2. (a) $\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = 1$

$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}$$

Rozwiniy e^x używając Taylora.

$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, stąd $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} = e$, zatem

$$e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \cdot e = 1$$

(b) $\sum_{k=0}^{\infty} k \cdot e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = \lambda$

$$\sum_{k=0}^{\infty} k \cdot e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda \cdot e^{-\lambda} \cdot e^{\lambda} = \lambda$$