

Do zadań 3-4. Dana jest funkcja $f_{XY}(x, y) = -xy + x$ dla $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 1$.

3. Sprawdzić, czy zmienne X i Y są niezależne.

$$X, Y \text{ niezależne wtedy } f(x, y) = f_1(x) \cdot f_2(y)$$

$$f_1(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x, y) dy \quad f_2(y) = \int_{\mathbb{R}} f(x, y) dx$$

$$f_1(x) = \int_0^1 -xy + x dy = \left[-x \frac{y^2}{2} + xy \right]_0^1 = -\frac{x}{2} + x - 0 - 0 = \frac{x}{2}$$

$$f_2(y) = \int_0^2 -xy + x dx = \left[-\frac{x^2 y}{2} + \frac{x^2}{2} \right]_0^2 = -\frac{4y}{2} + \frac{4}{2} = -2y + 2$$

$$f(x, y) = f_1(x) \cdot f_2(y) \quad ? \quad \text{Użyć dowolne } x, y \in \mathbb{R}.$$

$$-xy + x = \left(-2y + 2 \right) \frac{x}{2}$$

$$\underline{-xy + x = -xy + x} \quad \text{czyli zmienne } X, Y \text{ są niezależne.}$$