

Név: ....., NEPTUN-kód: .....

Pontszám:

*Programtervező Informatikus BSc  
Numerikus algoritmusok, Maple zárthelyi*

Minden feladat 1 pontot ér (töredékpontokkal). Legyen továbbá  $\varepsilon > 0$  és  $h = (0, 2, 2.75, 3.5, 4.25, 5 + \varepsilon) \in \mathbb{R}^6$ .  
A  $zh$ -n szerzett bármely  $x \in [0, 5]$  pont esetén tehát egyértelműen létezik olyan  $k \in \{1, \dots, 5\}$  hogy  $x \in [h_k, h_{k+1})$ .  
A fenti  $x$ -hez tartozó  $k$ -t éppen az  $x$  pontos dolgozathoz rendelt jegynek nevezzük.

1. Írjon két olyan eljárást, melyek paraméterei  $n, k \in \mathbb{N}$ , kimenetük pedig az  $n$  első természetes szám  $k$ -adik hatványainak összege. Az első eljárásban használjon a feladat megoldásához ciklust, a második eljárásban viszont csak egyetlen Maple parancsot használjon!
2. Állítson elő tetszőleges  $n \in \mathbb{N}$  mellett egy  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  méretű mátrixot, melynek minden off-diagonális eleme 1, a diagonális elemei pedig 0-k! Állítsa elő az  $A^4 - 13A^2 - 12A$  mátrixot!
3. Ábrázolja az  $f(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$  és  $g(x) = \sin(x^2)$  függvényeket közös koordináta-rendszerben. Az  $f$  színe legyen piros, a  $g$  színe legyen kék, a koordinátatengelyek pedig azonos beosztásúak legyenek! Generáljon egy-egy  $x, y \in \mathbb{R}^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) véletlen számokból álló vektort, ahol  $x_i \in [1, 10]$ ,  $y_i \in [-3, 3]$ , majd az  $(x_i, y_i)$  koordinátájú pontokat zöld körökkel jelenítse meg a közös koordináta-rendszerben!
4. Oldja meg numerikusan az alábbi differenciálegyenlet-rendszerhez tartozó kezdeti érték problémát, és ábrázolja a megoldást!

$$x'(t) = 2x(t) + \sin(y(t)), \quad y'(t) = \cos(x(t)) - 3y(t)$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 2$$

5. Írjon olyan eljárást melynek bemenete egy  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mátrix, valamint egy  $v \in \mathbb{R}^n$  vektor! Készítse el az  $A$  mátrix hatványainak  $QR$ -felbontását! Jelölje az  $A^k$  mátrix  $QR$  felbontását  $Q_k R_k$ . Az eljárás kimenete legyen egy lista, melynek elemei rendre  $\|R_1\|_F Q_1 v, \dots, \|R_n\|_F Q_n v$ .