

Pracuj samodzielnie!!!

Imię i nazwisko: ..Krzysztof... Jasianek.....

Numer części: ...1..... Numer zadania: ...4.....

x_n	-3	-2	0	2	3
y_n	4	1	2	1	4

$$(f, g) := f(-3)g(-3) + f(-2)g(-2) + f(0)g(0) + f(2)g(2) + f(3)g(3)$$

Możemy skonstruować z zależnościami rekurencyjnymi spełniającymi warunki stopniowe względem tego iloczynu skalarnego, tzn. $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x - c_1$, $P_k(x) = (x - c_k)P_{k-1}(x) - d_k P_{k-2}(x)$, $k \geq 2$

~~$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x - \frac{(x, 1)_N}{(1, 1)_N} = x - \frac{-3-2+0+2+3}{5 \cdot 1} = x$$

$$P_2(x) = \left(x - \frac{(x^2, x)_N}{(x, x)_N}\right) x - \frac{(x, x)_N}{(1, 1)_N} \cdot 1$$

$$P_2(x) = \left(x - \frac{-27-8+0+8+27}{9+4+0+4+9}\right) x - \frac{9+4+0+4+9}{5 \cdot 1}$$~~

$$c_k = \frac{(x P_{k-1}, P_{k-1})_N}{(P_{k-1}, P_{k-1})_N}$$

$$d_k = \frac{(P_{k-1}, P_{k-1})_N}{(P_{k-2}, P_{k-2})_N}$$

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x - \frac{(x, 1)_N}{(1, 1)_N} = x - \frac{-3-2+0+2+3}{5 \cdot 1} = x$$

$$P_2(x) = \left(x - \frac{(x^2, x)_N}{(x, x)_N}\right) x - \frac{(x, x)_N}{(1, 1)_N} \cdot 1$$

$$P_2(x) = \left(x - \frac{-27-8+0+8+27}{9+4+0+4+9}\right) x - \frac{9+4+0+4+9}{5 \cdot 1}$$

~~$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x - \frac{(x, 1)_N}{(1, 1)_N} = x - \frac{4+1+2+1+4}{5 \cdot 1} = x - \frac{12}{5}$$

$$P_2(x) = \left(x - \frac{(x^2, x)_N}{(x, x)_N}\right) \left(x - \frac{12}{5}\right) - \frac{(x, x)_N}{(1, 1)_N} \cdot \left(x - \frac{12}{5}\right)$$

$$P_2(x) = \left(x - \frac{12}{5}\right) \left(x - \frac{12}{5}\right) - \frac{12}{5} \left(x - \frac{12}{5}\right)$$~~

$$P_2(x) = (x - 0)x - \frac{26}{5}$$

$$P_2(x) = x^2 - \frac{26}{5}$$

Z użyciem wzoru, że wiel. optymalny $w_m^*(x) = \sum_{k=0}^m a_k P_k(x)$, $a_k = \frac{(f, P_k)_N}{(P_k, P_k)_N}$

$$a_0 = \frac{(f, 1)_N}{(1, 1)_N} = \frac{4+1+2+1+4}{5} = \frac{12}{5}$$

$$a_1 = \frac{(f, x)_N}{(x, x)_N} = \frac{-3 \cdot 4 - 2 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4}{9 + 4 + 0 + 4 + 9} = 0$$

$$a_2 = \frac{(f, x^2)_N}{(x^2, x^2)_N} = \frac{4 \cdot (9 - \frac{26}{5}) + (4 - \frac{26}{5}) \cdot 2 \cdot \frac{26}{5} + (4 - \frac{26}{5}) \cdot \frac{26}{5} + 4 \cdot (9 - \frac{26}{5})}{2 \cdot (9 - \frac{26}{5})^2 + 2 \cdot (4 - \frac{26}{5})^2 + 2 \cdot (\frac{26}{5})^2} = \frac{1}{5} [4 \cdot 2 \cdot (45 - 26) + 2 \cdot (20 - 26) - 10]$$

$$a_2 = \frac{1}{5} \cdot 88 = \frac{88}{5}$$

Pamiętaj o zasadach nadsyłania rozwiązań!

$$W_2^*(x) = \frac{12}{5} \cdot 1 + 0 \cdot x + \frac{88}{5} \left(x^2 - \frac{26}{5}\right)$$

$$W_2^*(x) = \frac{88}{5} x^2 - \frac{88 \cdot 26}{5 \cdot 5} + \frac{12}{5}$$