

1. Cel zadania

12. (Zadanie numeryczne NUM2) Zadane są macierze

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 2.34332898 & -0.11253278 & -0.01485349 & 0.33316649 & 0.71319625 \\ -0.11253278 & 1.67773628 & -0.32678856 & -0.31118836 & -0.43342631 \\ -0.01485349 & -0.32678856 & 2.66011353 & 0.85462464 & 0.16698798 \\ 0.33316649 & -0.31118836 & 0.85462464 & 1.54788582 & 0.32269197 \\ 0.71319625 & -0.43342631 & 0.16698798 & 0.32269197 & 3.27093538 \end{pmatrix}$$

oraz

$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 2.34065520 & -0.05353743 & 0.00237792 & 0.32944082 & 0.72776588 \\ -0.05353743 & 0.37604149 & -0.70698859 & -0.22898376 & -0.75489595 \\ 0.00237792 & -0.70698859 & 2.54906441 & 0.87863502 & 0.07309288 \\ 0.32944082 & -0.22898376 & 0.87863502 & 1.54269444 & 0.34299341 \\ 0.72776588 & -0.75489595 & 0.07309288 & 0.34299341 & 3.19154447 \end{pmatrix}.$$

Zdefiniujmy wektory

$$\mathbf{b} \equiv (3.55652063354463, -1.86337418741501, 5.84125684808554, -1.74587299057388, 0.84299677124244)^T$$

oraz $\mathbf{b}' \equiv \mathbf{b} + (10^{-5}, 0, 0, 0, 0)^T$. Używając wybranego pakietu algebry komputerowej lub biblioteki numerycznej, rozwiąż równania $\mathbf{A}_i \mathbf{y}_i = \mathbf{b}$ oraz $\mathbf{A}_i \mathbf{y}'_i = \mathbf{b}'$ dla $i = 1, 2$. Wyznacz $\Delta_i \equiv \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}'_i\|_2$ oraz zinterpretuj różnicę wartości Δ_1 i Δ_2 .

2. Jak uruchomić

W folderze z zadaniem uruchomić polecenie:

python3 zadanie.py

3. Wyniki

```
~/Pulpit/NUM2 python3 zadanie.py
Współczynnik uwarunkowania macierzy A1: 4.000000025064922
Współczynnik uwarunkowania macierzy A2: 320612865.9037048
WEKTOR ROZWIAZAN A1*y=b:
[ 2.03163246 -1.03652186 3.22032664 -3.52251753 -0.1394951 ]
WEKTOR ROZWIAZAN A1*y=b':
[ 2.03163717 -1.0365219 3.22032706 -3.52251858 -0.13949605 ]
WEKTOR ROZWIAZAN A2*y=b:
[ 1.99998045 -0.33814056 3.42431038 -3.56662167 0.0329788 ]
WEKTOR ROZWIAZAN A2*y=b':
[ 3.42873475 -31.86258864 -5.78337449 -1.57579144 -7.7523748 ]

MACIERZ A1
Norma wektorowa dla y1-y':
4.934587135822541e-06

MACIERZ A2
Norma wektorowa dla y1-y':
33.84063773584277
~/Pulpit/NUM2
```

4. Wnioski

Tak długie liczby ułamkowe w macierzy już na starcie skazują nas na niedokładność w obliczeniach. W niektórych macierzach niewielkie zaburzenie danych na wejściu nieznacznie zmienia wyniki tak jak w przypadku macierzy A1. Natomiast czasem różnice są ogromne tak jak w przypadku macierzy A2. Wynika to z ich poprawnego uwarunkowania. Przy użyciu funkcji `linagl.cond` z bibliotek numerycznej `numpy`, widać ogromną różnicę w uwarunkowaniu numerycznym, co potwierdzają otrzymane wyniki.

“Wskaźnik uwarunkowania określa, w jakim stopniu błąd reprezentacji numerycznej danych wejściowych danego problemu wpływa na błąd wyniku. Wskaźnik uwarunkowania definiuje się jako maksymalny stosunek błędu względnego rozwiązania do błędu względnego danych. Problem o niskim wskaźniku uwarunkowania nazywamy dobrze uwarunkowanym, zaś problemy o wysokim wskaźniku uwarunkowania – źle uwarunkowanymi. Zagadnienia o zbyt dużym wskaźniku uwarunkowania nie nadają się do numerycznego rozwiązywania, ponieważ już sam błąd wynikający z numerycznej reprezentacji liczb wprowadza nieproporcjonalnie duży błąd w odpowiedzi.

Wskaźnik uwarunkowania jest cechą problemu i jest niezależny od numerycznych właściwości konkretnych algorytmów. W odróżnieniu od błędu zaokrągleń wprowadzonego przez algorytm, wskaźnik uwarunkowania stanowi informację o błędzie przeniesionym z danych.” ~ Źródło Wikipedia