Raport Kalman

Szymon

MPU9250 Settings

Gyroscope

Scale: $\pm 250 \frac{\text{rad}}{s}$

Sample rate: 3.6 kSa/s Can be set to 8.8 kSa/s

Internal DLPF off.

Accelerometer

Scale: ± 2 g. The ecompass algorithm operates under no acceleration assumption

Sample rate: 1.13 kSa/s

Noise density: $250 \frac{\mu g}{\text{rt Hz}}$

Magnetometer

Scale is fixed at $\pm 4800 \mu T$.

Sample rate is 100 Sa/s (MODE2).

Filtering schemes

Extended Kalman Filter

In case the magnetometer is not used, the yaw angle is estimated from the gyroscope measurements only. That is, the observation of the yaw angle is taken from the state vector. The equations remain unchanged.

State:

$$x(k) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \boldsymbol{\omega}_w \\ \boldsymbol{\omega}_u \\ \boldsymbol{\omega}_v \end{bmatrix}$$

The angular velocities refer to the local frame.

Update equation

$$\boldsymbol{x}_{k+1|k} = \boldsymbol{F}(t) \boldsymbol{x}_k = \begin{bmatrix} q \\ \omega_w \\ \omega_u \\ \omega_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \omega_w & -\omega_v & \omega_u & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_w & 1 & \omega_u & \omega_v & 0 & 0 & 0 \\ \omega_v & -\omega_u & 1 & \omega_w & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_u & -\omega_v & -\omega_w & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_w \\ q_x \\ q_y \\ q_z \\ \omega_w \\ \omega_u \\ \omega_v \end{bmatrix}$$

Dealing with different sample rates for the sensors

Since the gyroscope could be sampled much more quickly, it has a separate update equation to allow for sampling and updating independently of the accelerometer/magnetometer pair.

Additionally, since the accelerometer is also sampled much more quickly than the magnetometer, the magnetometer data is interpolated.

Interpolation scheme:

- assumption of being constant inbetween measurements
- linear interpolation (?)
- separate LKF for the magnetometer (?)

Measurements vector:

$$y = egin{bmatrix} \omega_w \ \omega_u \ \omega_v \ a_x \ a_y \ a_z \ M_x \ M_y \end{bmatrix}$$

Magnetometer measures the magnetic field strength in the global frame M. The magnetic field strength in the local frame is denoted as m.

 ${\cal M}_Z$ is not estimated. It is dependent on the exact location on Earth.

Mapping the state space to the measurement space: the observation equations

$$\omega_w = \omega_w$$
$$\omega_u = \omega_u$$
$$\omega_v = \omega_v$$

Using the Euler angles:

$$\begin{split} \psi &= \arctan\left(\frac{2q_wq_x + q_yq_z}{1 - 2\left(q_x^2 + q_y^2\right)}\right) \\ \theta &= \frac{-\pi}{2} + 2\arctan\left(\frac{\sqrt{1 + 2\left(q_wq_y - q_xq_z\right)}}{\sqrt{1 - 2\left(q_wq_y - q_xq_z\right)}}\right) \\ \phi &= \arctan\left(\frac{2\left(q_wq_z + q_xq_y\right)}{1 - 2\left(q_y^2q_z^2\right)}\right) \end{split}$$

Numerical problems around 0 and 1.

