Imię i nazwisko: Krystian Jasionek

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ

6

Rozwiązanie zadania musi zmieścić się na jednej kartce. Powinno ono być napisane starannie oraz czytelnie, a wielkość liter nie może być mniejsza niż w tym tekście.

$$\max_{x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]} |f(x) - L_n(x)| \leqslant 5 \cdot 10^{-2}.$$

Zastosujemy oszacowanie z wykładu dla węzłów Czebyszewa

$$\max |f(x) - L_n(x)| \leqslant \max \left| \frac{f^{(n+1)}(\eta)}{(n+1)!} \right| \cdot \frac{1}{2^n} \leqslant 10^{-16}$$

$$f(x) = \cos^2(2x)$$

$$f'(x) = 2\cos(2x) \cdot (-\sin(2x)) \cdot 2 = -2\sin(4x)$$

$$f''(x) = 2 \cdot 4 \cdot (-\cos(4x)) = -8\cos(4x)$$

$$f'''(x) = 8 \cdot \sin(4x) \cdot 4 = 32\sin(4x)$$

$$f^{(4)}(x) = 128\cos(4x)$$

f(x) rozwijamy w szereg Taylora wokół 0

$$f(x) = \frac{-2 \cdot \sin(0)}{1!} \cdot x - \frac{8\cos(0)}{2} \cdot x^2 + \frac{32\sin(0)}{6} \cdot x^3 + \frac{128 \cancel{\cos(4\eta)}}{24} x, \quad \eta \in [-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}]$$

$$f(x) = -4x^2 + \frac{128\cos(4\eta)}{24} \cancel{x}^4$$

$$f^{(n)}(x) \approx 0 \quad \text{dla } n > 4$$

$$f^{n}(x) = 2 \quad \cos^{(n)}(4\cancel{x})$$