

3.1. Funkcje tworząca dla ciągu $(0, 0, 0, 1, 3, 7, 15, 31, \dots)$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \cancel{2^n} (2^n - 1) x^n = \sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^n - \sum_{n=0}^{\infty} 1 x^n$$

$$= \left(\frac{1}{1-2x} - \frac{1}{1-x} \right) \cdot \cancel{2} = \frac{1-x - 1+2x}{(1-x)(1-2x)} x^2 = \frac{x^3}{(1-x)(1-2x)}$$