$$a_x = \sin(\theta)$$

$$a_y = -\cos(\theta)\sin(\psi)$$

$$a_z = \cos(\theta)\cos(\psi)$$

$$m_x =$$

$$m_y =$$

Observation matrix Jacobian

jac =

```
[(\cos(pi/2 - atan2)(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)]
1)^{(1/2)} ((imag(q y/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^(1/2)) - real(q y/(2*q w*q y -
2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q_x*q_z - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})
2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) + ((imag(q_y/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) + real(q_y/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))) + real(q_y/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_y + 1)^(1/2))) + real(q_y/(2*q_w*q_y - 2*q_y*q_y + 1)^(1/2)) +
 (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}) +
 real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) -
real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)*(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})
 - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})
+ real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))
 - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2), -(cos(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z))
+ 1)^{(1/2)}, (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})*((imag(q_z/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q_z/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q_z/(2*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_z/(2*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_z/(2*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_z/(2*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_z/(2*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_z/(2*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_z/(2*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_z/(2*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_z/(2*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))))*((imag(q_z/(2*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})))))
1)^{(1/2)} - real(q_z/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z +
1)^{(1/2)} - real((2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^(1/2))) + ((imag(q z/(2*q w*q y - 2*q x*q z
+ 1)^{(1/2)} + real(q_z/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(im
+ 1)^{(1/2)} + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}))
1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)*(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2)^2)
1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^2)^2)/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^2)^2)/((imag((2*q_x*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^2)^2)/((imag((2*q_x*q_x*q_x - 2*q_w*q_y + 1)^2)^2)/((imag((2*q_x*q_x
+ 1)^{(1/2)} + real((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^{(1/2)})^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 2*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x - 
+1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2), (cos(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y)
 -2*q x*q z + 1)^{(1/2)}, (2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)})*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q w/(2*q x*q z - 2*q w*q z
2*q_w*q_y + 1)^(1/2) - real(q_w/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))
2*q_x*q_z + 1)^(1/2) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))) + ((imag(q_w/(2*q_w*q_y))
 -\ 2*q_x*q_z\ +\ 1)^(1/2))\ +\ real(q_w/(2*q_x*q_z\ -\ 2*q_w*q_y\ +\ 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z\ -\ 2*q_w*q_y\ +\ 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z\ -\ 2*q_w*q_y\ +\ 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_y\ +\ 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_y)\ +\ 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_
 -2*q_w*q_y + 1)^(1/2) + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))))/
 -2*q x*q z + 1)^{(1/2)} - real((2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)})^2)*(imag((2*q w*q y + 1)^2)^2)
-2*q w*q y + 1)^{(1/2)} + real((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^{(1/2)})^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^2)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 1)*q x + 1)^2)^2 + (imag((2*q w*q x + 
 -2*q_x*q_z + 1)^(1/2) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2), -(cos(pi/2 -
atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))*((imag(q_x/q_x)^2 + 1)^2)
 (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)} - real(q_x/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})
 (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))
+ ((imag(q_x/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) + real(q_x/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))
1)^{(1/2)} *(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))
1)^{(1/2)}))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))
1)^{(1/2)}^2 (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y +
1)^{(1/2)}^{2}/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}) + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z))
+ 1)^{(1/2)}^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q x*q_z - 2*q w*q_y + 1)^2)
+ 1)^(1/2)))^2), 0, 0, 0]
                                                                                                                                                                       - (\cos(pi/2 - atan2)(2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^(1/2),
[
 (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))^2*((imag(q_y/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) - 2*q_w*q_y + 1)^2
1)^{(1/2)} + real(q_y/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1
+ 1)^{(1/2)} + real((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^{(1/2)}))/(imag((2*q w*q y - 2*q x*q z +
1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)*(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2)^2)
1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^2))^2)/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^2))^2)/((imag((2*q_x*q_x + 1)^2))^2)/((imag((2*q_x*q_y + 1)^2))^2)/((imag((2*q_x*q_x + 1)^2)))/((imag((2*q_x*q_x + 1)^2))/((imag((2*q_x*q_x + 1)^2))/((imag((2*q_x*q_x + 1)^2))/((imag((2*q_x*q_x + 1)^2))/((imag((2*q_x*q_x + 1)
1)^{(1/2)} + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2)^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_y - 2*q_y + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_y - 2*q_y + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_y - 2*q_y + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2
1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2) + (sin(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y))^2))^2)
                     2*q x*q z + 1)^{(1/2)}, (2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)})^{2*((imag(q y/q))^2 x*q z + 1)^2}
 (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) - real(q_y/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))/
 (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))
+ ((imag(q_y/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) + real(q_y/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))
