15. Na ile sposobów można ustawić n zer i n jedynek w rząd tak, by żadne pierwsze $i \leq 2n$ liczb w rzędzie nie zawierało więcej 0 niż 1?

To wygląda jak koszmarne. Ale to spróbujmy jakoś narysować trochę:
Niech zera to będą lewe, a 1 to prawe nawiasy, żeby poprawnie nawiasować, to na każdym poziomie nawiasowania (na każdej głębokości) musimy mieć tyle samo otwierających i zamykających, np.

Zauważmy, że tu jest podobna sytuacja:
traktujmy zero jako nawias otwierający,
a 1 jako zamykający.

Na każdym poziomie tyle samo lewych i prawych, więc oględziny.

Jak to policzyć?
Zacznijmy od ciągu ~~...~~

$X = X_1 \ldots X_i , X_{i+1} \ldots X_{2n}$, gdzie $X_k \in \{0,1\}$.
Dla X mamy C_{2n} możliwych ustawień. Ile wynosi C_{2n}?
Podzielmy ten ciąg na dwie połowy, $X_1 \ldots X_i$ oraz $X_{i+1} \ldots X_{2n}$. Zauważmy, że w pierwszej połowie mamy C_i możliwych ustawień, w drugiej C_{2n-i}, zatem łącznie mamy $C_i \cdot C_{2n-i}$ ustawień dla jednego wyboru i-punktu podziału. Zauważ, że możemy dowolnie nieść ciąg w $2n$ punktach, zatem mamy $2n$ możliwych wartości i. Wynika stąd, że łączna liczba sposobów, w jaki możemy ustawić te $2n$ cyfr to $C_{2n} = \sum_{i=0}^{2n-2} C_i \cdot C_{2n-i}$.
Ile wynosi C_0 i C_2? $C_0 = 1$, bo ~~mamy tylko jedną cyfrę~~, zatem musi to być ~~jedyna~~, inaczej byłyby więcej zer niż jedynek. $C_2 = 1$, bo mamy tylko dwie cyfry mamy 0 cyfr, więc tylko jedno możliwe ustawienie — bez cyfr. $C_1 = \sum_{i=0}^{2-2} c_i c_{2-i} = c_0 \cdot c_0 = 1$.