2 \end{cases}$
11.	$u(t) = \begin{cases} (1-7t) \cdot \sin(2\pi \cdot t \cdot 10/(t+0.04)) & \text{dla} \quad 0.22 > t \geqslant 0 \\ 0.63 \cdot t \cdot \sin(125 \cdot t) + \log_2(2t) & \text{dla} \quad 0.57 > t \geqslant 0.22 \\ t^{-0.662} + 0.77\sin(8t) & \text{dla} \quad 0.97 > t \geqslant 0.57 \end{cases}$
12.	$u(t) = \begin{cases} \cos(10t^2) & \text{dla} \quad 0.35 > t \geqslant 0 \\ \sin(4\pi \cdot t^2) \cdot \cos(8\pi \cdot t^2) \cdot \frac{1}{t} & \text{dla} \quad 0.6 > t \geqslant 0.35 \\ 0.92t^2 \cdot (-1)^{\lfloor 25t \rfloor} & \text{dla} \quad 1.1 > t \geqslant 0.6 \\ \frac{0.6t^2}{\log_2(t+\lvert\cos(10t)\rvert)} & \text{dla} \quad 1.8 > t \geqslant 1.1 \\ 10.5 - t^3 & \text{dla} \quad 2.5 > t \geqslant 1.8 \end{cases}$
13.	$u(t) = \begin{cases} 0.1 \cdot (\cos(36\pi \cdot t) + \sin(22\pi \cdot t)) & \text{dla} \quad 0.3 > t \geqslant 0 \\ (t-0.3) \cdot \cos(26\pi \cdot t + \sin(12t)) & \text{dla} \quad 0.8 > t \geqslant 0.3 \\ 0.1 \cdot (\log_2(t+2) \cdot \sin(6\pi \cdot t) + \log_2(\cos(44\pi \cdot t)+2)) & \text{dla} \quad 1 > t \geqslant 0.8 \end{cases}$

Ciąg dalszy na kolejnej stronie...

Lp.	Funkcje do zadania 3
14.	$u(t) = \begin{cases} t^2 \cdot sin(20\pi \cdot t) & \text{dla} \quad 0.6 > t \geqslant 0 \\ t \cdot e^{t-0.6} \cdot 0.8 \cdot \sin(10\pi \cdot t) & \text{dla} \quad 1.5 > t \geqslant 0.6 \\ (1 + 0.4 \cdot \sin(2\pi \cdot t)) \cdot \sin(30\pi \cdot t) & \text{dla} \quad 2.4 > t \geqslant 1.5 \\ \sqrt{t + \cos(14t)} \cdot \sin(10\pi \cdot t) & \text{dla} \quad 3 > t \geqslant 2.4 \end{cases}$

Tabela 4

Lp.	Funkcje do zadania 4	H$_1$, H$_2$, H$_3$
1.	$b_k(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{H_k} \frac{(-1)^h}{h} \sin(h \cdot \pi \cdot 2t)$	$5, 20, 50$
2.	$b_k(t) = \sum_{h=1}^{H_k} \frac{\sin(\sin(\pi \cdot h/7 \cdot t) \cdot \pi \cdot t \cdot h)}{2h^2+1}$	$2, 5, 25$
3.	$b_k(t) = \sum_{h=1}^{H_k} \frac{\cos(4\pi \cdot h \cdot t)}{4h \cdot (\sin(8\pi \cdot h \cdot t)+2)}$	$1, 5, 50$
4.	$b_k(t) = \sum_{h=1}^{H_k} \frac{\sin(6\pi \cdot t \cdot h^2)}{(2h+1)^2+\sin(12\pi \cdot t)}$	$2, 6, 26$
5.	$b_k(t) = \sum_{h=1}^{H_k} \frac{(-1)^h}{3h^2} \cos(2\pi \cdot h \cdot t + \sin(6\pi \cdot t))$	$2, 20, 40$
6.	$b_k(t) = \sum_{h=1}^{H_k} \frac{\sin(h \cdot \pi \cdot t)}{2+\cos(2h \cdot \pi \cdot t)}$	$1, 2, 22$
7.	$b_k(t) = \sum_{h=1}^{H_k} \frac{\sin(\pi \cdot t \cdot (2h^2+h))}{2h^2 \cdot (2.5+\cos(h \cdot \pi)-1)}$	$2, 4, 20$
8.	$b_k(t) = \sum_{h=0}^{H_k} \frac{1}{2 \cdot (h+1)} \cdot \sin((8h+4) \cdot \pi \cdot t) + \cos(6h\pi \cdot t)$	$5, 20, 60$
9.	$b_k(t) = \left\| \sum_{h=1}^{H_k} (-1)^h \cdot (\sin(2\pi \cdot h \cdot t) + \cos(6\pi \cdot h \cdot t)) \right\|$	$2, 20, 60$
10.	$b_k(t) = \sum_{h=1}^{H_k} \frac{\sin(\pi \cdot t \cdot (h^2 \cdot \sin(h)))}{7h}$	$2, 4, 8$
11.	$b_k(t) = \sum_{h=1}^{H_k} \frac{\cos(12t \cdot h^2)+\cos(16t \cdot h)}{h^2}$	$2, 4, 16$
12.	$b_k(t) = \frac{1}{\pi^2} \sum_{h=1}^{H_k} \frac{\sin(2\pi \cdot h \cdot t)+\cos(2\pi \cdot h \cdot t)}{2h+4}$	$2, 10, 20$
13.	$b_k(t) = \sum_{h=1}^{H_k} \frac{\sin((6h+1) \cdot t \cdot \pi) \cdot \sin(h^3)}{6h+2}$	$2, 4, 8$
14.	$b_k(t) = \sum_{h=1}^{H_k} \frac{\sin\left(\frac{h \cdot t \cdot \pi}{2}\right)}{2+\cos(h^2 \cdot \pi \cdot t)}$	$2, 6, 10$