1)^{(1/2)} *(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z +
```

```
1)^{(1/2)})/(imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))
1)^{(1/2)}^2 (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) - real((2*q_x*q_z - 2*q w*q y +
1)^{(1/2)}^2/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}) + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}))^2)
1)^{(1/2)}^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})
                                                                                                                                                                                                                   (\cos(pi/2 - atan2)(2*q_w*q_y)
1)^{(1/2))^{2}
 -2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}, (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^{2*}((imag(q_z/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))^{2})^{2}
2*q w*q y + 1)^{(1/2)} - real(q z/(2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^(1/2)))/(imag((2*q w*q y -
2*q x*q z + 1)^{(1/2)} - real((2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)})) + ((imag(q z/(2*q w*q y + 1))
-2*q_x*q_z+1)^(1/2)) + real(q_z/(2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_w*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_y+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z-2*q_z+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z*q_z+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z+1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z+1)^(1/2)))*(imag((2*q
 -\ 2*q_w*q_y\ +\ 1)^(1/2))\ +\ real((2*q_w*q_y\ -\ 2*q_x*q_z\ +\ 1)^(1/2))))/(imag((2*q_w*q_y\ -\ 2*q_x*q_z)))/(imag((2*q_w*q_y\ -\ 2*q_y)))/(imag((2*q_w*q_y\ -\ 2*q_y))/(imag((2*q_w*q_y\ -\ 2*q_y))/(imag((2*q_w*q_y
-2*q_x*q_z + 1)^(1/2) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2)*(imag((2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2)
-2*q_x*q_z+1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^((1/2)))^2)/((imag((2*q_x*q_z))^2))
 -2*q_w*q_y + 1)^(1/2) + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_y + 1)^2))^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_y + 1)^2)^2 + 
            2*q_x*q_z + 1)^(1/2) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))^2)
 (\sin(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))
1)^{(1/2)}^2*((imag(q z/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}) - real(q z/(2*q w*q y - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}))
2*q_x*q_z + 1)^(1/2))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) - real((2*q_x*q_z - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))
2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) + ((imag(q_z/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) + real(q_z/(2*q_w*q_y + 1)^2))
 (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}) +
 real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) -
 real((2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)})^2)*(imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^{(1/2)})
 - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})
+ real((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^{(1/2)})^2 + (imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^{(1/2)})
 - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))^2),
 (\cos(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))
1)^{(1/2)}^2*((imag(q_w/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}) - real(q_w/(2*q_w*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))
2*q_x*q_z + 1)^(1/2))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) - real((2*q_x*q_z - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))
2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) + ((imag(q_w/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) + real(q_w/q_w))
 (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) +
 real((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^{(1/2))))/(imag((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^{(1/2))} -
real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)*(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})
 - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))^2)/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))
+ real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2))^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_y - 2*q_y + 1)^2))^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_y - 2*q_y + 1)^2))^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_y + 1)^2))^2 + (
1)^{(1/2))} - \text{real}((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2))})^2) + (\sin(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y + 1)^2))^2) + (\sin(pi/2 - atan2))^2) + (\sin(pi/2 - atan2)) + (
            2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}, (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^{2*((imag(q_w/q_x)^2 + 1)^2)}
 (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) - real(q_w/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))/
 (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))
+ ((imag(q_w/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) + real(q_w/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))
1)^{(1/2)} *(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z +
1)^{(1/2)})/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))
1)^{(1/2)}^2 (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y +
1)^{(1/2)}^{2} ((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z)
+ 1)^{(1/2)}^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})
+ 1)^{(1/2))^{2}
                                                                                                                           (\cos(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2),
 (2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)})^2*((imag(q x/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}) -
real(q_x/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}))
real((2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)})) + ((imag(q x/(2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^{(1/2)}))
+ real(q_x/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_y - 2*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))*(imag((2*q_x*q_y - 2*q_y - 2*q_y - 2*q_y + 1)
+ real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))
- real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)*(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})
 - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))^2)/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))
+ real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))
 - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2) - (\sin(pi/2 - atan2)((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z - 2*q_x*q_z)
+ 1)^{(1/2)}, (2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)})^2*((imag(q x/(2*q x*q z - 2*q w*q y +
1)^{(1/2)} - real(q_x/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z +
1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}) + ((imag(q_x/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z))
```

