Név: ...., NEPTUN-kód: ....

Pontszám:

Programtervező Informatikus BSc
Numerikus algoritmusok, Maple zárthelyi

Minden feladat 1 pontot ér (töredékpontokkal). Legyen továbbá $\varepsilon > 0$ és $h = (0,\ 2,\ 2.75,\ 3.5,\ 4.25,\ 5+\varepsilon) \in \mathbb{R}^6$. A zh-n szerzett bármely $x \in [0,5]$ pont esetén tehát egyértelműen létezik olyan $k \in \{1,\dots,5\}$ hogy $x \in [h_k, h_{k+1})$. A fenti x-hez tartozó k-t éppen az x pontos dolgozathoz rendelt jegynek nevezzük.

1. Írjon olyan eljárást amely kiszámolja az e szám közelítését kétféleképpen. Legyen $N \in \mathbb{N}^+$ rögzített. Generáljunk egy-egy sorozatot, melyek tagjai:

$$x_n := \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \qquad y_n := \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$$

   Írassuk ki a sorozatok $n = 1, \dots, N$ indexű elemeit!

2. Írjon eljárást, amely előállítja valamely $n \in \mathbb{N}$ mellett az $n\times n$-es Hilbert mátrixot! Legyen $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$, ahol

$$(H)_{ij} := \frac{1}{i+j-1}$$

   Valamely rögzített $N \in \mathbb{N}$ mellett ábrázolja az $n\times n$ méretű Hilbert-mátrixok (bármilyen) kondíciószámát $n = 1, \dots, N$ értékekre az n függvényében.

3. Ábrázolja az $f, g : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ paraméteres görbéket közös koordinátarendszerben! Legyen

$$f(t) = (2\cos(2t)\cos(t), \quad 2\cos(2t)\sin(t)) \qquad g(t) = (\cos(6t)\cos(t), \quad \cos(6t)\sin(t))$$

   Az f és a g függvény legyenek különböző színűek, a tengelyek beosztása legyen azonos!

4. Legyenek $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ rögzített numerikus paraméterek. Oldja meg numerikusan az alábbi differenciálegyenlet-rendszerhez tartozó kezdeti érték problémát!

$$x'(t) = \alpha x - \beta xy \qquad y'(t) = \delta xy - \gamma y$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 1$$

   Ábrázolja a megoldást az $\alpha = 2/3,\ \beta = 4/3,\ \gamma = \delta = 1$ paraméterek és $t \in [0, 10]$ mellett!

5. Írjon olyan eljárást melynek bemenete két mátrix és két vektor, legyen $n \in \mathbb{N}$, $L, D \in \mathbb{R}^n$, $b, s \in \mathbb{R}^n$. Az L mátrix legyen alsó háromszög, a D diagonális, az eljárás pedig közelítse az $A := L + D + L^T$ mátrixhoz és b jobboldal-vektorhoz tartozó lineáris egyenltrendszer megoldását Gauss-Seidel iteráció segítségével. Számolja ki az iteráció első 10 lépését, ahol $x_0 = 0$ és ábrázolja a k-adik közelítésnek az s megoldásvektortól való eltérését bármilyen normában k függvényében.