RPiS Lista 5 .

1. Niech (X, Y) będzie zmienną losową o gęstości $f(x, y)$. Wykazać, że $\mathrm{E}(X+Y) = \mathrm{E}(X) + \mathrm{E}(Y)$.

Definicja 4. *Wartością oczekiwaną zmiennej losowej X nazywamy liczbę $EX = E(X) = \sum_i x_i p_i$ w wypadku dyskretnym lub $E(X) = \int_{\mathbb{R}} x f(x)\, dx$ w wypadku ciągłym.*

Fakt: $f_X(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x,y)\, dy$???

$$E(X+Y) = \int\int (x+y) f(x,y)\, dy\, dx = \int\int x f(x,y) + y f(x,y)\, dy\, dx = \int\int x f(x,y)\, dy\, dx + \int\int y f(x,y)\, dy\, dx =$$

$$= \int x \left(\int f(x,y)\, dy\right) dx + \int y \left(\int f(x,y)\, dx\right) dy = \int x \cdot f_X(x)\, dx + \int y \cdot f_Y(y)\, dy = \underline{E(X) + E(Y)}$$

$\blacksquare$