 $+ 1)^{(1/2)} + real(q_x/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(im$ $+ 1)^{(1/2)} + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})))$ $1)^{(1/2)}$ - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2)*(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + $1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)/((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))^2))$ $+ 1)^{(1/2)} + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2)^2)^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2)^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_y - 2*q_y + 1)^2)$ $+ 1)^{(1/2)}$ - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2), 0, 0, 0] $[-(2*\cos(pi/2 - atan2)((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)]$ $+ 1)^{(1/2)}*imag(q_x))/abs(- 2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i + 1)$ $(\cos(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))$ $1)^{(1/2)})*(q_x*(conj(q_w)*conj(q_x)*2i + conj(q_y)*conj(q_z)*1i + 2*conj(q_x)^2 +$ $2*conj(q_y)^2 - 1)*2i + conj(q_x)*(-2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i +$ $1)*2i)*(2*real(q_x^2) + 2*real(q_y^2) + imag(q_y*q_z) - real(q_w*q_x*2i) - 1))/(2*abs(-1)*(2*p_x^2) + 2*p_x^2) - 1))/(2*abs(-1)*(2*p_x^2) + 2*p_x^2)/(2*p_x^2) - 1))/(2*abs(-1)*(2*p_x^2) + 2*p_x^2)/(2*p_x^2) + 2*p_x^2)/(2*p_x^2) + 2*p_x^2)/(2*p_x^2)/(2*p_x^2) + 2*p_x^2)/(2*p$ $2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i + 1)^2*(-(-2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2)$ $+ q_z*q_y*1i + 1)*(conj(q_w)*conj(q_x)*2i + conj(q_y)*conj(q_z)*1i + 2*conj(q_x)^2 + 1$ $2*conj(q_y)^2 - 1))^(1/2)$ - $(sin(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), 2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2),$ $(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)})*((imag(q y/(2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)}) \label{eq:real} \text{real}(q_y/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))/(\text{imag}((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))$ - real($(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)$)) + $((imag(q_y/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2))$ $1)^{(1/2)} + real(q_y/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x - 2*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x - 2*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x$ $+ 1)^{(1/2)} + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})))$ $1)^{(1/2)}$ - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2)*(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2))^2) $1)^{(1/2)}$ - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))^2*(2*real(q_x^2) + 2*real(q_y^2) $+ imag(q_y*q_z) - real(q_w*q_x*2i) - 1))/(abs(- 2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_w*q_x*2i)$ $qz*qy*1i + 1)*((imag((2*qx*qz - 2*qw*qy + 1)^(1/2)) + real((2*qw*qy - 2*qx*qz))$ $+ 1)^{(1/2)}^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y))$ $+ 1)^{(1/2)}^{(2)}$, - $(cos(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}, (2*q_x*q_z - 1)^{(1/2)})$ $2*q_w*q_y + 1)^(1/2))*(2*imag(q_w) + 4*real(q_x)))/abs(-2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2)$ $+ q_z*q_y*1i + 1) - (cos(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), (2*q_x*q_z - 1)^2))$ $2*q_w*q_y + 1)^(1/2))*((conj(q_w)*2i + 4*conj(q_x))*(-2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2))$ + q z*q y*1i + 1) + (q w*2i - 4*q x)*(conj(q w)*conj(q x)*2i + conj(q y)*conj(q z)*1i $+ 2*conj(q_x)^2 + 2*conj(q_y)^2 - 1))*(2*real(q_x^2) + 2*real(q_y^2) + imag(q_y*q_z)$ - real(q_w*q_x*2i) - 1))/($2*abs(-2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i + q_x*q_x*2i)$ $1)^2*(-(-2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i + 1)*(conj(q_w)*conj(q_x)*2i)$ $+ conj(q_y)*conj(q_z)*li + 2*conj(q_x)^2 + 2*conj(q_y)^2 - 1))^(1/2)) + (sin(pi/2 - 1))^2 + (sin(pi/2$ $atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))*((imag(q_z/q_x*q_z + 1)^(1/2)))*((imag(q_z/q_z/q_z + 1)^(1/2)))*((imag(q_z/q_z + 1)^(1/2)))$ $(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) - real(q_z/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))/$ $(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))$ $+ ((imag(q_z/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) + real(q_z/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))$ $1)^{(1/2)}$ *(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)) $1)^{(1/2)})/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))$ $1)^{(1/2)})^{2}*(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))^{2})$ $+ 1)^{(1/2)}^{2*}(2*real(q_x^2) + 2*real(q_y^2) + imag(q_y*q_z) - real(q_w*q_x*2i)$ 1))/(abs(- $2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i + 1)*((imag((<math>2*q_x*q_z - y*1i + 1)*((imag((2*q_x*q_z - y*1i + 1)*((imag((2*q_x*q_x - y*1i + 1)*((imag((2*q_x*q_z - y*1i + 1)*((imag((2*q_x*q_x - y*1i + 1)*((ima((2*q_x*q_x - y$ $2*q_w*q_y + 1)^(1/2)$ + real($(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)$))^2 + (imag($(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)$)) $-2*q x*q z + 1)^{(1/2)} - real((2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^{(1/2)})^2)), - (cos(pi/2 - 2*q x*q z + 1)^2)$ $atan2((2*q w*q y - 2*q x*q z + 1)^(1/2), (2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^(1/2)))*(imag(q z)$ $4*real(q_y)))/abs(-2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i + 1)$ $(\cos(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))$ $1)^{(1/2)}$ ((4*conj(q_y) + conj(q_z)*1i)*(- 2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i +1) - $(4*q_y - q_z*1i)*(conj(q_w)*conj(q_x)*2i + conj(q_y)*conj(q_z)*1i + 2*conj(q_x)^2$ $+ 2*conj(q y)^2 - 1))*(2*real(q x^2) + 2*real(q y^2) + imag(q y*q_z) - real(q w*q_x*2i)$ -1))/(2*abs(- 2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i + 1)^2*(-(- 2*q_x^2 + $q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i + 1)*(conj(q_w)*conj(q_x)*2i + conj(q_y)*conj(q_z)*1i$ $+ 2*conj(q x)^2 + 2*conj(q y)^2 - 1))^(1/2)) - (sin(pi/2 - atan2((2*q w*q y - 2*q x*q z)))^2 - (2*q x*q z)^2 + 2*conj(q x)^2 + 2*conj(q x)^2$ $+ 1)^{(1/2)}, (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})*((imag(q_w/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q_w/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q_w/(2*q_x*q_y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q_w/(2*q_x*q_y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q_w/(2*q_x*q_y + 1)^{(1/2)}))*((imag(q_w/(2*q_x*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_w/(2*q_x*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_w/(2*q_x*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_w/(2*q_x*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_w/(2*q_x*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_w/(2*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_w/(2*q_w/(2*q_y + 1)^{(1/2)})))*((imag(q_w/(2*q_$ $1)^{(1/2)}$ - real(q_w/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))

