

9. Zmienna losowa X ma gęstość $f_X(x) = xe^{-x}$, dla $x \geq 0$. Znaleźć gęstość zmiennej losowej $Y = X^2$.

$$Y = X^2, \quad f_X(x) = xe^{-x}, \quad x \geq 0.$$

Znajdźmy

$$f_Y(y) = \frac{f_X(\sqrt{y}) + f_X(-\sqrt{y})}{2\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y} \cdot e^{-\sqrt{y}} - \sqrt{y} \cdot e^{\sqrt{y}}}{2\sqrt{y}} = \frac{e^{-\sqrt{y}} - e^{\sqrt{y}}}{2}$$