 $1)^{(1/2)}$ - real((2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^(1/2))) + ((imag(q w/(2*q w*q y - 2*q x*q z $+1)^{(1/2)} + real(q_w/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))$ $+ 1)^{(1/2)} + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})))$ $1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)*(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2)^2)$ $1)^{(1/2))} - \text{real}((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2))})^{2*}(2*\text{real}(q_x^2) + 2*\text{real}(q_y^2))^{2})^{2} + (2*q_x^2) + (2*q_x^2)^{2} +$ $+ imag(q_y*q_z) - real(q_w*q_x*2i) - 1))/(abs(- 2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_w*q_x*2i) - 2*q_y^2 + 2*q_y^2 + 2*q_y^2 + 3*q_y^2 +$ $q z*q y*1i + 1)*((imag((2*q x*q z - 2*q w*q y + 1)^(1/2)) + real((2*q w*q y - 2*q x*q z$ $+ 1)^{(1/2)}^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y))$ $+\ 1)^{(1/2)))^{2})),\ -\ (\cos(pi/2\ -\ atan2((2*q_w*q_y\ -\ 2*q_x*q_z\ +\ 1)^{(1/2)},\ (2*q_x*q_z$ $-2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})*imag(q_y))/abs(-2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i)$ + 1) - (cos(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2), (2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y $+ 1)^{(1/2)} (q_y*(conj(q_w)*conj(q_x)*2i + conj(q_y)*conj(q_z)*1i + 2*conj(q_x)^2 +$ $2*conj(q_y)^2 - 1)*1i + conj(q_y)*(-2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i + q_x*q_x*2i - q_x*q_y*1i + q_x*q_x*2i - q_x*q_x*2i 2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_z*q_y*1i + 1)^2*(-(-2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2)$ $+ q z*q y*1i + 1)*(conj(q w)*conj(q x)*2i + conj(q y)*conj(q z)*1i + 2*conj(q x)^2 +$ $2*conj(q_y)^2 - 1))^(1/2)$ + $(sin(pi/2 - atan2((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2),$ $(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))*((imag(q_x/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) - (1/2))*((imag(q_x/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))*((imag(q_x/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)))*((imag(q_x/(2*q_x*q_y - 2*q_y*q_y + 1)^(1/2)))*((imag(q_x/(2*q_x*q_y - 2*q_y*q_y + 1)^(1/2)))*((imag(q_x/(2*q_x*q_y - 2*q$ $\label{eq:real} \text{real}(q_x/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))/(\text{imag}((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2)))$ - $real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2))) + ((imag(q_x/(2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^(1/2))))$ $1)^{(1/2)} + real(q_x/(2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_x*q_y - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_y - 2*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_y - 2*q_y + 1)^{(1/2)}))*(imag((2*q_x*q_y - 2*$ $+ 1)^{(1/2)} + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})))/(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)})))$ $1)^{(1/2)} - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})^2)*(imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^2)^2)$ $1)^{(1/2))} - \text{real}((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2))})^{2*}(2*\text{real}(q_x^2) + 2*\text{real}(q_y^2))^{2})^{2}$ $+ imag(q_y*q_z) - real(q_w*q_x*2i) - 1))/(abs(- 2*q_x^2 + q_w*q_x*2i - 2*q_y^2 + q_w*q_x*2i)$ $q_z*q_y*1i + 1)*((imag((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^(1/2)) + real((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z))$ $+ 1)^{(1/2)}^2 + (imag((2*q_w*q_y - 2*q_x*q_z + 1)^{(1/2)}) - real((2*q_x*q_z - 2*q_w*q_y + 1)^{(1/2)})$ $+ 1)^{(1/2))^{2}}, 0, 0, 0$

Error-State Extended Kalman Filter

Dealing with gyroscope bias

Commonly, there is a thermal model that is used to estimate the gyroscope bias. However, Machony et al. proved, that since the bias is a DC component of the measurements, it can be estimated via integration:

$$b_i = \int_0^t \omega_i \, \mathrm{d}t$$

To allow the sensor to change environments rapidly, I (plan to) use the so-called leaky integrator:

$$b_i = \int_{t-T}^t \omega_i \, \mathrm{d}t$$

The time constant T can be used to tune the filter. Additionally, the leaky integrator is trivial to implement.

Magdwick filter